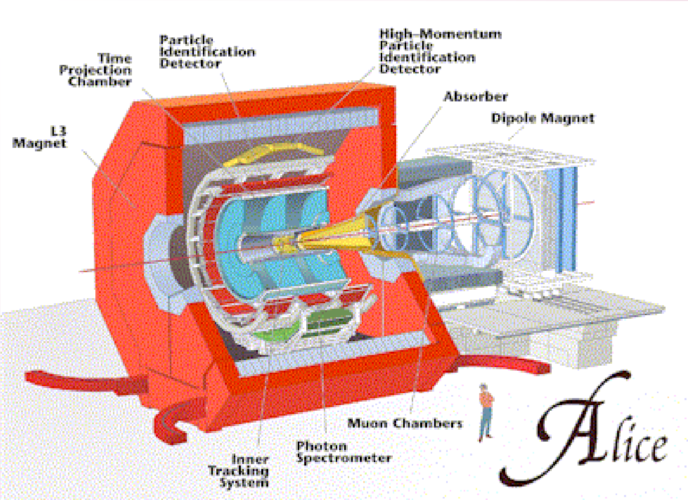
Método de Bayes
en la identificación de partículas en ALICE

Una posibilidad para combinar la información sobre la identificación de partículas dada por los diferentes detectores centrales de ALICE usando el método de Bayes.

→ Teorema de Bayes
→ PID a la "Bayes"
→ PID en ALICE



Leonid Serkin
(HELEN-ICN)

Teorema de Bayes

El teorema de Bayes, enunciado por Thomas Bayes, en la teoría de la probabilidad, es el resultado que da la distribución de probabilidad condicional de una variable aleatoria A dada B en términos de la distribución de probabilidad condicional de la variable B dada A y la distribución de probabilidad marginal de sólo A.

Sea $\{A_1, A_2, \ldots, A_i, \ldots, A_n\}$ un conjunto de sucesos incompatibles cuya unión es el total y tales que la probabilidad de cada uno de ellos es distinta de cero. Sea B un suceso cualquiera del que se conocen las probabilidades condicionales $P(B \mid A_i)$.

Entonces, la probabilidad $P(A_i \mid B)$ viene dada por la expresión:

$$P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{P(B)} = \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{\sum_{j=1}^{n} P(B|A_j)P(A_j)}$$

donde:

$P(A_i)$ son las probabilidades a priori.

$P(B \mid A_i)$ es la probabilidad de B en la hipótesis A_i.

$P(A_i \mid B)$ son las probabilidades a posteriori.

Identificación de partículas

La identificación de partículas en un máximo rango de momentos y para la mayoría de los detectores es una de las metas principales del diseño de un detector.

En ALICE cada uno de los detectores (ITS, TPC, TRD, TOF, RICH, HMPID y otros) cubren el rango de unos ~ 200 MeV hasta varios GeV/c y son capaces de separar electrones, piones, kaones, protones y otros fragmentos más pesados entre sí.

- Identificar el tipo de partícula, su momento…
- Combinar la información de varios detectores para contribuir y mejorar la identificación

PID a la “Bayes” en un detector

Asumamos que para cada tipo de partícula *s = e, π, K, p...* nuestro detector una medición de identificación *m* con una probabilidad conocida *R (m|s)*.

Observando la señal m_i generada por la partícula *i = 1, 2, …, N* en el detector quisiéramos decir que:

es un electrón, con probabilidad $P(e|m_i)$

es un pión, con probabilidad $P(\pi|m_i)$

y así …

PID a la "Bayes" en un detector

Después de que la partícula atraviese nuestro detector, obtendríamos una señal $\underline{m_1}$, y afirmamos que la identificamos como :

es un electrón, con probabilidad:
$$P(e|m_1) = \frac{R(m_1|e)}{\sum_{s=e,\pi,..} R(m_1|s)}$$

es un pión, con probabilidad:
$$P(\pi|m_1) = \frac{R(m_1|\pi)}{\sum_{s=e,\pi,..} R(m_1|s)}$$

es un fragmento de He, con:
$$P(He|m_1) = \frac{R(m_1|He)}{\sum_{s=e,\pi,..} R(m_1|s)}$$

