Corrientes neutras que cambian el sabor leptónico en la extensión mínima S_3-invariante del Modelo Standard

E. Peinado

Instituto de Física, UNAM

Reunión Anual de la División de Partículas y Campos SMF.

Contenido

- Ingredientes en la Extensión mínima S_3-invariante del ME
- El Grupo S_3
- Lagrangiana de Yukawa en la Extensión Mínima S_3-invariante del ME
- Masas y Mezclas del sector leptónico
- Masas de los neutrinos
- FCNCs
- Conclusiones

Ingredientes en la Extensión

- Se introducen tres dobletes de $SU(2)_W$ de Higgs, y se extiende el concepto de sabor y familia al sector de Higgs, tal como en el caso de los fermiones.

- Se introduce el grupo de simetría del sabor S_3.

- Se asocia cada uno de los campos de las partículas con sabor (quarks, leptones y Higgs) a cada una de las representaciones irreducibles del grupo.

- Se construye la Lagrangiana de Yukawa más general invariante de S_3.

- Se agrega el término de masa de los neutrinos derechos y con éste el mecanismo del subibaja.

Representaciones Irreducibles de S_3

El Grupo S_3 tiene dos representaciones irreducibles unidimensionales (simétrica y antisimétrica) y una bi-dimensional (doublete)

- Singletes: $\mathbf{1}_A$ singlete antisimétrico, $\mathbf{1}_s$ singlete simétrico
- bi-dimensional: doblete

Producto directo de irreps S_3

$$\mathbf{1}_s \otimes \mathbf{1}_s = \mathbf{1}_s, \quad \mathbf{1}_s \otimes \mathbf{1}_A = \mathbf{1}_A, \quad \mathbf{1}_A \otimes \mathbf{1}_A = \mathbf{1}_s, \quad \mathbf{1}_s \otimes \mathbf{2} = \mathbf{2}, \quad \mathbf{1}_A \otimes \mathbf{2} = \mathbf{2}$$

$$\boxed{\mathbf{2} \otimes \mathbf{2} = \mathbf{1}_s \oplus \mathbf{1}_A \oplus \mathbf{2}}$$

Producto directo de dos dobletes

$$\mathbf{p_D} = \begin{pmatrix} p_{D1} \\ p_{D2} \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad \mathbf{q}_D = \begin{pmatrix} q_{D1} \\ q_{D2} \end{pmatrix}$$

se descompone en dos singletes, r_s y r_A, y un doblete r_D^T

$r_s = p_{D1}q_{D1} + p_{D2}q_{D2}$ es invariante, $r_A = p_{D1}q_{D2} - p_{D2}q_{D1}$ no es invariante

$$r_D^T = \begin{pmatrix} p_{D1}q_{D2} + p_{D2}q_{D1} \\ p_{D1}q_{D1} - p_{D2}q_{D2} \end{pmatrix}$$

Interacciones de Yukawa y Matrices de Masa

La lagrangiana de Yukawa de los leptones

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{Y_E} &= -Y_1^e \overline{L}_I H_S e_{IR} - Y_3^e \overline{L}_3 H_S e_{3R} - Y_2^e [\, \overline{L}_I \kappa_{IJ} H_1 e_{JR} + \overline{L}_I \eta_{IJ} H_2 e_{JR} \,] \\
&- Y_4^e \overline{L}_3 H_I e_{IR} - Y_5^e \overline{L}_I H_I e_{3R} + h.c.,
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{Y_\nu} &= -Y_1^\nu \overline{L}_I (i\sigma_2) H_S^* \nu_{IR} - Y_3^\nu \overline{L}_3 (i\sigma_2) H_S^* \nu_{3R} \\
&- Y_2^\nu [\, \overline{L}_I \kappa_{IJ} (i\sigma_2) H_1^* \nu_{JR} + \overline{L}_I \eta_{IJ} (i\sigma_2) H_2^* \nu_{JR} \,] \\
&- Y_4^\nu \overline{L}_3 (i\sigma_2) H_I^* \nu_{IR} - Y_5^\nu \overline{L}_I (i\sigma_2) H_I^* \nu_{3R} + h.c. \qquad I, J = 1, 2
\end{aligned}
$$

