

Quintaesencia Modular: Energía Oscura Dinámica Inspirada en Cuerdas

En colaboración con H. Gordillo, I. Portillo, S. Ramos-Sánchez e I. Zavala [2509.22781]

Miguel Ángel Hernández Segura
Instituto de Física, UNAM

Segundo Taller *Más allá del Modelo Estándar
y Astropartículas*

Organización de la charla

- ❖ Motivación
- ❖ Breve descripción de la cuerda heterótica
- ❖ Módulos y simetrías modulares
- ❖ Acciones efectivas: SUGRA
- ❖ Búsqueda numérica
- ❖ Resultados
- ❖ Conclusiones

Motivación

Fenomenología de cuerdas:

Describir física 4D desde un marco teórico de carácter más fundamental.

Conocemos su éxito en cuanto a física de partículas, pero

¿qué pasa con el sector gravitacional?



[English Plus, Danny Ballan 2024]

Estado del Arte de la Cosmología

En el marco de la relatividad general tenemos un entendimiento acertado al asumir isotropía y homogeneidad a gran escala.

- ❖ Métrica FRW, Ecs. de Einstein + Ec. de estado
- ❖ Λ CDM
- ❖ Entre las cosas que plantea explicar: **la expansión acelerada del universo**
- ❖ Solución(?) Vivimos en una era dominada por **energía oscura**, pero ¿cuál es su naturaleza? ¿podrá teoría de cuerdas darnos respuestas?
- ❖ DESI - Fuertes **indicios** de que la Energía Oscura es un objeto dinámico

[Baumann, Cosmology]

[DESI Collaboration, 2503.14743]

de Sitter o Quintaesencia

- ❖ Tarea:

Explicar la expansión acelerada del universo a través de teoría de cuerdas, utilizando *fuertemente* las simetrías modulares de la teoría

- ❖ Opciones:

Vacío estable de De Sitter (compatible con Λ CDM, contraejemplo al swampland) [0509212, 2102.01111 ,2212.06187]

Quintaesencia (solución conceptualmente favorecida por DESI) [1810.08634, 1809.00726, 1808.08967]

Marco de Trabajo: Teoría Heterótica de Cuerdas

A grandes rasgos:

