SIMETRÍA DE LORENTZ Y GRAVEDAD CUÁNTICA DE LAZOS

Marat Reyes

Instituto de Ciencias Nucleares

Universidad Nacional Autónoma de México

Resumen

- BREVE INTRODUCCIÓN AL FORMALISMO DE GRAVEDAD-CUÁNTICA DE LAZOS
- MODELO EFECTIVO PARA CAMPOS DE NORMA
- MODELO EFECTIVO PARA FERMIONES
- REDEFINICIÓN DE LAS VARIABLES CANÓNICAS DE NORMA Y SIMETRÍA DE LORENTZ
- DISCUSIÓN Y CONCLUSIÓN

EL FORMALISMO DE GRAVEDAD CUÁNTICA DE LAZOS

- **La idea del formalismo es cuantizar la gravedad de una manera no-perturbativa y canónica.** T. Jacobson and L. Smolin, Nucl. Phys. B 299, 295 (1988).

- **Se usan variables holonómicas $(h(A), E)$ (la constricción Hamiltoniana puede resolverse).**

- **Operadores geométricos como el volumen $\hat{V}$ tienen autovalores discretos.** C. Rovelli, L. Smolin, Nucl. Phys. B442 (1995) 593.

- **Es posible acomodar la materia en el formalismo de lazos (marco cinemático).** T. Thiemann, Class. Quant. Grav. 15 (1998) 1281.

- **Modelos efectivos** R. Gambini and J. Pullin, Phys. Rev. D 59, 124021 (1999); J. Alfaro, H. A. Morales-Tecotl and L. F. Urrutia, Phys. Rev. Lett. 84 (2000) 2318; J. Alfaro, H. A. Morales-Tecotl and L. F. Urrutia, Phys. Rev. D 65 (2002) 103509; H. Sahlmann and T. Thiemann, Class. Quant. Grav. 23 (2006) 867

LA REGULARIZACIÓN PARA LOS CAMPOS DE NORMA

La regularizacion de Yang Mills escrito en términos de las partes eléctricas y magnéticas es

$$\hat{H}^E_{YM} = \kappa \sum_{vertices,v} \epsilon^{JKL}\epsilon^{MNP}\hat{w}_{iL}\hat{w}_{iP}\,\hat{\Phi}^I_{JK}(E)\hat{\Phi}^I_{MN}(E) \tag{1}$$

$$\hat{H}^B_{YM} = \kappa \sum_{vertices,v} \epsilon^{JKL}\epsilon^{MNP}\hat{w}_{iL}\,\hat{w}_{iP}\,\mathcal{P}e^{\hat{\Phi}^I_{JK}(B)}\mathcal{P}e^{\hat{\Phi}^I_{MN}(B)} \tag{2}$$

donde estamos definiendo $\hat{w}_{iP} = tr\left([\tau_i h_{s_P}[h^{-1}_{s_P}, \sqrt{\hat{V}_v}]\right)$**,** κ **es una constante y** $\hat{V}$ **es el operador volumen y** h_{s_P} **un propagador paralelo gravitacional. La regularización queda expresada en términos de la holonomía en un camino triangular** $\mathcal{P}e^{\Phi^I_{JK}(M)}$ **y el flujo eléctrico invariante de norma** $\hat{\Phi}^I_{MN}(\hat{E})$**,**

$$\hat{\Phi}^I_{MN}(\hat{E}) := \int_\Delta d\vec{S}'\, U^{-1}_A(\vec{v},\vec{x}')\hat{\vec{E}}^I(\vec{x}')U_A(\vec{x}',\vec{v}), \qquad \mathcal{P}e^{\Phi^I_{JK}(B)} = P(e^{\oint A\cdot dx}) \tag{3}$$