El término de masa de los neutrinos derechos es

$$
\mathcal{L}_M = -M_1 \nu_{IR}^T C \nu_{IR} - M_3 \nu_{3R}^T C \nu_{3R},
$$

La matriz de masas de los fermiones de Dirac tiene la forma genérica

$$
\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \mu_1 + \mu_2 & \mu_2 & \mu_5 \\ \mu_2 & \mu_1 - \mu_2 & \mu_5 \\ \mu_4 & \mu_4 & \mu_3 \end{pmatrix} ; \qquad M_\nu = M_{\nu D} \tilde{\mathsf{M}}^{-1} (M_{\nu D})^T
$$

Matrices de Masa II

Se introduce una simetría adicional Z_2 con lo cual se prohiben los acoplamientos de Yukawa $Y_1^e = Y_3^e = Y_1^\nu = Y_5^\nu = 0$.
Las matrices de masas se reparametrizan en función de las masas

$$M_e \approx m_\tau \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\tilde{m}_\mu}{\sqrt{1+x^2}} & \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\tilde{m}_\mu}{\sqrt{1+x^2}} & \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{1+x^2-\tilde{m}_\mu^2}{1+x^2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\tilde{m}_\mu}{\sqrt{1+x^2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\tilde{m}_\mu}{\sqrt{1+x^2}} & \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{1+x^2-\tilde{m}_\mu^2}{1+x^2}} \\ \frac{\tilde{m}_e(1+x^2)}{\sqrt{1+x^2-\tilde{m}_\mu^2}}e^{i\delta_e} & \frac{\tilde{m}_e(1+x^2)}{\sqrt{1+x^2-\tilde{m}_\mu^2}}e^{i\delta_e} & 0 \end{pmatrix}.$$

$$M_\nu = \begin{pmatrix} m_{\nu_3} & 0 & \sqrt{(m_{\nu_3}-m_{\nu_1})(m_{\nu_2}-m_{\nu_3})}e^{-i\delta_\nu} \\ 0 & m_{\nu_3} & 0 \\ \sqrt{(m_{\nu_3}-m_{\nu_1})(m_{\nu_2}-m_{\nu_3})}e^{-i\delta_\nu} & 0 & (m_{\nu_1}+m_{\nu_2}-m_{\nu_3})e^{-2i\delta_\nu} \end{pmatrix}.$$

No hay parámetros libres además de las fases δ_e y δ_ν.

Matriz de Mezcla

Con las matrices de masas reparametrizadas en función de las masas se construyen las matrices unitarias que diagonalizan a éstas en funcíon de las masas

$$U^{\dagger}_{d(u,e)L}\mathbf{M}_{d(u,e)}U_{d(u,e)R} = \mathsf{diag}(m_e, m_\mu, m_\tau)$$

$$U^{T}_{\nu}\mathbf{M}_{\nu}U_{\nu} = \mathsf{diag}(m_{\nu_1}, m_{\nu_2}, m_{\nu_3}).$$

con las cuales construimos la matriz de mezclas definida como

$$V_{MNS} = U^{\dagger}_{eL}U_{\nu}.$$

De la identificación

$$|V^{th}_{PMNS}| = |V^{PDG}_{PMNS}|.$$

se obtienen expresiones analíticas y exactas para los ángulos de mezcla de los neutrinos en función de las masas de los leptones cargados y los neutrinos sin parámetros libres.

Ángulos de mezcla y masas de neutrinos

Los ángulos de mezcla θ_{13} y θ_{23} dependen solo de las masas de los leptones cargados en excelente acuerdo con los datos experimentales

$$\sin\theta_{13} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} x \frac{(1+4x^2-\tilde{m}_\mu^4)}{\sqrt{1+\tilde{m}_\mu^2+5x^2-\tilde{m}_\mu^4}},$$

$$\sin\theta_{23} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1-2\tilde{m}_\mu^2+\tilde{m}_\mu^4}{\sqrt{1-4\tilde{m}_\mu^2+x^2+6\tilde{m}_\mu^4}}.$$

lo cual nos dan como resultado

$$(\sin^2\theta_{13})^{th} = 1.1 \times 10^{-5}, \quad (\sin^2\theta_{13})^{exp} \leq 0.025,$$