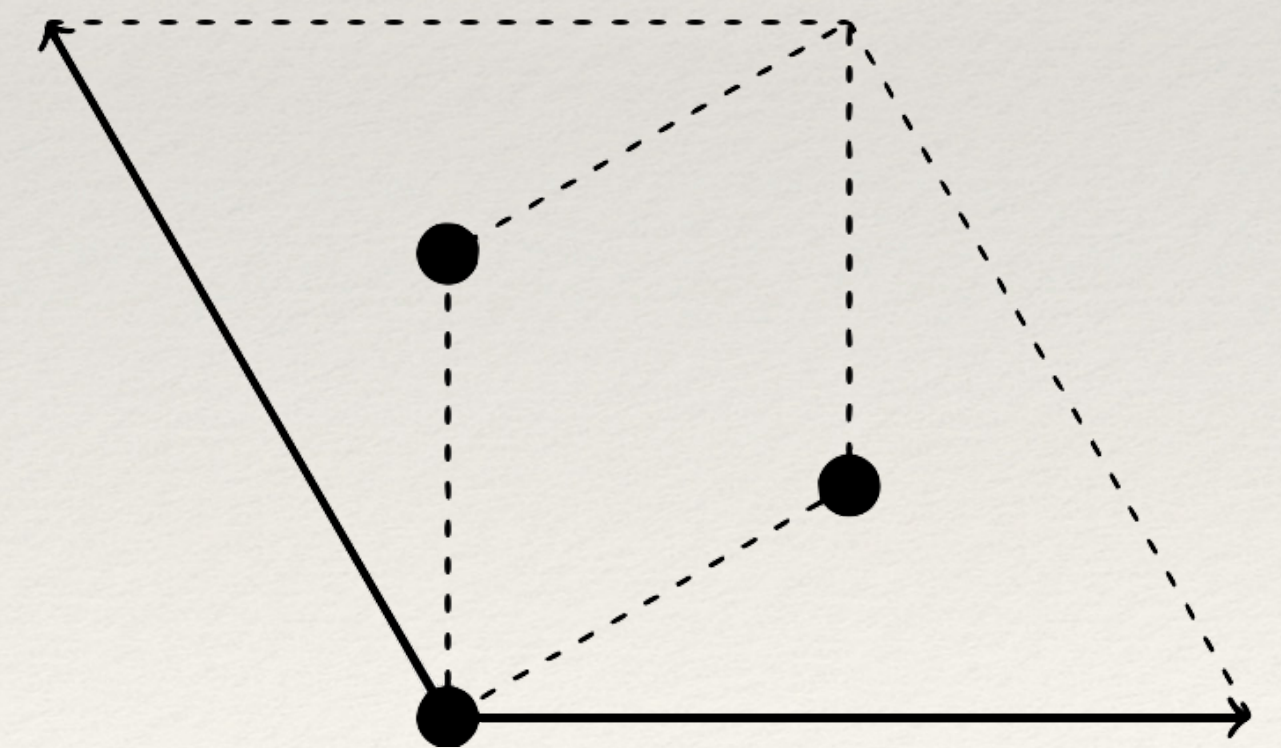
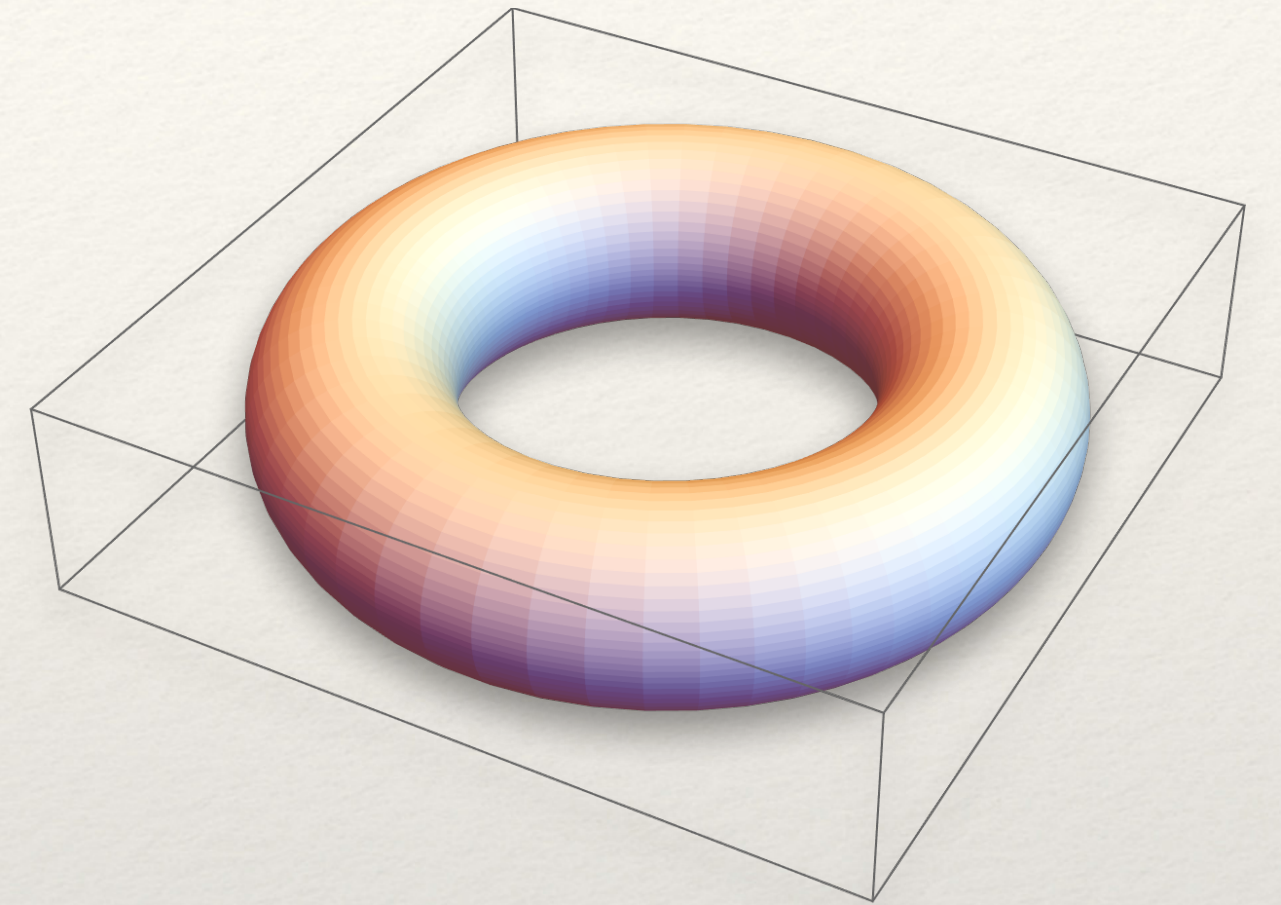
- ❖ Teoría 10 dimensional
- ❖ Teoría supersimétrica
- ❖ Grupo de norma:
 $E_8 \times E_8$ o $SO(32)$
- ❖ Simetrías modulares