LAS EXPANSIONES COVARIANTES

Hay que hacer las expansiones de los flujos invariantes y de las holonomias en caminos triangulares

$$(\mathcal{P}e^{\Phi^I_{JK}(M)})^{(2)} = \frac{1}{2} s^a_I s^b_J \, F_{ab},$$

$$(\mathcal{P}e^{\Phi^I_{JK}(M)})^{(3)} = \frac{1}{3!}(s^c_I + s^c_J) s^a_I s^b_J D_c F_{ab}$$

$$(\mathcal{P}e^{\Phi^I_{JK}(M)})^{(4)} = \frac{1}{4!}(s^c_I s^d_I + s^c_I s^d_J + s^c_J s^d_J) s^a_I s^b_J D_c D_d F_{ab} + \frac{1}{8} s^a_I s^b_J s^c_I s^d_J F_{ab} F_{cd}$$

donde el superíndice denota el orden de la expansión. Para la parte eléctrica usamos las expansiones covariantes de Taylor o sea

$$U_{\vec{v},\vec{v}+\vec{x}}(A) E^a_{\underline{I}}(\vec{v}+\vec{x}) U_{\vec{v}+\vec{x},\vec{v}}(A) = \sum_{n=0} \frac{1}{n!}(x^c D_c)^n E^a_{\underline{I}}(\vec{v})$$

$$= \quad E^a_{\underline{I}}(\vec{v}) + x^c D_c E^a_{\underline{I}}(\vec{v}) + \frac{1}{2!}(x^c D_c)^2 E^a_{\underline{I}}(\vec{v}) + \ldots$$

ESTADOS SEMICLÁSICOS

1) Los estados serán escogidos de manera que localmente aproximen una 3-geometría plana. Esquemáticamente

$$\langle \underline{E}, \underline{B}, V |\, \hat{H}(\hat{\mathrm{E}}, \hat{\mathrm{B}}, \hat{\eta}_{grav})\, | \underline{E}, \underline{B}, V \rangle \longrightarrow H(\mathrm{E}, B, \eta_{grav}) \tag{4}$$

2) La teoría cuántica de norma no es invariante ante transformaciones duales en el vacio $E \longrightarrow B$ y $B \longrightarrow -E$, no esperamos que la teoría efectiva posea esta simetria. Esto se verá reflejado en una generalización de los trabajos anteriores, matemáticamente se expresa en el signo del tensor invariante ante rotaciones en la primera aproximación.

TEORÍA EFECTIVA DE YANG MILLS

El Hamiltoniano efectivo de Yang Mills mas general a primer orden es

$$H_{YM} \;=\; \int tr\left[\frac{1}{2}(\vec{E}^2+\vec{B}^2)+\ell_p\left(\lambda_1\,\vec{E}\cdot\vec{\mathcal{D}}\times\vec{E}+\lambda_2\,\vec{B}\cdot\vec{\mathcal{D}}\times\vec{B}\right)\right]d^3x$$

con $|\lambda_1| = |\lambda_2|$. Las ecuaciones de movimiento al más bajo orden en la longitud de Planck ℓ_p son

$$-\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}=\vec{E}+2\,\ell_p\,\lambda_1\,\vec{\mathcal{D}}\times\vec{E} \tag{5}$$

$$\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}=\vec{\mathcal{D}}\times\vec{B}+2\,\ell_p\,\lambda_2\,\vec{\mathcal{D}}\times\vec{\mathcal{D}}\times\vec{B} \tag{6}$$

LA REGULARIZACIÓN PARA LOS FERMIONES

La regularización para los fermiones toma la forma

$$\hat{H}_\xi = K \sum_{vertices,v} \epsilon^{ijk}\epsilon^{MNP}\hat{F}_{iM}(v)\hat{F}_{jN}(v)\, tr\left[\pi(v)\,\tau_k\,(\mathcal{P}\xi(v+s_P))\right]$$

donde K es una constante y

$$\hat{F}_{iM}(v) = \mathrm{tr}(\tau_i h_{s_M(\Delta)}[h^{-1}_{s_M(\Delta)}, \sqrt{\hat{V}_v}] \tag{7}$$

$$\mathcal{P}\xi(v+s_P) = U_{v,v+s_P}\xi(v+s_P)U_{v+s_P,v} - \xi(v) \tag{8}$$

Usando las expansiones como en el caso anterior se llega al Hamiltoniano a primer orden

$$\mathcal{H}_\xi = \pi\tau^a\mathcal{D}_a\xi + 2k_\xi\ell_p\pi\tau^a\epsilon^{abc}\mathcal{D}_b\mathcal{D}_c\xi \tag{9}$$

notando que $2\epsilon^{abc}\mathcal{D}_b\mathcal{D}_c = B^a$ podemos reescribir

$$\mathcal{H}_\xi = \pi(\not{\mathcal{D}} + k_\xi\ell_p\not{B})\xi \tag{10}$$

LAS NUEVAS VARIABLES (CASO U(1))