PID a la “Bayes” en un detector

Después de analizar *N* eventos, como un ejemplo, podríamos notar que no estamos registrando ninguna señal de la parte de He en el espectro, lo que aumentaría la certeza de que estas partículas nos son generadas en el experimento y las excluimos de la consideración. Entonces:

$$P(e|m_i) = \frac{R(m_i|e)}{\sum_{s,s\neq He} R(m_i|s)}; \quad i = 1, 2, ..., N$$

$$P(He|m_i) = 0$$

$$P(Pb|m_i) = \frac{R(m_i|Pb)}{\sum_{s,s\neq He} R(m_i|s)}$$

PID a la "Bayes" en un detector

En un caso más general, el porcentaje de las partículas que atraviesan nuestro detector puede ser descritas por números C_e, C_π, …, C_{He}, …, y el resultado puede ser combinado con el Teorema de Bayes para las probabilidades de identificación de partículas de forma:

$$P(s|m_i) = \frac{R(m_i|s)C_s}{\sum\limits_{t=e,\pi,\ldots} R(m_i|t)C_t}; \qquad s = e, \pi, \ldots$$

Si se cumple el criterio $P(He|m_k) = \max\limits_s P(s|m_k)$,

entonces el método de identificación es llamado clasificación de Bayes

PID a la "Bayes"

- Las probabilidades *P* dependen de un valor de otras probabilidades *R* y concentraciones *C* de partículas de diferentes tipos en nuestro evento
- *R* son definidas como las funciones de respuesta de los detectores
- La composición *C* de las partículas es una propiedad de la interacción estudiada
- La pregunta es si existe o no interferencia entre ellas
- La reconstrucción del evento (ESD) es la respuesta

PID a la “Bayes” combinada

Sea $R(m_D|s)$ $(D = ITS,\ TPC,\ TRD,\ ...;\quad s = e, \pi, K, ...)$

la probabilidad de obtener una señal m_D en el detector *D* al registrar la partícula de tipo *s*. Entonces para la misma partícula, la probabilidad de observar un vector de señales es: $M \equiv \{m_D\} \equiv \{m_{ITS}, m_{TPC}, m_{TRD}, ...\}$

Y en nuestro sistema de detectores es valida la ecuación:

$$R(M|s) = R(m_{ITS}|s)R(m_{TPC}|s)... = \prod_D R(m_D|s)$$

Entonces la identificación combinada de las trazas es como:

$$P(s|M_i) = \frac{R(M_i|s)C_s}{\sum\limits_{t=e,\pi,...} R(M_i|t)C_t}; \qquad s = e, \pi, ...$$

PID a la "Bayes" combinada

- Para usar la ecuación

$$P(s|M_i) = \frac{R(M_i|s)C_s}{\sum\limits_{t=e,\pi,\ldots} R(M_i|t)C_t}; \qquad s = e, \pi, \ldots$$

uno tiene que conocer todas las "probabilidades de respuesta" de los detectores, así como la "concentración relativa" de las partículas. Pero las probabilidades de respuesta de los detectores pueden tener cualquier forma, y si algún detector falla, simplemente su medición no contribuye a la probabilidad combinada.

Notemos que a nivel de ESD solo las probabilidades combinadas son calculadas. Los pesos PID son calculados al momento de hacer análisis de datos y puede ser diferente para las mismas trazas dependiendo de la selección para el análisis en particular.

Funciones de respuesta de detectores y Concentración de partículas

Suponga que para cada detector D y cada tipo de partícula *s* sabemos la "función de respuesta", tal que la probabilidad de observar una señal en el bin *(m, m+Δm)* es dado como:

→ $$R(m_D|s) \equiv R_D(m|s) = \Delta p_D(m|s) = \rho_D(m|s)\Delta m$$

→ $$P(s|M_i) = \frac{\{\prod_D \rho_D(m_i|s)\}C_s}{\sum_{t=e,\pi,\dots} \{\prod_D \rho_D(m_i|t)\}C_t}; \qquad s = e, \pi, \dots$$

Suponiendo un detector para el cual las señales de un tipo de partícula son dominantes, uno puede estimar la concentración de partículas usando:

$$C_s = \frac{N_s}{\sum_{t=e,\pi,\dots} N_t}; \qquad s = e, \pi, \dots$$

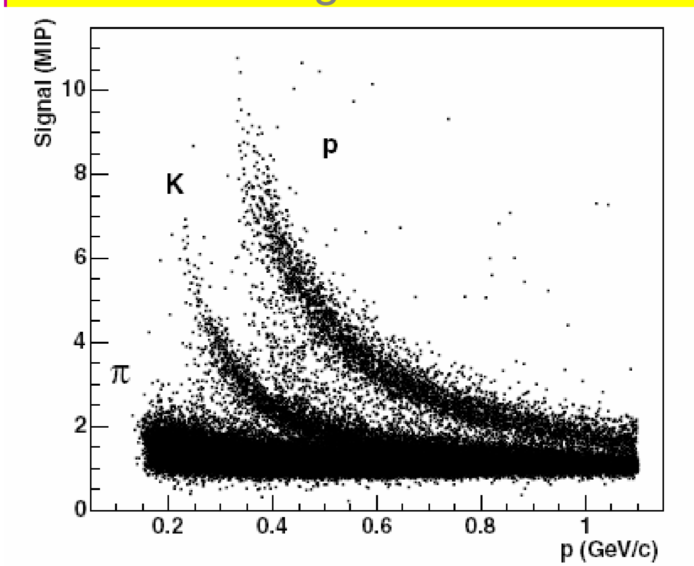
Identificación de partículas en ALICE

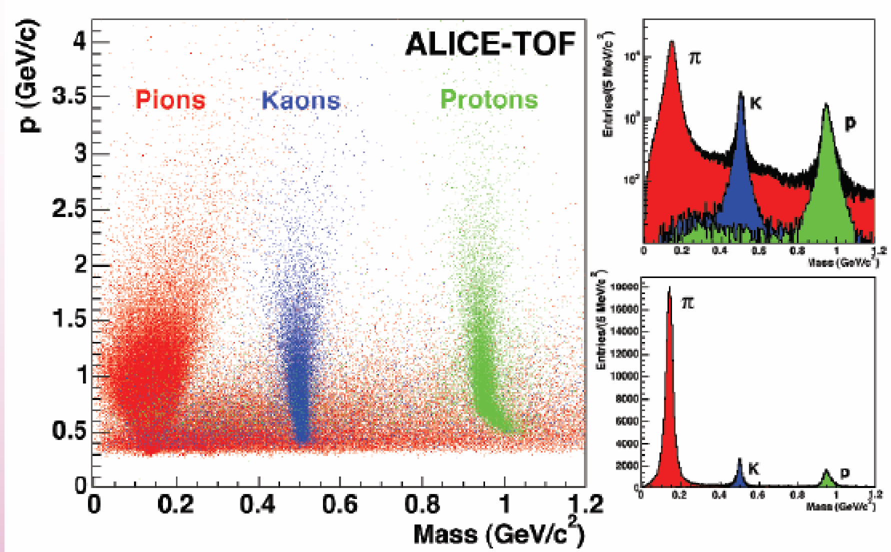
El metodo bayesiano es usado por cada detector en ALICE

$$w(i|s) = \frac{r(s|i)C_i}{\sum_{k=e,\mu,\pi\ldots} r(s|k)C_k}$$

(Funcion de respuesta del detector)
Funcion de densidad de probabilidad condicional para obtener una senal *s en el* detector, si la particula de tipo i llega al detector

(concentracion de particulas)
Probabilidad a priori de encontrar la particula de tipo *i* en el detector