[Ibañez Uranga, String Theory and Particle Physics]

Reducción Dimensional

- ❖ Vamos de una teoría 10 dim a una 4 dim
- ❖ Ansatz $\mathcal{M}_{10} \rightarrow M_4 \times X_6$
- ❖ En general X_6 es una variedad de Calabi-Yau
- ❖ En este trabajo, X_6 es un orbifolio \mathbb{Z}_6 -II

[Ibáñez Uranga, String Theory and Particle Physics]



Simetrías Modulares

- ❖ Una importante cualidad de teoría de cuerdas es la invariancia modular
- ❖ Las simetrías del toro son simetrías de la teoría
- ❖ Cocientes de $SL(2, \mathbb{Z})$ con subgrupos normales
- ❖ Dependen de la compactificación
- ❖ Surgen formas modulares, i.e. objetos que transforman de manera especial ante el grupo modular en turno

$$\Phi^{(n)} \xrightarrow{\gamma} \Phi^{(n)'} := (c\tau + d)^n \rho_s(\gamma) \Phi^{(n)}, \quad \gamma \in \Gamma. \quad [\text{H. Nilles, S. Ramos-Sánchez, P. Vaudrevange 2004.05200}]$$

Elementos del Espectro 4D: Módulos

- ❖ Es natural encontrar campos escalares en el espectro 4D
- ❖ Entre ellos destacan los campos modulares
- ❖ Codifican información geométrica (tamaño y forma) de las 6 dimensiones compactas
- ❖ Neutros ante simetrías de norma, transforman ante simetrías modulares
- ❖ Para tener fenomenología correcta, **necesitan estabilizarse**

Acción Efectiva 4D: Supergravedad

- ❖ Al realizar la reducción dimensional de la teoría obtenemos una acción efectiva, generalmente esta acción corresponde a una teoría 4D de supergravedad $\mathcal{N} = 1$
- ❖ Este tipo de teorías están codificadas en 2(3) objetos
- ❖ Potencial de Kähler $K = K(\phi, \bar{\phi})$ - términos cinéticos
- ❖ Superpotencial $W = W(\phi)$ - términos de interacción

[Ibañez Uranga, String Theory and Particle Physics]

[F. Quevedo, Lectures on Extra Dimensions and Supersymmetry]

Sector Escalar de SUGRA

- ❖ En el contexto cosmológico es de especial interés el sector escalar de nuestra acción efectiva, la dinámica relevante está contenida en el potencial escalar dado por

$$V = e^K \left[K_{A,B} D_A W D^B W - 3 |W|^2 \right].$$

[F. Quevedo, Lectures on Extra Dimensions and Supersymmetry]

Descripción del Modelo

- ❖ Modelo particular:
Compactificamos en un orbifold $\mathbb{Z}_6 - \text{II}$. Está dotado del grupo de simetría de sabor ecléctica $T' \cup \Delta(54) \times \mathbb{Z}_9$, cuya parte modular es el grupo T' .
- ❖ Elegimos este escenario, pues conocemos la forma explícita de las formas modulares de T' . Están dadas por

$$\hat{Y}_1(\tau) = -3\sqrt{2} \frac{\eta(3\tau)^3}{\eta(\tau)}, \quad \hat{Y}_2(\tau) = 3 \frac{\eta(3\tau)^3}{\eta(\tau)} + \frac{\eta(\tau/3)^3}{\eta(\tau)}.$$

[X.G. Liu, G.-J. Ding, 1907.01488]

[H. Nilles, S. Ramos-Sánchez, P. Vaudrevange 2004.05200]

[A. Baur, H. Nilles, S. Ramos-Sánchez, A. Trautner, P. Vaudrevange 2405.20378]

Descripción del Modelo

- ❖ En nuestro modelo, la teoría efectiva está definida por las siguientes funciones:

$$K = -\log \left[S + \bar{S} - \frac{1}{8\pi^2} \delta_{GS} \log (i\bar{\tau} - i\tau) \right] - \log (i\bar{\tau} - i\tau) ,$$

$$W = -\frac{1}{\sqrt{2}} \tilde{\lambda}_1 \hat{Y}_1(\tau) + \tilde{\lambda}_2 \hat{Y}_2(\tau) + \Omega_1(S) \frac{H_1(\tau)}{\eta(\tau)^2} + \Omega_2(S) \frac{H_2(\tau)}{\eta(\tau)^2} ,$$

$$H_i(\tau) = (J(\tau) - 1728)^{\frac{m_i}{2}} J(\tau)^{\frac{n_i}{3}} \mathcal{P}(J(\tau)), \quad J(\tau) = 1728 \frac{E_4(\tau)^3}{E_4(\tau)^3 - E_6(\tau)^2} .$$