El Hamiltoniano $U(1)$ que nos interesa es

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2}(\vec{E}^2 + \vec{B}^2) + (\lambda_1 \vec{E} \cdot \nabla \times \vec{E} + \lambda_2 \ell_p \vec{B} \cdot \nabla \times \vec{B}) \tag{11}$$

donde $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ y $\{A_a(\vec{x}), E^b(\vec{y})\} = \delta_a^b \delta(\vec{x} - \vec{y})$. Las ecuaciones de movimiento son

$$-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{E} + 2\lambda_1 \ell_p \nabla \times \vec{E} \qquad \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \nabla \times \vec{B} + 2\lambda_2 \ell_p (\nabla \times \nabla \times \vec{B}) \tag{12}$$

Podemos reescribir las anteriores ecuaciones

$$-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \lambda_1 \ell_p \nabla \times \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{E} + \lambda_1 \ell_p \nabla \times \vec{E} \tag{13}$$

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \lambda_2 \ell_p \nabla \times \frac{\partial E}{\partial t} = \nabla \times (\vec{B} + \lambda_2 \ell_p \nabla \times \vec{B}) \tag{14}$$

Vamos a suponer $\lambda_2 = -\lambda_1 = \lambda$ entonces haciendo las siguientes redefiniciones de los campos conjugados

$$A'_a(x) = A_a(x) - \lambda \ell_p \epsilon^{arc} \partial_r A_c(x) \tag{15}$$

$$E'^a(x) = E^b(x) + \lambda \ell_p \epsilon^{brc} \partial_r E^c(x) \tag{16}$$

- **En términos de los campos primados se recuperan las ecuaciones de Maxwell**

$$-\frac{\partial \vec{A}'}{\partial t} = \vec{E}' \qquad \frac{\partial \vec{E}'}{\partial t} = \nabla \times \vec{B}' \tag{17}$$

- **Con la elección $k_\xi = -\lambda$ el Hamiltoniano en la parte fermionica es diagonal, o sea**

$$H_T = \frac{1}{2}(\vec{E}'^2 + \vec{B}'^2) + \pi \not{D}' \xi \tag{18}$$

LA FUNCIÓN GENERATRIZ $\mathcal{F}$

La función generatriz $\mathcal{F}$ de la transformación canónica es del tipo I dependiente de las coordenadas (A, A'). Recordemos que si hacemos la siguiente transformacion $\{q^i, p_i\}$ to $\{Q^i, P_i\}$ de tal forma que

$$p_i \dot{q}^i - H(q^i, p_i) = P_i \dot{Q}^i - \tilde{H}(Q^i, P_i) + \frac{d\mathcal{F}}{dt} \tag{19}$$

$H = \tilde{H}$, sí sólo si

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial q^i} = p_i \qquad \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial Q^i} = -P_i \tag{20}$$

- Nuestra función generatriz es

$$\mathcal{F} = \int d^3x (\vec{A} \cdot \vec{E} - \vec{A}' \cdot \vec{E}') \tag{21}$$

DISCUSION Y CONCLUSION

- **En este trabajo, se ha extendido las teorias efectivas de fotones y fermiones al caso No Abeliano.**

- **La generalización incluye posibles violaciones de la simetría de dualidad para los campos de norma.**

- **Mediante una redefinición de las variables de norma, la cual es una transformación canónica hemos diagonalizado el Hamiltoniano TOTAL.**

- **Los nuevos campos definen una teoría invariante de Lorentz. Cabe la pregunta: cuales son las variables fisicas de la teoría de norma?.**