$$(\sin^2\theta_{23})^{th} = 0.499, \qquad (\sin^2\theta_{23})^{exp} = 0.5^{+0.06}_{-0.05}.$$

mientras que el ángulo solar depende de las masas de los neutrinos

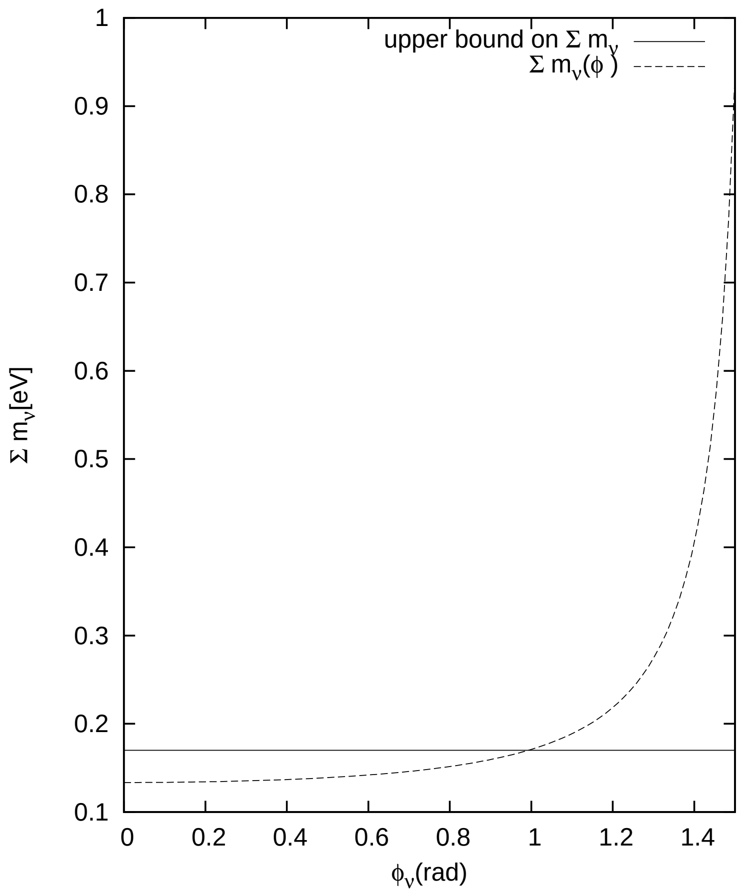
$$\tan^2\theta_{12} = \frac{(\Delta m_{12}^2 + \Delta m_{13}^2 + |m_{\nu_3}|^2\cos^2\phi_\nu)^{1/2} - |m_{\nu_3}||\cos\phi_\nu|}{(\Delta m_{13}^2 + |m_{\nu_3}|^2\cos^2\phi_\nu)^{1/2} + |m_{\nu_3}||\cos\phi_\nu|}$$

lo que nos permite fijar la escala de la masa de los neutrinos

Masas de neutrinos

De los valores numéricos para el ángulo de mezcla solar θ_{12} y las diferencias de los cuadrados de las masas de los neutrinos Δm^2_{13} y Δm^2_{12}

$$\sin^2\theta_{12} = 0.3 \quad \Delta m^2_{13} = 2.5\times 10^{-3} \quad \Delta m^2_{12} = 7.9\times 10^{-5}$$



y tomando para $\phi_\nu = 0$, se obtienen los valores para las masas de los neutrinos

$$\begin{aligned} |m_{\nu_2}| &\approx 0.056eV, \\ |m_{\nu_1}| &\approx 0.055eV, \\ |m_{\nu_3}| &\approx 0.022eV, \end{aligned}$$

en buen acuerdo con la cota para la suma de las masas de los neutrinos más restrictiva

$$\sum |m_{\nu_i}| < 1.7eV$$

FCNC I

En el ME las FCNC están suprimidas por el mecanismo de GIM. Modelos con mas de un doblete de $SU(2)$ de Higgs tienen FCNC a nivel árbol debido a el intercambio de campos escalares. La matriz de masas escrita en términos de los acoplamientos de Yukawa

$$\mathcal{M}_Y^e = Y_w^{E1} v_1 + Y_w^{E2} v_2,$$

Procesos que violan el sabor debido al intercambio de bosones escalares:

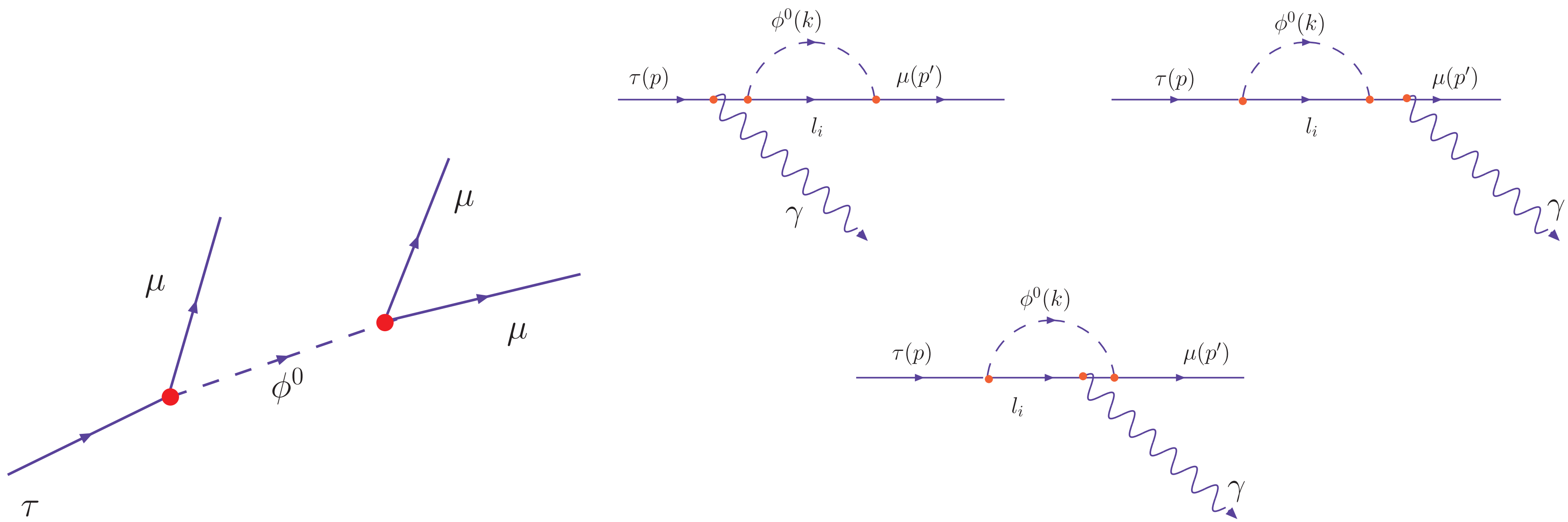


Figure 1: La figura de abajo a la izquierda es el diagrama de Feynman del proceso $\tau^- \to 3\mu$, mientras que los tres diagramas a la derecha son los tres diagramas de Feynman que contribuyen al proceso $\tau \to \mu\gamma$.

FCNC II

Las matrices de Yukawa en la base debil son

$$Y_w^{E1} = \frac{m_\tau}{v_1} \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\tilde{m}_\mu}{\sqrt{1+x^2}} & \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{1+x^2-\tilde{m}_\mu^2}{1+x^2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\tilde{m}_\mu}{\sqrt{1+x^2}} & 0 & 0 \\ \frac{\tilde{m}_e(1+x^2)}{\sqrt{1+x^2-\tilde{m}_\mu^2}}e^{i\delta_e} & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{1}$$

y

$$Y_w^{E2} = \frac{m_\tau}{v_2} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\tilde{m}_\mu}{\sqrt{1+x^2}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\tilde{m}_\mu}{\sqrt{1+x^2}} & \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{1+x^2-\tilde{m}_\mu^2}{1+x^2}} \\ 0 & \frac{\tilde{m}_e(1+x^2)}{\sqrt{1+x^2-\tilde{m}_\mu^2}}e^{i\delta_e} & 0 \end{pmatrix}. \tag{2}$$

en donde $\tilde{m}_e = m_e/m_\tau$, $\tilde{m}_\mu = m_\mu/m_\tau$ y $x = m_e/m_\mu$