[S. Parameswaran, S. Ramos-Sánchez, I. Zavala 1009.3931]

[M. Cvetič, A. Font, L. Ibáñez, D. Lust, F. Quevedo 1991]

Descripción del Modelo

❖ Más definiciones

$$\Omega_a(S) = \frac{c_a}{e} \frac{b_a^0}{96\pi^2} \exp \left[\frac{24\pi^2}{b_a^0} f_a \right]$$

$$H_i(\tau) = (J(\tau) - 1728)^{\frac{m_i}{2}} J(\tau)^{\frac{n_i}{3}} \mathcal{P}(J(\tau)),$$

$$J(\tau) = 1728 \frac{E_4(\tau)^3}{E_4(\tau)^3 - E_6(\tau)^2}.$$

[S. Parameswaran, S. Ramos-Sánchez, I. Zavala 1009.3931]

[M. Cvetič, A. Font, L. Ibáñez, D. Lust, F. Quevedo 1991]

Descripción del Modelo

❖ De modo que el potencial escalar se puede escribir como

$$V = e^K \left[\left| YW_S - W \right|^2 + \frac{Y}{Y - \frac{\delta_{GS}}{8\pi^2}} \left| \frac{\delta_{GS}}{8\pi^2} \left(\frac{2W}{Y} - W_S \right) + i(i\bar{\tau} - i\tau)W_\tau - W \right|^2 - 3|W|^2 \right],$$

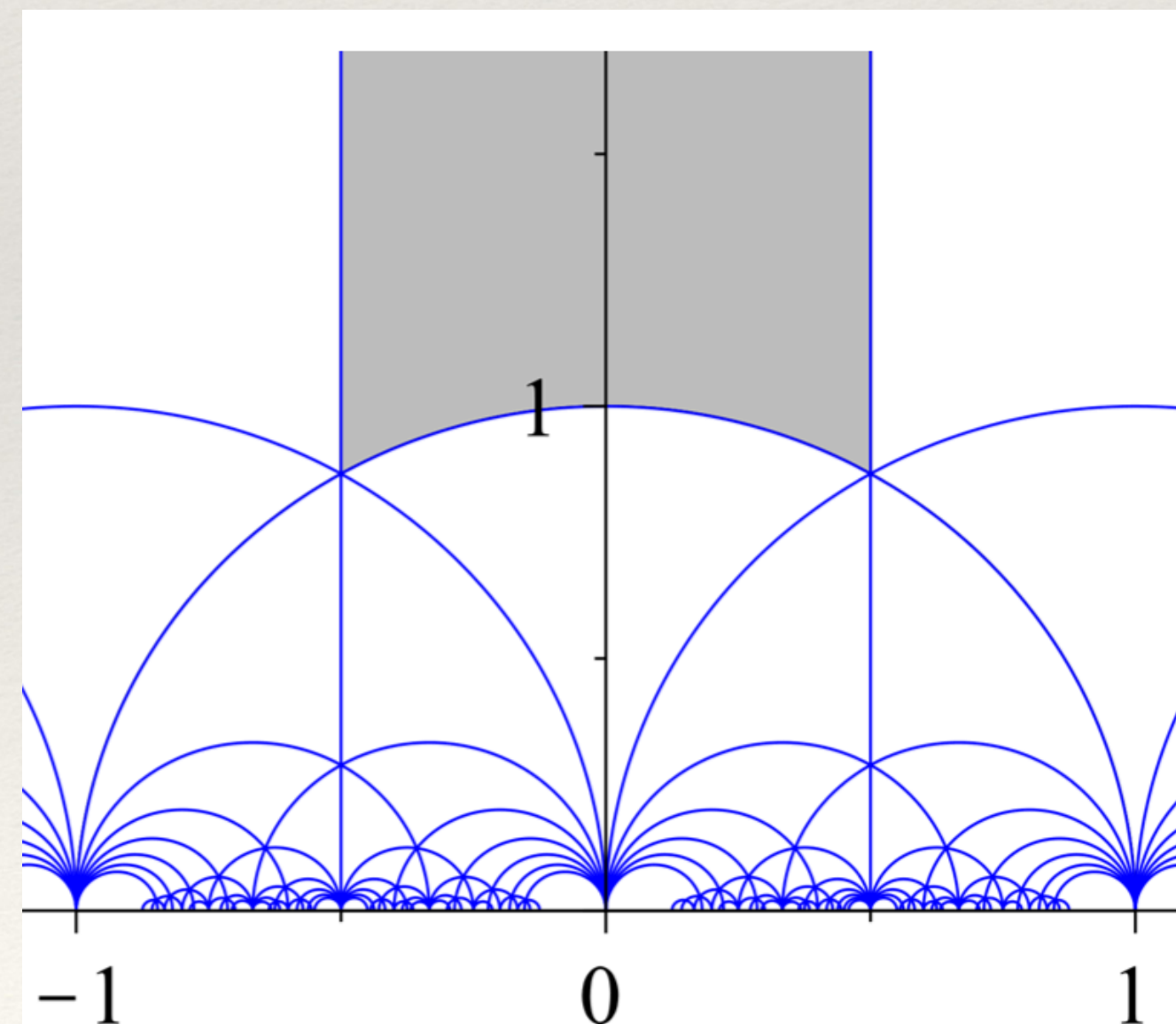
$$Y = S + \bar{S} - \frac{1}{8\pi^2} \delta_{GS} \log (i\bar{\tau} - i\tau) .$$

