

Propiedades electromagnéticas de la multicapa de grafeno

Fis. Ricardo Zavaleta Madrid,

Dra. Gabriela Murguía Romero,

Dr. Angel Sánchez Cecilio

Facultad de Ciencias, UNAM

Miércoles 20 de Mayo

Índice

Estructura de Grafeno

SUSY-QM

Solución SUSY-QM

Monocapa con SUSY-QM

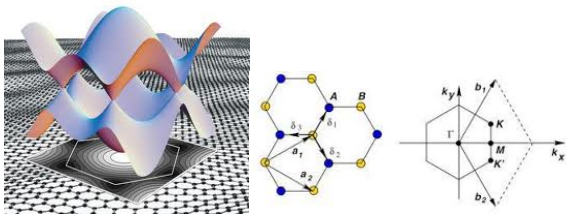
Multicapa con SUSY-QM

Campo Eléctrico y Magnético uniforme

Soluciones

Propagador

Estructura de Grafeno



$$E = \pm \sqrt{\gamma^0 \left(1 + 4 \cos^2 \frac{k_x a}{2} + 4 \cos \frac{k_y a}{2} \cos \frac{k_x \sqrt{3} a}{2} \right)} \quad 1$$

$$\hat{H}_1 = v_1 \begin{pmatrix} 0 & \pi^\dagger \\ \pi & 0 \end{pmatrix} \quad \text{con} \quad \pi = p_x + ip_y$$

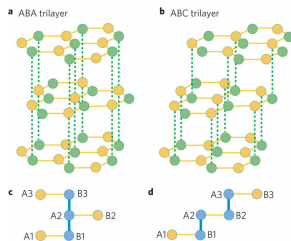
La relación de dispersión es $E = v_1 p$, con $v_1 = \frac{c}{300}$

$$\gamma^\mu \hat{p}_\mu \Psi = 0 \quad \Psi = \begin{pmatrix} \Psi_A \\ \Psi_B \end{pmatrix} \quad 2$$

¹C. Miniatura, et. al, LHSS (2009)

²G. Murguía, et. al., Graphene Simulation Book 1

Multicapa de Grafeno



$$\hat{H}_2 = v_2 \begin{pmatrix} 0 & (\pi^\dagger)^2 \\ \pi^2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{H}_{efec}^J = v_J \begin{pmatrix} 0 & (\pi^\dagger)^J \\ \pi^J & 0 \end{pmatrix}^3.$$

Supersimetría de la Mecánica Cuántica

$$\hat{H} = Q + Q^\dagger$$


$$\mathcal{H} = \{Q, Q^\dagger\}, \quad [Q, \mathcal{H}] = [Q^\dagger, \mathcal{H}] = 0$$

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} H_1 & 0 \\ 0 & H_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L^+ L^- & 0 \\ 0 & L^- L^+ \end{pmatrix}, \quad L^\pm = \mp \frac{d}{dx} + W(x)$$

$$V_{1,2}(x) = W^2(x) \mp \frac{1}{\sqrt{2m}} \partial_x W(x).$$

Para el caso campo magnético uniforme ⁴ $W_B(x) = p_2 + eBx$

$$L_B^\pm = \mp \frac{d}{dx} + p_2 + eBx$$

⁴E. Milpas, et. al., J. Phys.: Condens. Matter 23, 245304 (2011) 

Monocapa con SUSY-QM

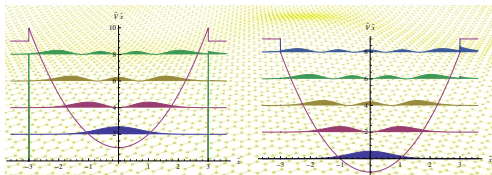
$$\hat{H}_{efec,A} = v^{(1)} \begin{pmatrix} 0 & L_B^+ \\ L_B^- & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{H}_A^{(1)} = \begin{pmatrix} L_B^+ L_B^- & 0 \\ 0 & L_B^- L_B^+ \end{pmatrix}$$

$$(\gamma^\mu \hat{\Pi}_\mu)^2 \Psi = 0 \quad \Psi = \begin{pmatrix} \Psi_A \\ \Psi_B \end{pmatrix}^5$$

$$\Psi_n^- = \begin{pmatrix} \varphi_{n-1}^- \\ \varphi_n^+ \end{pmatrix}, \quad \Psi_n^+ = \begin{pmatrix} \varphi_{n+1}^+ \\ \varphi_n^- \end{pmatrix}$$

$$L_B^+ \varphi_{n-1}^+ = \sqrt{2eBm} \varphi_n^-$$

$$L_B^- \varphi_n^- = \sqrt{2eBm} \varphi_{n+1}^+$$



Multicapa con SUSY-QM

$$\hat{H}_{efec,A} = v^{(J)} \begin{pmatrix} 0 & (L^+)^J \\ (L^-)^J & 0 \end{pmatrix},$$