FCNC III

Las matrices de Yukawa en la base de las masas definidas por

$$\tilde{Y}_m^{EI} = U_{eL}^{\dagger} Y_w^{EI} U_{eR}$$

están dadas por

$$\tilde{Y}_m^{E1} \approx \frac{m_\tau}{v_1} \begin{pmatrix} 2\tilde{m}_e & -\frac{1}{2}\tilde{m}_e & \frac{1}{2}x \\ -\tilde{m}_\mu & \frac{1}{2}\tilde{m}_\mu & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}\tilde{m}_\mu x^2 & -\frac{1}{2}\tilde{m}_\mu & \frac{1}{2} \end{pmatrix}_m ,$$

y

$$\tilde{Y}_m^{E2} \approx \frac{m_\tau}{v_2} \begin{pmatrix} -\tilde{m}_e & \frac{1}{2}\tilde{m}_e & -\frac{1}{2}x \\ \tilde{m}_\mu & \frac{1}{2}\tilde{m}_\mu & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2}\tilde{m}_\mu x^2 & \frac{1}{2}\tilde{m}_\mu & \frac{1}{2} \end{pmatrix}_m ,$$

Branching ratios

Definimos la tasa de ramificación (BR) parcial (Solo decaimientos leptónicos)

$$Br(\tau \to \mu e^+ e^-) = \frac{\Gamma(\tau \to \mu e^+ e^-)}{\Gamma(\tau \to e\nu\bar{\nu}) + \Gamma(\tau \to \mu\nu\bar{\nu})}$$

entonces

$$Br(\tau \to \mu e^+ e^-) \approx \frac{9}{4}\left(\frac{m_e m_\mu}{m_\tau^2}\right)^2 \left(\frac{m_\tau}{M_{H_{1,2}}}\right)^4,$$

Cálculos similares nos dan los siguientes resultados

$$Br(\tau \to e\gamma) \approx \frac{3\alpha}{8\pi}\left(\frac{m_\mu}{M_H}\right)^4,$$

$$Br(\tau \to \mu\gamma) \approx \frac{3\alpha}{128\pi}\left(\frac{m_\mu}{m_\tau}\right)^2 \left(\frac{m_\tau}{M_H}\right)^4,$$

$$Br(\tau \to 3\mu) \approx \frac{9}{64}\left(\frac{m_\mu}{M_H}\right)^4,$$

$$Br(\mu \to 3e) \approx 18\left(\frac{m_e m_\mu}{m_\tau^2}\right)^2 \left(\frac{m_\tau}{M_H}\right)^4,$$

$$Br(\mu \to e\gamma) \approx \frac{27\alpha}{64\pi}\left(\frac{m_e}{m_\mu}\right)^4 \left(\frac{m_\tau}{M_H}\right)^4.$$