Búsqueda Numérica

- ❖ Realizamos una búsqueda exhaustiva de mínimos estables de De Sitter, usando rutinas de minimización usuales en Mathematica, así como técnicas de Machine Learning mediante implementaciones de ADAM en Python
- ❖ Obtuvimos gran diversidad de resultados

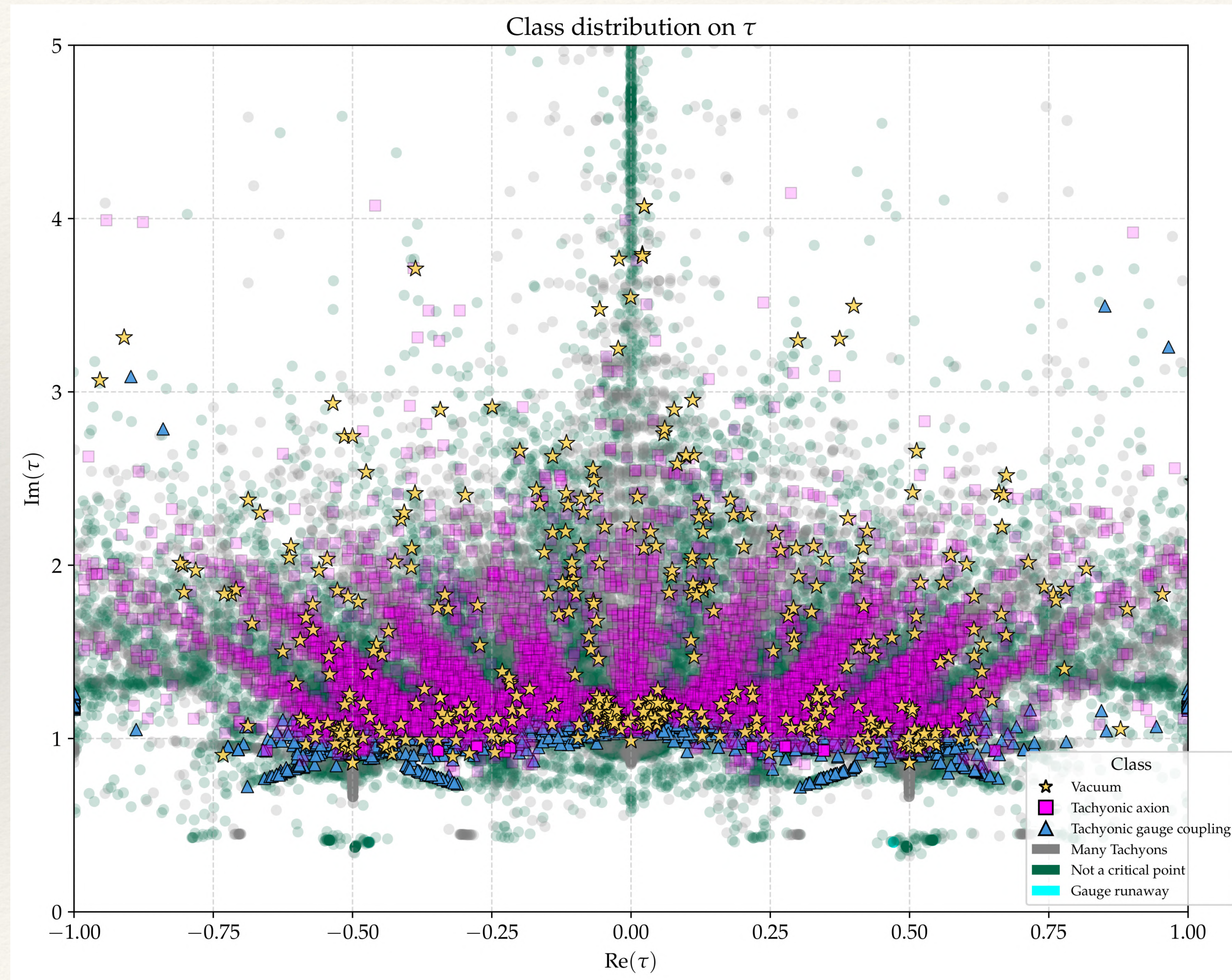
Búsqueda Numérica

- ❖ Las búsquedas consistieron en construir combinaciones aleatorias del tipo $\{n_1, m_1, n_2, m_2, \operatorname{Re}(\tau), \operatorname{Im}(\tau), \operatorname{Re}(S), \operatorname{Im}(S)\}$ con $n_i, m_i \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, $\{\operatorname{Re}(\tau), \operatorname{Im}(\tau), \operatorname{Re}(S), \operatorname{Im}(S)\}$ los puntos de inicio de la búsqueda, tales que $\operatorname{Re}(\tau), \operatorname{Im}(\tau)$ están en el dominio fundamental de $\operatorname{SL}(2, \mathbb{Z})$ y $1.5 \leq \operatorname{Re}(S) \leq 2.3$



[L.Rollen Notes on Modular Forms]

Resultados: el Penacho de Moctezuma



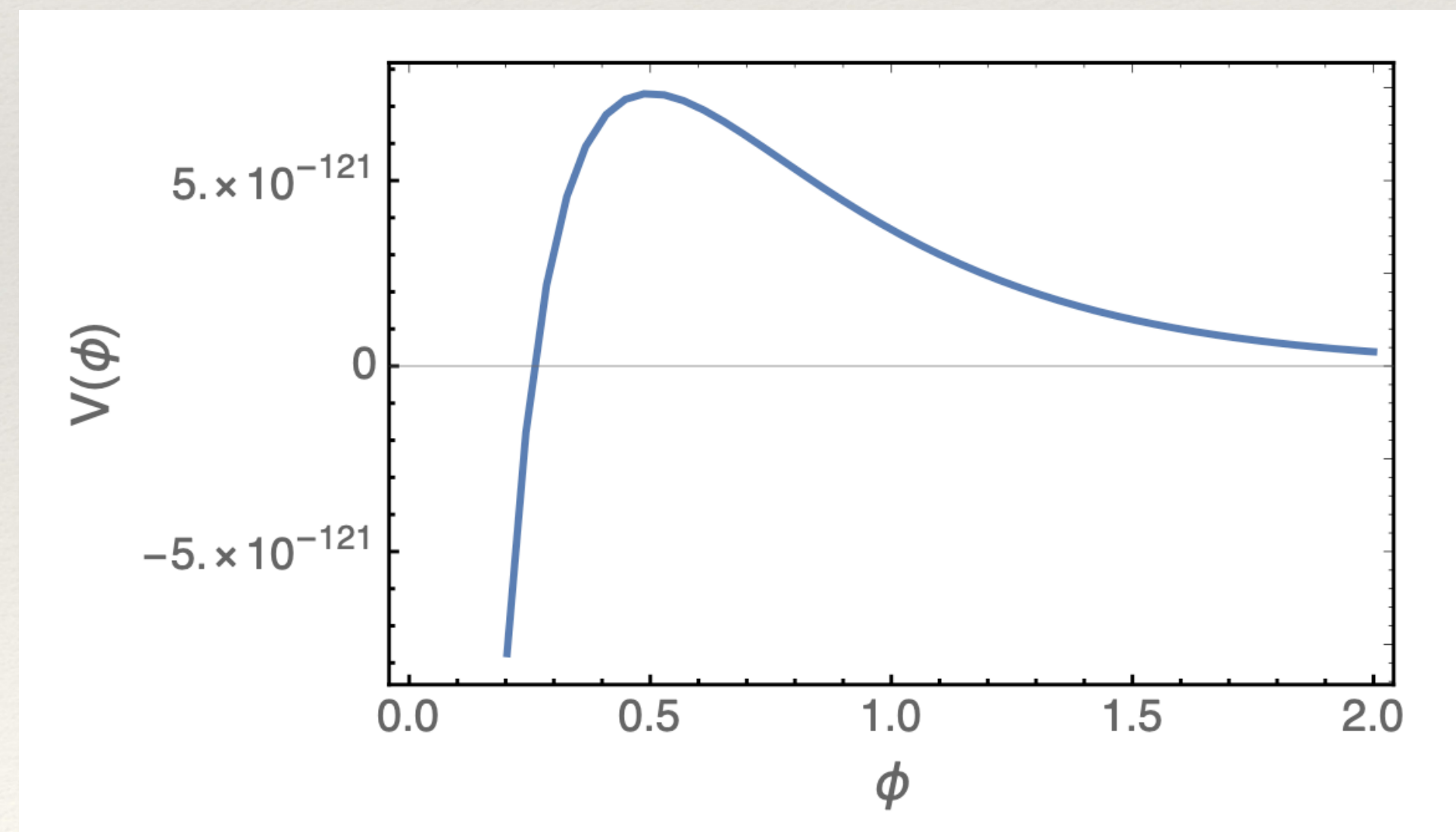
$\tilde{\lambda}_1$	$\tilde{\lambda}_2$	c_1	c_2	b_1	b_2	b_1^0	b_2^0	M_d	k_1	k_2	δ_{GS}
3/25000	3/5000000	1	$8\pi^2 e$	5	-26	-9	-12	1/65	1	1	-1