Identificación de partículas en ALICE

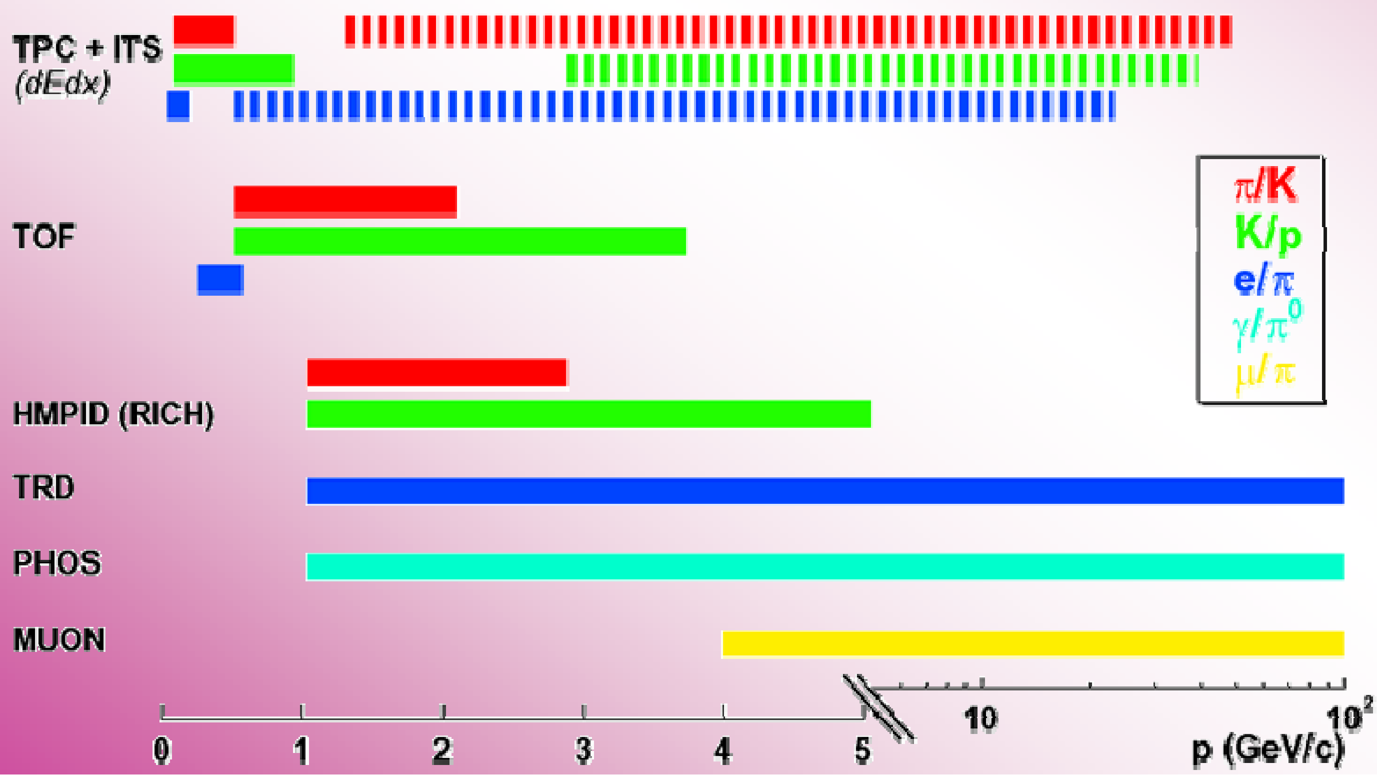
(π, K, p): 100 MeV < p < 5 GeV

dE/dx (ITS) + (TPC) + (TOF) + (RICH)

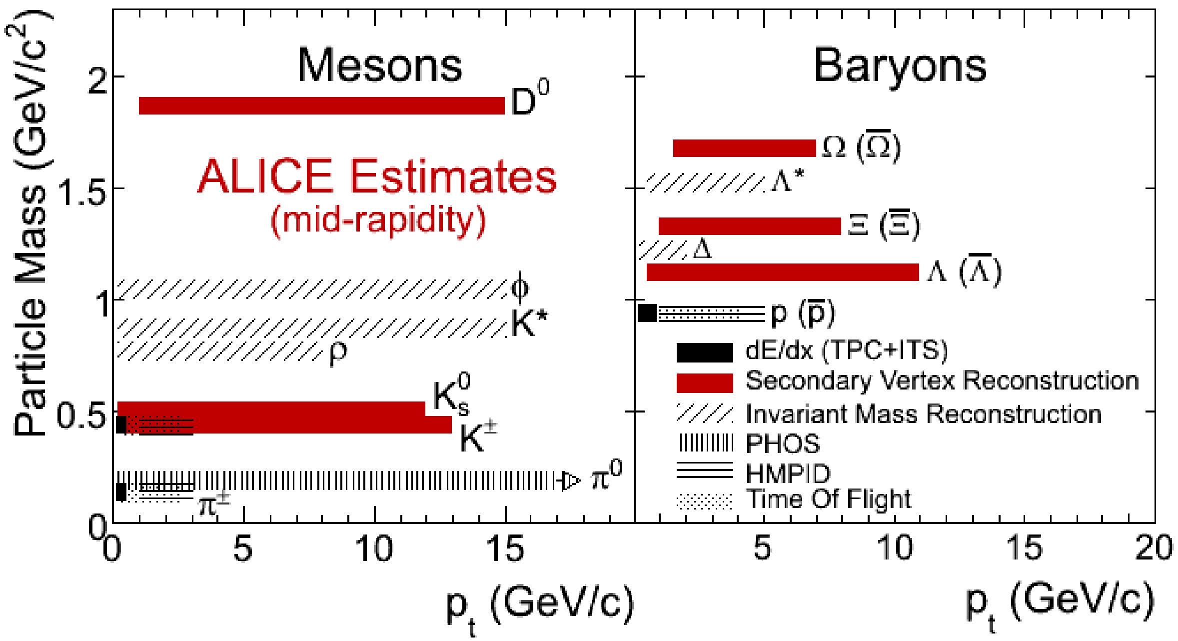
(K^0, K^+, K^-, Λ) ~ 10 GeV

(e, μ), fotones, π^0, η

TRD: p > 1 GeV, μ: p > 5 GeV, π^0 en PHOS: 1 < p < 80 GeV



Identificación de partículas en ALICE



ALICE TPC TDR CERN/LHCC 2000-001.

ALICE ITS TDR CERN/LHCC 99-12.

ALICE TRD TDR CERN/LHCC 2001-021.

ALICE TOF TDR CERN/LHCC 2002-016.