Resultados numéricos

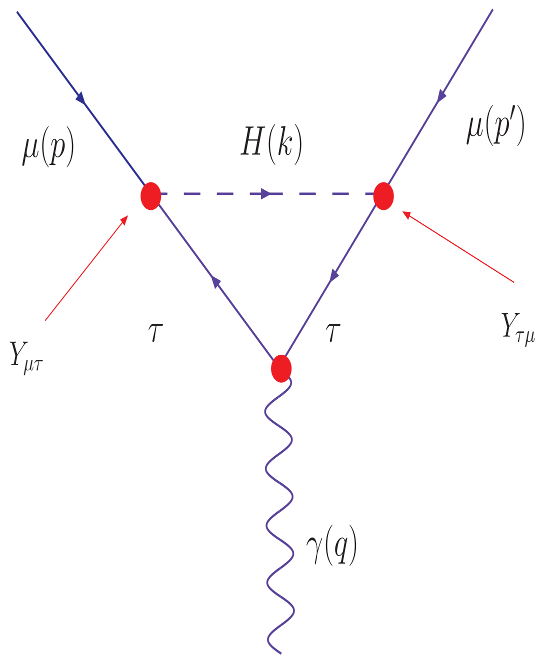
Table 1: Procesos leptónicos via FCNC

Procesos via FCNC	BR Teórico	Cota Experimental Superior de los BR	Referencias
$\tau \longrightarrow 3\mu$	8.43×10^{-14}	2×10^{-7}	B. Aubert *et. al.*
$\tau \longrightarrow \mu e^+ e^-$	3.15×10^{-17}	2.7×10^{-7}	B. Aubert *et. al.*
$\tau \longrightarrow \mu\gamma$	9.24×10^{-15}	6.8×10^{-8}	B. Aubert *et. al.*
$\tau \longrightarrow e\gamma$	5.22×10^{-16}	1.1×10^{-11}	B. Aubert *et. al.*
$\mu \longrightarrow 3e$	2.53×10^{-16}	1×10^{-12}	U. Bellgardt *et al.*
$\mu \longrightarrow e\gamma$	1×10^{-19}	1.2×10^{-11}	M. L. Brooks *et al.*

procesos FCNC pequeños que sirven de intermediarios a las interacciones no-standard de los quarks y los neutrinos podrían tener importancia en la descripción teórica del **colapso gravitacional del núcleo y la generación de choque** en la etapa explosiva de una supernova

Moménto magnético anómalo del Muón

Modelos con mas de un doblete de $SU(2)$ de Higgs también contribuyen al moménto magnético anómalo del muón debido al intercambio de escalares



La contribución al moménto magnético anómalo

del muón está dado por

$$\delta a_\mu = \frac{Y_{\mu\tau} Y_{\tau\mu}}{16\pi^2} \frac{m_\mu m_\tau}{M_H^2} \left(log \left(\frac{M_H^2}{m_\tau^2} \right) - \frac{3}{2} \right)$$

el cual nos da

$$\delta a_\mu = 2.6 \times 10^{-12}$$

valor que está por debajo de

$$\Delta a_\mu = a_\mu^{exp} - a_\mu^{SM} = (287 \pm 91) \times 10^{-11}$$

Conclusiones I

- En la Extensión Mínima S_3-invariante del ME, se obtienen matrices de masa para los fermiones de Dirac bien definidas y con la introducción de la simetría adicional Z_2 en el sector leptónico, se eliminan algunos de los acoplamientos de Yukawa con lo cual se reduce el número de parámetros

- Nosotros calculamos explícitamente las matrices de masa leptónica en función de las masas y un sólo parámetro libre, la fase de Dirac δ_e

- Calculamos también la matriz de masas de los neutrinos en función sólo de las masas de los neutrinos (complejas) y la fase de Dirac δ_ν.

- Esto nos permitió calcular la matriz de mezclas sólo en función de las masas de los leptones cargados y las masas de los neutrinos, la fase de Dirac $\delta = \delta_\nu - \delta_e$ y una sola fase de Majorana.

- Encontramos que esta forma de la teoría predice que los ángulos θ_{12} y θ_{12} sólo dependen de las masas de los leptones cargados en excelente acuerdo con los datos experimentales

$$(\sin^2\theta_{13})^{th} = 1.1 \times 10^{-5}, \quad (\sin^2\theta_{13})^{exp} \leq 0.025,$$

$$(\sin^2\theta_{23})^{th} = 0.499, \qquad (\sin^2\theta_{23})^{exp} = 0.5^{+0.06}_{-0.05}.$$

Conclusiones II

- Encontramos que el ángulo de mezcla solar depende muy debilmente de las masas de los leptones cargados y depende fuertemente de las masas de los neutrinos, lo cual nos permitió calcular las masas de los neutrinos

$$|m_{\nu_2}| \approx 0.056 eV,$$
$$|m_{\nu_1}| \approx 0.055 eV,$$
$$|m_{\nu_3}| \approx 0.022 eV,$$

- Después de verificar que la teoría describe la fenomenología de masas y mezclas de los neutrinos en excelente acuerdo con los datos experimentales, calculamos los procesos leptónicos que violan sabor y encontramos que absolutamente todos éstos estan muy suprimidos en muy buen acuerdo con las cotas experimentales terrestres.

- Encontramos que la supresión de los procesos que violan el sabor viene de la jerarquía en las masas de los leptones m_e/m_τ y m_μ/m_τ, y por el cociente tan pequeño$\left(m_\tau/M_{H_{1,2}}\right)^4$.

- Si bien, los valores encontrados para los procesos que violan sabor son muy pequeños comparado con las cotas experimentales terrestres, por ser no nulos podrian ser importantes en procesos astrofísicos.