Resumen de la Búsqueda

- ❖ Tenemos dos tipos de puntos críticos relevantes:
 - Mínimos Anti de Sitter, i.e. $\langle V \rangle < 0$
 - Puntos silla de Sitter, i.e. $\langle V \rangle > 0$
 - Ningún mínimo de Sitter 😞

Quintaesencia

- ❖ Encontramos una gran cantidad de puntos silla dS
- ❖ De acuerdo a la literatura, precisamente este escenario puede dar lugar a quintaesencia, un campo escalar que rueda lentamente por un largo tiempo



[I. Zavala, Y. Olguín, 1810.08634]

Quintaesencia

- ❖ Procedimos con un proceso de limpieza de datos, separando los puntos silla dS de los demás puntos críticos
- ❖ Con la lista de puntos prometedores, iniciamos el estudio de la dinámica del modelo en turno

Quintaesencia

- ❖ La dinámica está gobernada por las ecuaciones de evolución cosmológica usuales, para campos normalizados de manera no-canónica:

$$0 = \ddot{\varphi}^i + 3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\varphi}^i + \Gamma_{jk}^i \dot{\varphi}^j \dot{\varphi}^k + g^{ij} \partial_j V,$$
$$3 \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{1}{2} g_{ij} \dot{\varphi}^i \dot{\varphi}^j + V + 3H_0^2 \Omega_{M,0} a^{-3} + 3H_0^2 \Omega_{r,0} a^{-4},$$
$$\Omega_{i,0} := \frac{\rho_{i,0}}{3H_0^2}, \quad \text{con} \quad \rho_i \propto a^{-3(1+w_i)}$$

[R. Kallosh, A. Linde, F. Quevedo, et.al 040623]

[Y. Olguín, I. Zavala, 1810.08634]

Quintaesencia

- ❖ Con todos estos ingredientes, la tarea se reduce a resolver un sistema de 4 ecuaciones diferenciales acopladas con 4 variables (:
- ❖ Esto nos deja con un problema de condiciones iniciales, la dinámica y las observables, son sensibles a los valores iniciales de los campos.
- ❖ e.g. si el valor inicial coincide con las coordenadas del punto silla, el término de fricción domina y nuestros campos permanecen congelados durante toda la historia cosmológica

Quintaesencia

- ❖ Metodología: Agregar una constante global al potencial V , finamente ajustada, fijar una elección de condiciones iniciales y ejecutar un algoritmo que pruebe dicha elección para nuestra colección de puntos silla

Quintaesencia: Resultados

❖ Así, obtuvimos un conjunto de puntos para los cuáles se encuentran valores fenomenológicamente aceptables. Para ilustrar esta afirmación, veamos una solución particular dada por

