Principios Físicos de las Fuentes de Luz Compactas.

Efecto Compton Inverso

Matías Moreno y Gerardo Herrera

matias@fisica.unam.mx gherrera@fis.cinvestav.mx

Instituto de Física, UNAM

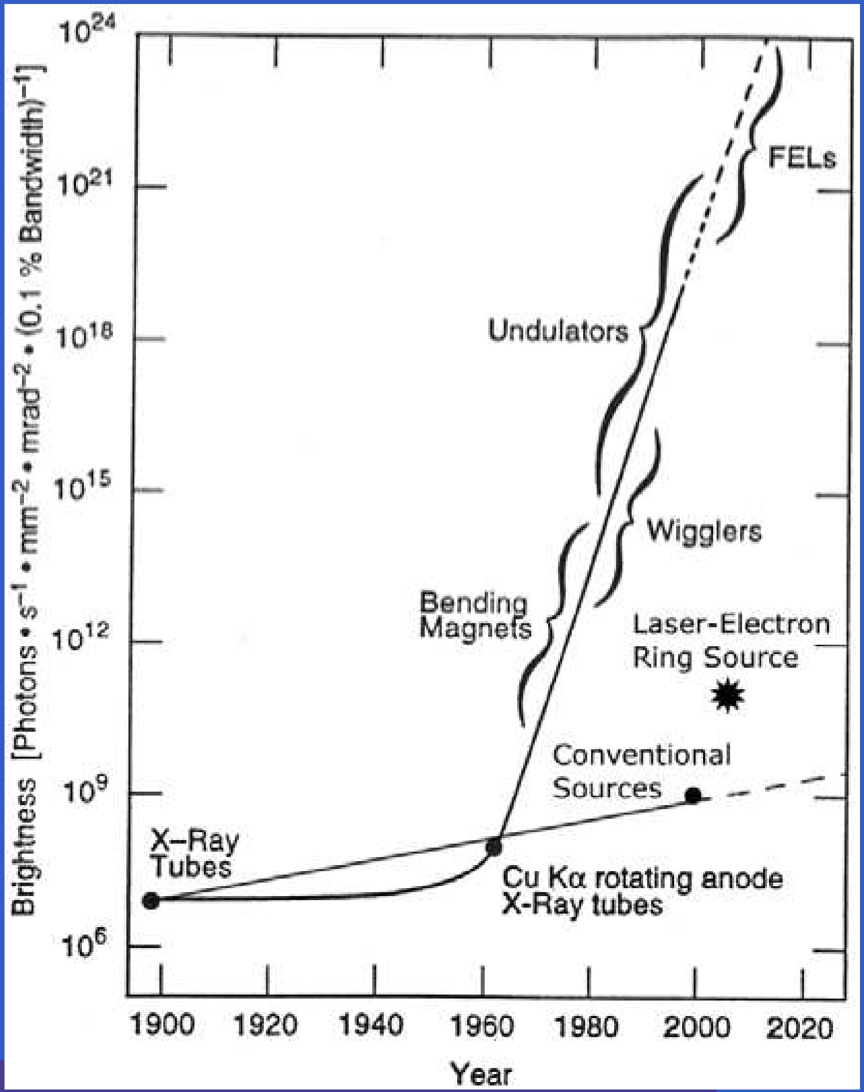
Depto. de Física, Cinvestav