Entonces el conjunto de los Hamiltonianos SUSY-QM es,

$$\mathcal{H}_A^{(J)} = \begin{pmatrix} (L^+)^J(L^-)^J & 0 \\ 0 & (L^-)^J(L^+)^J \end{pmatrix}$$

$$\Psi_n^-(x) = \begin{pmatrix} \varphi_n^-(x) \\ \varphi_{n-J}^-(x) \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{H}_A^{(J)} \Psi_n^- = \varepsilon_n^- \varepsilon_{n-1}^+ \cdots \varepsilon_{n-J+1}^+ \Psi_n^- = E_{A,n}^{(J,-)} \Psi_n^-$$

Campo Eléctrico y Magnético uniforme

La ecuación de Dirac para masa cero con la norma,
 $A_\mu = (\phi, \mathbf{A}) = (-Ez, 0, Bx, 0)$,

$$\gamma_\mu \hat{\Pi}^\mu \Psi = 0$$

con

$$\hat{\Pi}^\mu = \hat{p}^\mu - eA^\mu.$$

La ecuación desacoplada tiene la forma

$$[\hat{\Pi}^2 + e(B\Sigma_3 - E\gamma^5\Sigma_3)]\Psi = 0$$

Rotación de Wick

En la Representación quirral $\gamma^5 \Sigma_3$ es diagonal

$$[\hat{\Pi}^2 + e(B\Sigma_3 - E\gamma^5 \Sigma_3)]\Psi = 0$$

Para resolver se realiza una rotación de Wick que nos permite trabajar de espacio Euclideo.

$t = -ix_4$, $A_0 = -iA_4$, $\mathbf{E} = -i\mathbf{E}$, $\gamma_0 = -i\gamma_4$ la ecuación de Dirac en el espacio Euclideo toma la forma,


$$[-(-i\partial_1)^2 - (-i\partial_2 - eA_2)^2 - (-i\partial_3)^2 - (-i\partial_4 - A_4)^2 - e\sigma_{12}F_{12} - e\sigma_{34}F_{34}]\Psi = p^2\Psi$$

Se propone una solución,

$$\Psi(x_1, x_2, x_3, x_4)_{\sigma, r} = \sum_{\sigma, r} \Delta^B(\sigma) \Delta^E(r) \psi(x_1, x_2, x_3, x_4) \chi_{\sigma}^r$$

con $\Delta^B(\sigma)$ y $\Delta^E(r)$ son los proyectores de espín y de momento dipolar eléctrico; χ_{σ}^r es el espinor propio simultáneo de Σ_3 y $\Sigma_3\gamma_5$, con valores propios σ y r , respectivamente.⁶

$$[(\partial_1)^2 - (-i\partial_2 - eA_2)^2 + (\partial_3)^2 - (-i\partial_4 - A_4)^2 - e\sigma B + erE]\Psi = p^2\Psi$$

⁶E. Ferrer, et. al. NPB Volume 864, Issue 3, (2012) 

Por separación de variables se desacoplan dos ecuaciones

$$\begin{aligned} [\partial_1^2 - (-i\partial_2 - eBx_1)^2 - e\sigma B - p_\perp^2] \psi_\sigma^B(x_1, x_2) &= 0 \\ [\partial_3^2 - (-i\partial_4 + eEx_3)^2 - erE - p_\parallel^2] \psi_r^E(x_3, x_4) &= 0 \end{aligned}$$

cuyas soluciones son funciones parabólicas cilíndricas,

$$\begin{aligned} \psi_\sigma^B(x_1, x_2) &= N_{n_B} e^{-ip_2 x_2} D_{n_B}(\rho_B) \\ \psi_r^E(x_3, x_4) &= N_{n_E} e^{-ip_4 x_4} D_{n_E}(\rho_E) \end{aligned}$$

con los cambios de variable

$$\begin{aligned} \rho_B &= \sqrt{2} \left(p_2 l_B + \frac{x_1}{l_B} \right); & n_B &= -\frac{1}{2} (\sigma + \tilde{p}_\perp^2 + 1) \\ \rho_E &= \sqrt{2} \left(p_4 l_E - \frac{x_3}{l_E} \right); & n_E &= \frac{1}{2} (r - \tilde{p}_\parallel^2 - 1) \end{aligned}$$

Propagador

Para calcular el propagador se usa la expresión del producto temporalmente ordenado

$$S_F(x', x) = T(\Psi(x'), \bar{\Psi}(x))$$

La solución es

$$\Psi(x_1, x_2, x_3, x_4)_{\sigma, r} = \mathbb{E}_{\sigma, r} u_{\sigma, r}$$

donde de manera natural aparecen las eigenfunciones de Ritus

$$\mathbb{E}_{\sigma, r} = \sum_{\sigma, r} \Delta^B(\sigma) N_{n_B} D_{n_B}(\rho_B) \Delta^E(r) N_{n_E} D_{n_E}(\rho_E) e^{-i(p_2 x_2 + p_4 x_4)}$$

El propagador es

$$S_F = \sum_{l, \tilde{l}} \int \frac{dp^2 dp^4}{(2\pi)^4} \mathbb{E}_{\sigma, r}^+ \frac{\vec{p} + m}{\bar{p}^2 - i\epsilon} \bar{\mathbb{E}}_{\sigma, r}^+$$

con

$$\bar{p} = (\sqrt{2eE\tilde{l}}, 0, \sqrt{2eBl}, 0)$$

Gracias