Luz de sincrotrón

Útil por

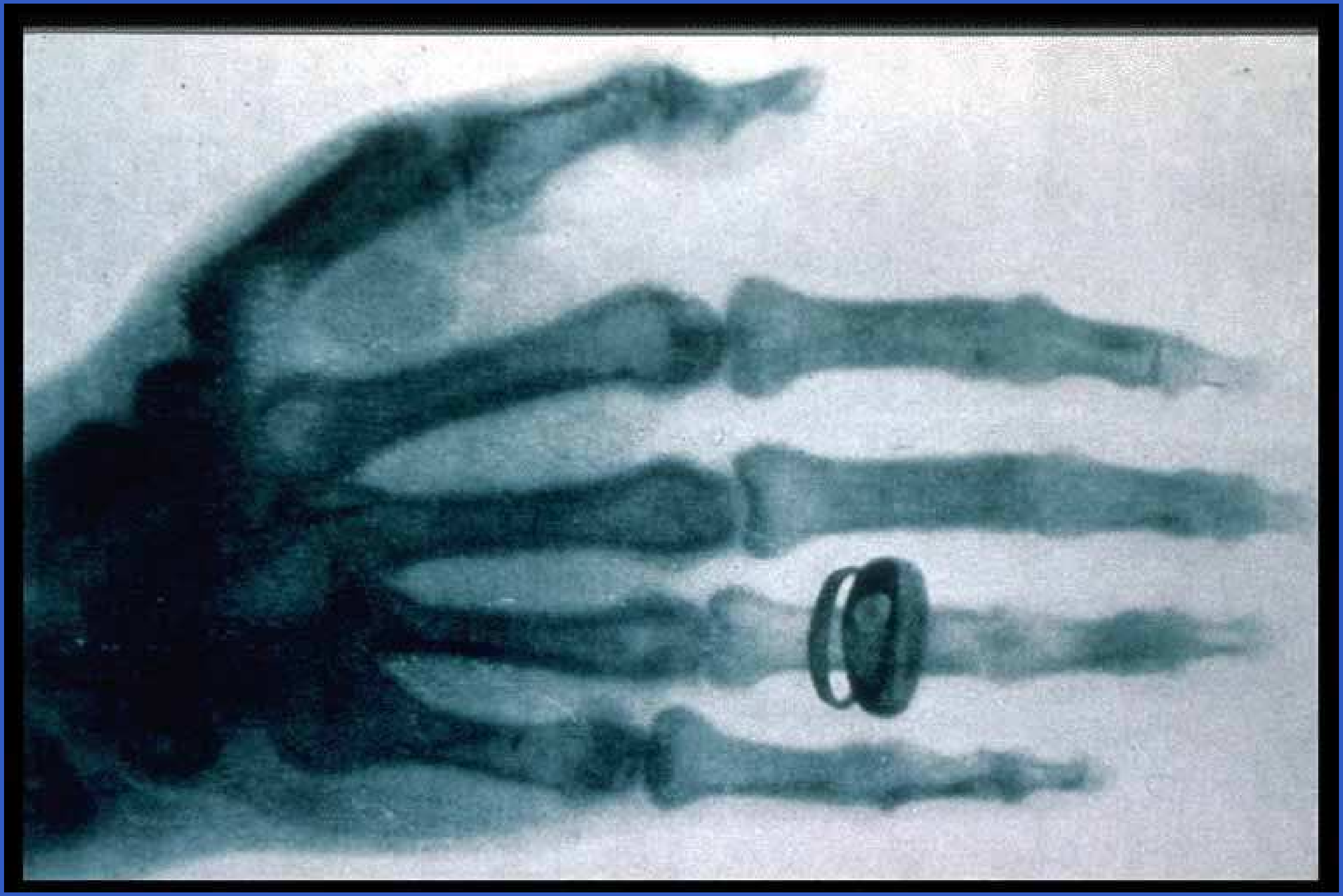
- Longitud de onda del tamaño típico de un átomo, $\lambda = 0{,}1\, nm = 100\, pm = 1\, \dot{A}$.
- Alta intensidad.
- hay un grado de entonabilidad (como en un prisma).

Historia

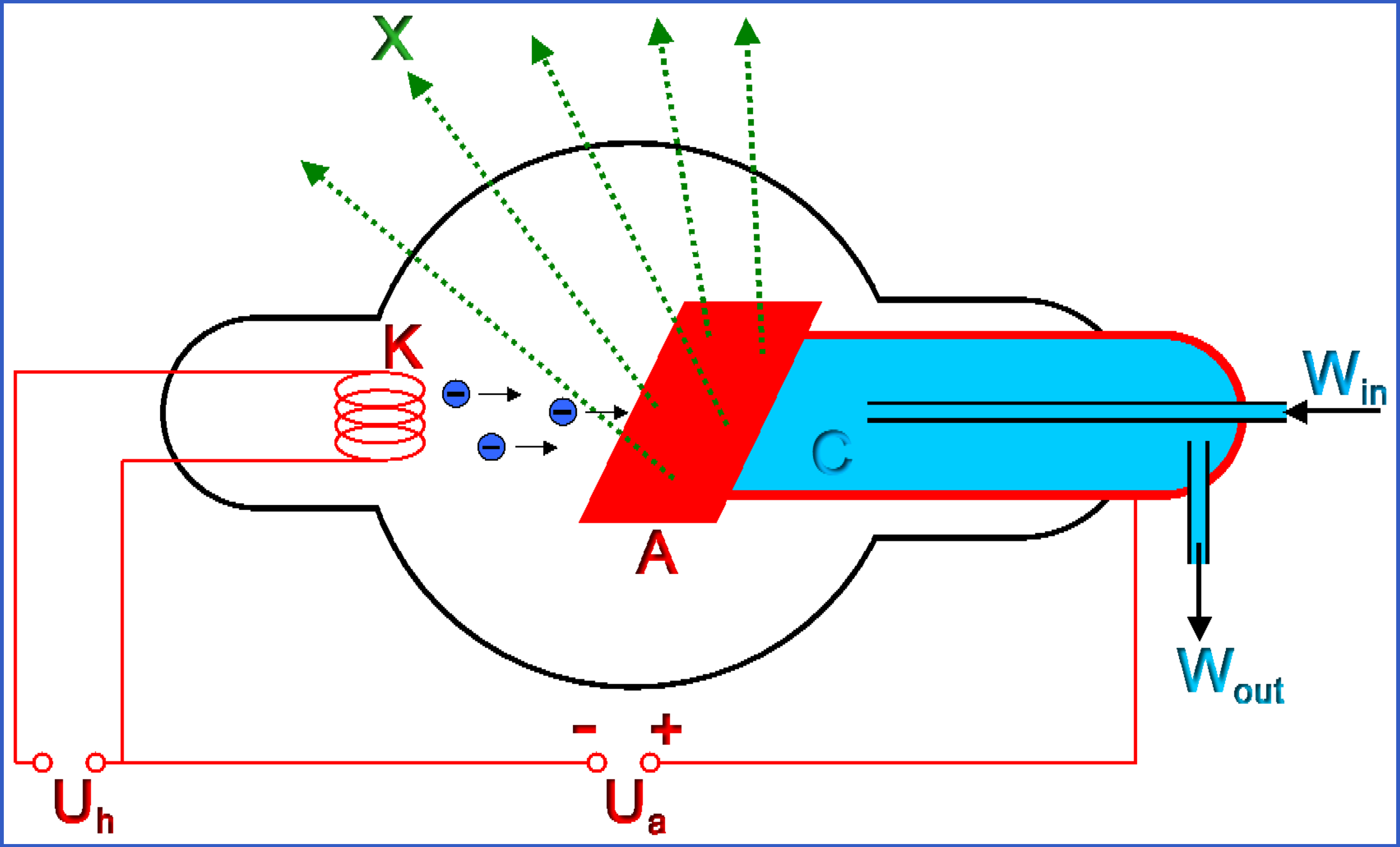


Brightness [Photons • s^{-1} • mm^{-2} • mrad^{-2} • (0.1 % Bandwidth)$^{-1}$]
10^{24}
10^{21}
10^{18}
10^{15}
10^{12}
10^{9}
10^{6}
1900 1920 1940 1960 1980 2000 2020
Year
FELs
Undulators
Wigglers
Bending Magnets
Laser-Electron Ring Source
Conventional Sources
X–Ray Tubes
Cu Kα rotating anode X-Ray tubes

Rayos X



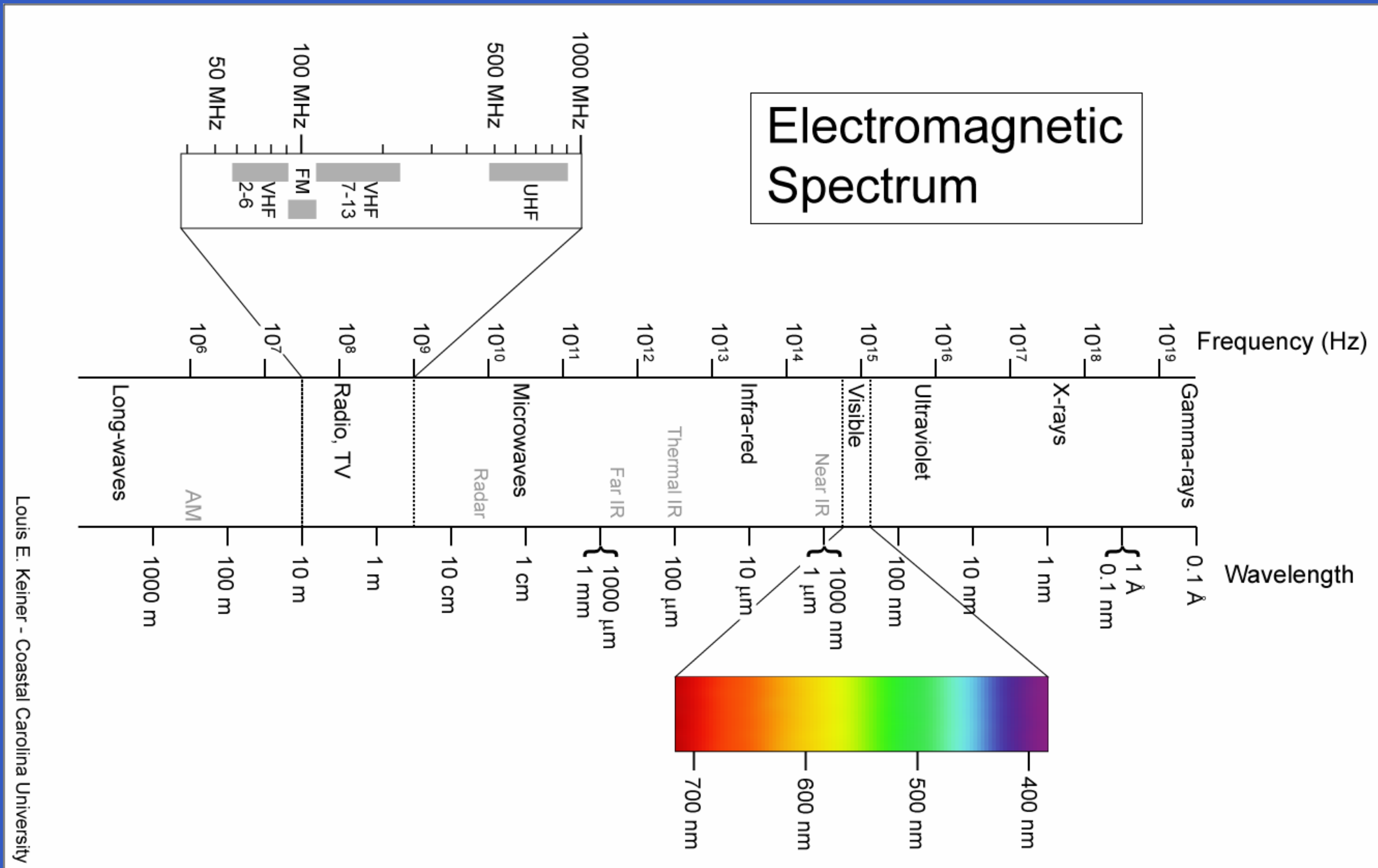
Rayos X: XIX



Espectro

Espectro 2

Espectro Electromagnético



Espectro-energía

CLASS	FREQUENCY	WAVELENGTH	ENERGY
γ	300 EHz	1 pm	1.24 MeV
HX	30 EHz	10 pm	124 keV
	3 EHz	100 pm	12.4 keV
SX	300 PHz	1 nm	1.24 keV
EUV	30 PHz	10 nm	124 eV
NUV	3 PHz	100 nm	12.4 eV
NIR	300 THz	1 μm	1.24 eV
MIR	30 THz	10 μm	124 meV
FIR	3 THz	100 μm	12.4 meV

UNAM

Espectro-energía

La relación entre ambas la da la mecánica cuántica

$$E = h\nu = hc/\lambda = \frac{1240(eV\ nm)}{\lambda} \qquad (1)$$

Sincrotrón


ARGONNE GUEST HOUSE
CENTRAL LAB / OFFICE BUILDING
UTILITY BLDG.
CONFERENCE CENTER
RF / EXTRACTION BLDG.
LINAC / INJECTION BLDG.
LOW-ENERGY UNDULATOR TEST LINE
EXPERIMENT HALL
STORAGE RING
LAB/OFFICE MODULES

UNAM

Concepto del Sincrotrón

Larmor: acelera una partícula cargada y obtendrás una potencia emitida

$$P = \frac{2}{3}\frac{e^2\dot{v}^2}{c^3} \tag{2}$$

se generaliza con $\beta = v/c$ y $\gamma = E/mc^2$

$$P = \frac{2}{3}\frac{e^2}{m^2c^3}\frac{dp}{d\tau}\cdot\frac{dp}{d\tau} = \frac{2}{3}\frac{e^2\gamma^6}{c}[\dot{\beta}^2 - (\beta\times\dot{\beta})^2] \tag{3}$$

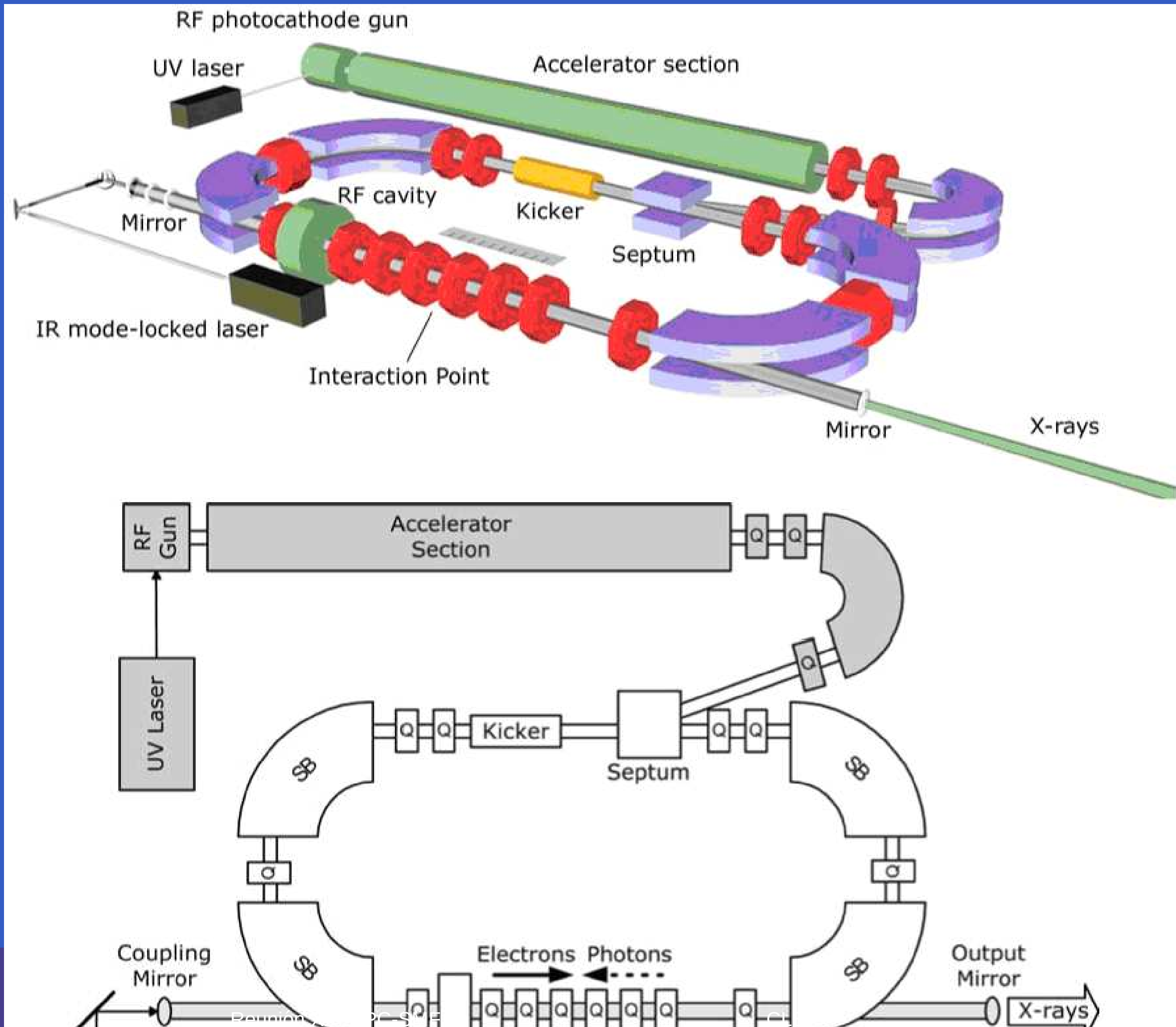
para un movimiento circular

$$P = \frac{2}{3}\frac{e^2c}{R^2}\beta^4\gamma^4, \tag{4}$$

Resultados Sincrotrón

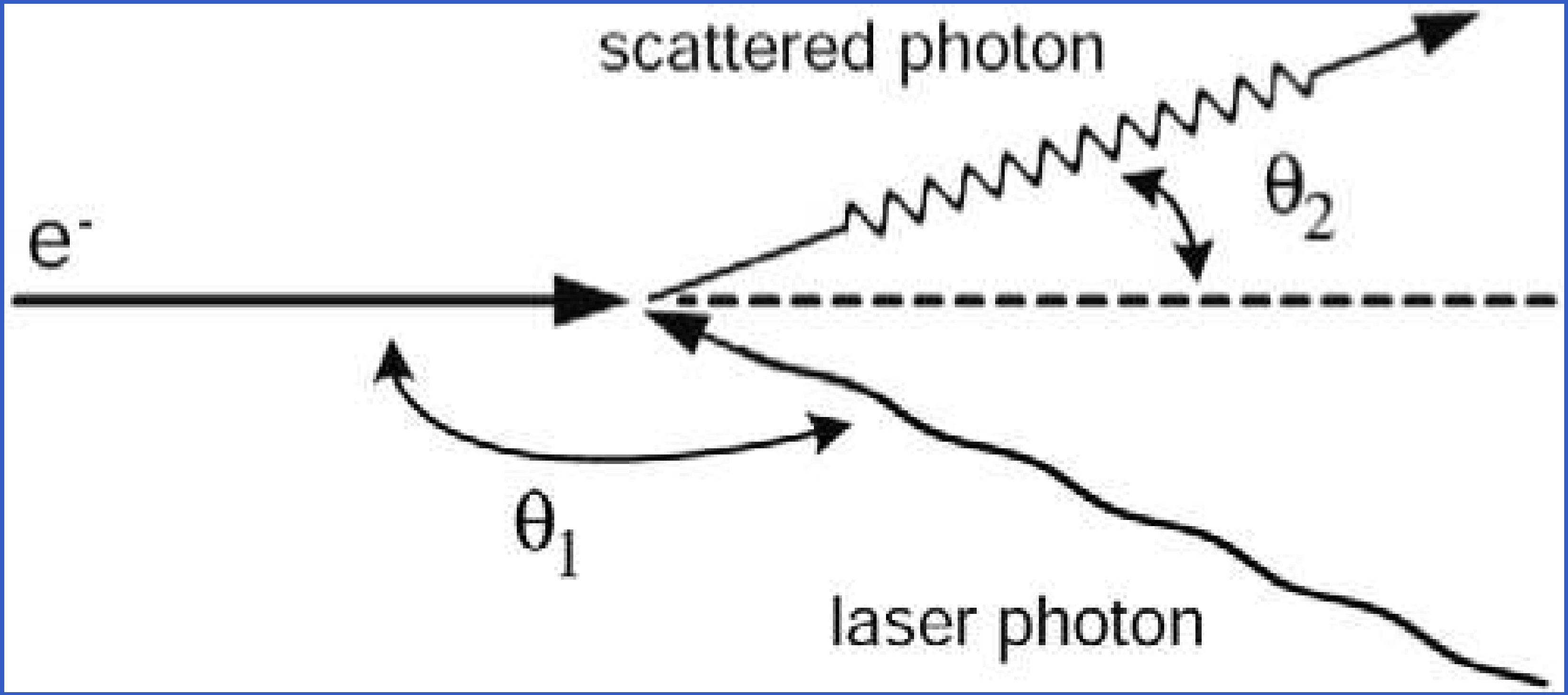
- Luz emitida tangente a la trayectoria.
- Luz polarizada en la dirección de la aceleración.
- Energía de los electrones limitada por las pérdidas de energía a decenas de GeV.
- El radio R está limitado por los máximos campos magnéticos estables (unos pocos Teslas)
- El espectro de emisión de luz se puede ajustar a los rayos X.

Concepto electrón-láser: $\approx$ 2000



UNAM

Efecto Compton



Efecto Compton 1

En el efecto Compton tradicional el electrón inicial está en reposo

$$\begin{aligned} p^i + k^i &= p^f + k^f \\ p^f &= p^i + k^i - k^f \\ m^2 &= m^2 + 2p^i \cdot \Delta k + (\Delta k)^2, \;\; \Delta k = k^i - k^f \end{aligned}$$

por lo que obtenemos la formula de Compton en forma covariante

$$p^i \cdot \Delta k = k^f \cdot k^i \tag{5}$$

Efecto Compton 2

En efecto con $p^i = (mc, 0)$

$$mc^2\,\Delta E_\gamma = E^i_\gamma\,E^f_\gamma\,(1 - \cos\theta_{\gamma\gamma}) \tag{6}$$

dividiendo entre el producto $mc^2\,E^i_\gamma\,E^f_\gamma$

$$\lambda^f - \lambda^i = \lambda_C\,(1 - \cos\theta_{\gamma\gamma}) \tag{7}$$

donde $\lambda_C = h/mc$ es la longitud de onda de Compton y por Planck $E_\gamma = h\nu = hc/\lambda$.

UNAM

Compton covariante

Si ahora en $p^i \cdot \Delta k = k^f \cdot k^i$ usamos $p^i = (E^i/c, \vec{p})$ obtenemos

$$E^i k^i (1 - \beta \cos\theta^i) - E^i k^f (1 - \beta\cos\theta^f) = k^i k^f (1 - \cos\theta_{\gamma\gamma}) \qquad (8)$$

donde $E^i, k^i = E^i_\gamma, k^f = E^f_\gamma$ son las energías del electrón inicial el y los fotones inicial y final respectivamente.

Dividiendo ahora entre el producto $E^i k^i k^f$ obtenemos

$$\lambda^f (1 - \beta\cos\theta^i) = \lambda^e (1 - \cos\theta_{\gamma\gamma}) + \lambda^i (1 - \beta\cos\theta^f) \qquad (9)$$

donde se introdujo $\lambda^e = hc/E^i$ la longitud de onda del electrón λ^e relacionada con las de de Broglie y Compton por

λ^e

$$\frac{1}{(\lambda^e)^2} = \frac{1}{(\lambda_C)^2} + \frac{1}{(\lambda_B)^2} \tag{10}$$

con $\lambda_B = h/p$ la longitud de de Broglie del electrón.
De la relación (9) se obtiene la longitud de onda del fotón saliente en términos de los parámetros de laboratorio. Para $\beta \approx 1$ y $\theta^i \approx \pi$ se obtiene

$$\lambda^f = \frac{\lambda^e}{2}\frac{1-\cos\theta_{\gamma\gamma}}{1-x} + \frac{\lambda^i}{2}\frac{1-\beta\cos\theta^f}{1-x} \tag{11}$$

con $x = \frac{1}{2}(1+\beta\cos\theta^i)$ muy pequeño.

CLS

El problema es delicado pues hay varias expresiones que se anulan veamos

Con $\theta^i = \pi$ se tiene $\theta^f = \pi - \theta_{\gamma\gamma}$ por lo que

$$2(1-x)\lambda^f = 2\lambda'^f = \lambda^i(1-\beta\cos\theta^f) + \lambda^e(1+\cos\theta^f)$$

a ángulos pequeños $\cos\theta^f \approx 1 - (\theta^f)^2/2$ con lo que

$$2\lambda'^f = \lambda^i(1-\beta-\beta(\cos\theta^f - 1)) + \lambda^e(1+\cos\theta^f)$$

definiendo

$$y = \frac{(1-\cos\theta^f)}{2} \approx \frac{{\theta^f}^2}{4}$$

CLS

$$y = \frac{(1 - \cos\theta^f)}{2} \approx \frac{{\theta^f}^2}{4}$$

Con lo que

$$\lambda'^f = \lambda^i(\frac{1-\beta}{2} + \beta y) + \lambda^e(1-y)$$

Usando

$$1 - \beta = \frac{1-\beta^2}{1+\beta} = \frac{1}{\gamma^2(1+\beta)} = \frac{m^2c^4}{E_i^2(1+\beta)} = \frac{\lambda^{e2}}{\lambda_C^2(1+\beta)}$$

CLS

con lo que

$$\lambda'^{f} = \lambda^{i}(\frac{\lambda^{e2}}{\lambda_C^2(1+\beta)} + \beta y) + \lambda^{e}(1-y)$$

Hasta aquí la fórmula es exacta y muestra que hay una gran competencia entre términos pequeños.
Para un láser y un pequeño sincrotrón o un acelerador lineal, también pequeño,

$$\lambda^{i} \approx 6,000\dot{A},\ \gamma \approx 10 \rightarrow 100$$

$$\lambda^{e} = \lambda_C/\gamma \approx 10^{-(4\rightarrow 5)}\dot{A} << 10^{3}\dot{A} \approx \lambda^{i}$$

CLS

Para $\theta^f = 0, \; y = 0$ y despreciando el término λ^e

$$\lambda'^f = \lambda^i \left(\frac{\lambda^{e2}}{\lambda_C^2 (1+\beta)} \right) \approx \frac{\lambda^i}{2\gamma^2}$$

Para obtener luz de $1\dot{A}$ a partir de un láser de $6000\dot{A}$ necesitamos

$$\gamma = \sqrt{6000/2} = 55 \rightarrow E^i = 27\, MeV$$

Éste es comparable al resultado de Ruth y Cia.: $25 \; MeV$

Pero

Si $\theta^f \neq 0$

$$\beta y \approx {\theta^f}^2/4 \simeq 1/2\gamma^2$$

$$\theta^f \simeq \sqrt{2}/\gamma = 1/77 \simeq 0{,}7^o$$

Quizás esto explica porqué no se hizo antes.

Falta analizar: Sección diferencial y taza de radiación.

¿ CLS ? ¡ Quizás !