Parameters		
$\tilde{\lambda}_1 = 3/25000, \tilde{\lambda}_2 = 3/5000000$	$m_1 = 12, n_1 = 0, m_2 = 10, n_2 = 3$	$b_1^0 = -9, b_2^0 = -12, A = 6.70 \times 10^{-112}$
Moduli VEVs		
Φ^I	$\text{Re}\langle\Phi^I\rangle$	$\text{Im}\langle\Phi^I\rangle$
τ	-0.004063	1.297
S	1.390	0.1272
Mass eigenstates		
$\psi^I \sim \Psi^I$	$m_{\text{Re}(\psi^I)}^2$	$m_{\text{Im}(\psi^I)}^2$
ψ^τ	9.155×10^{-117}	9.468×10^{-117}
ψ^S	7.528×10^{-120}	-9.527×10^{-120}
Tachyon: $\text{Im}(\psi^S) \sim -0.4 \text{Re}(\tau) + 0.9 \text{Im}(S)$		

Quintaesencia: Resultados

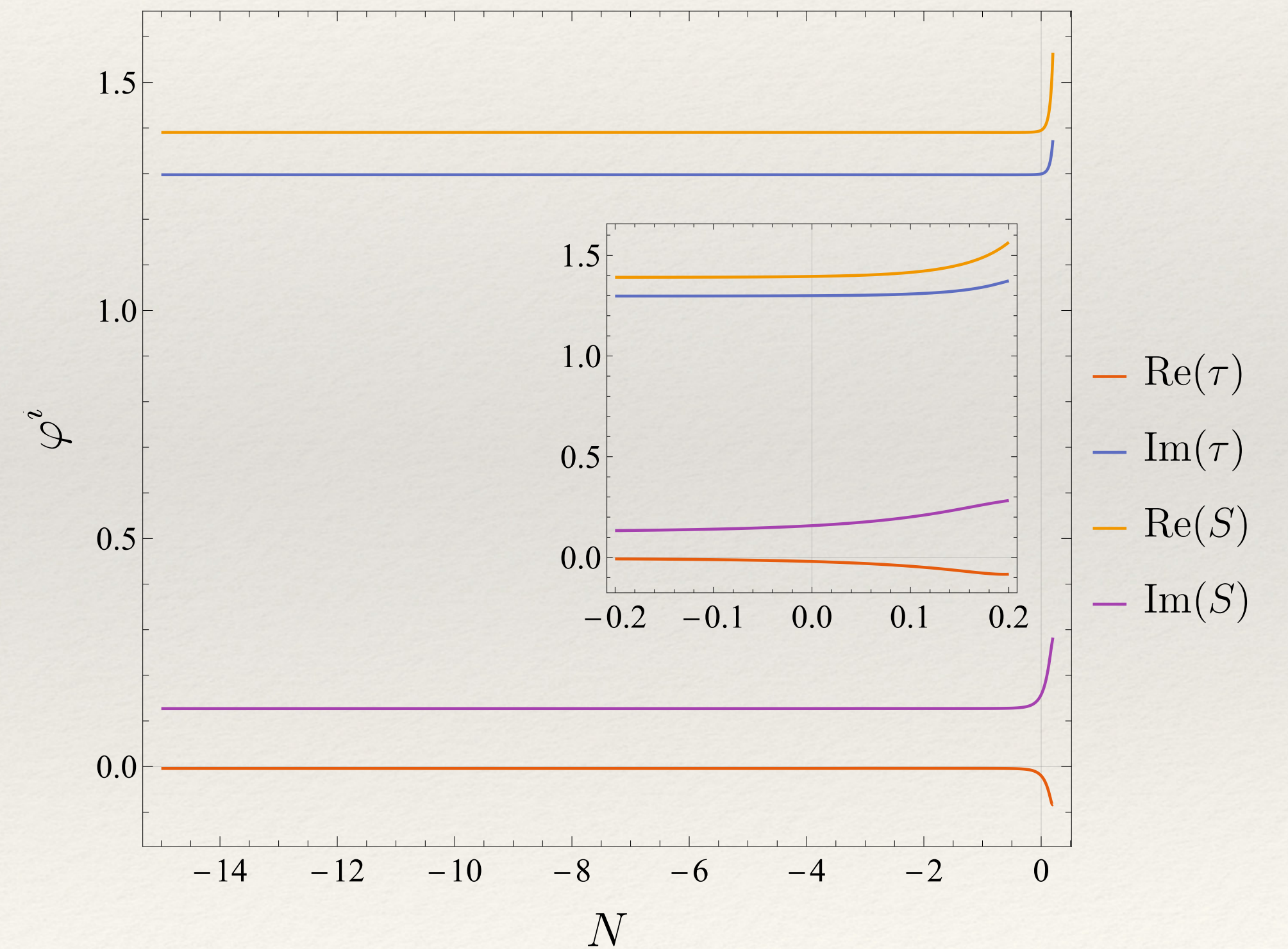
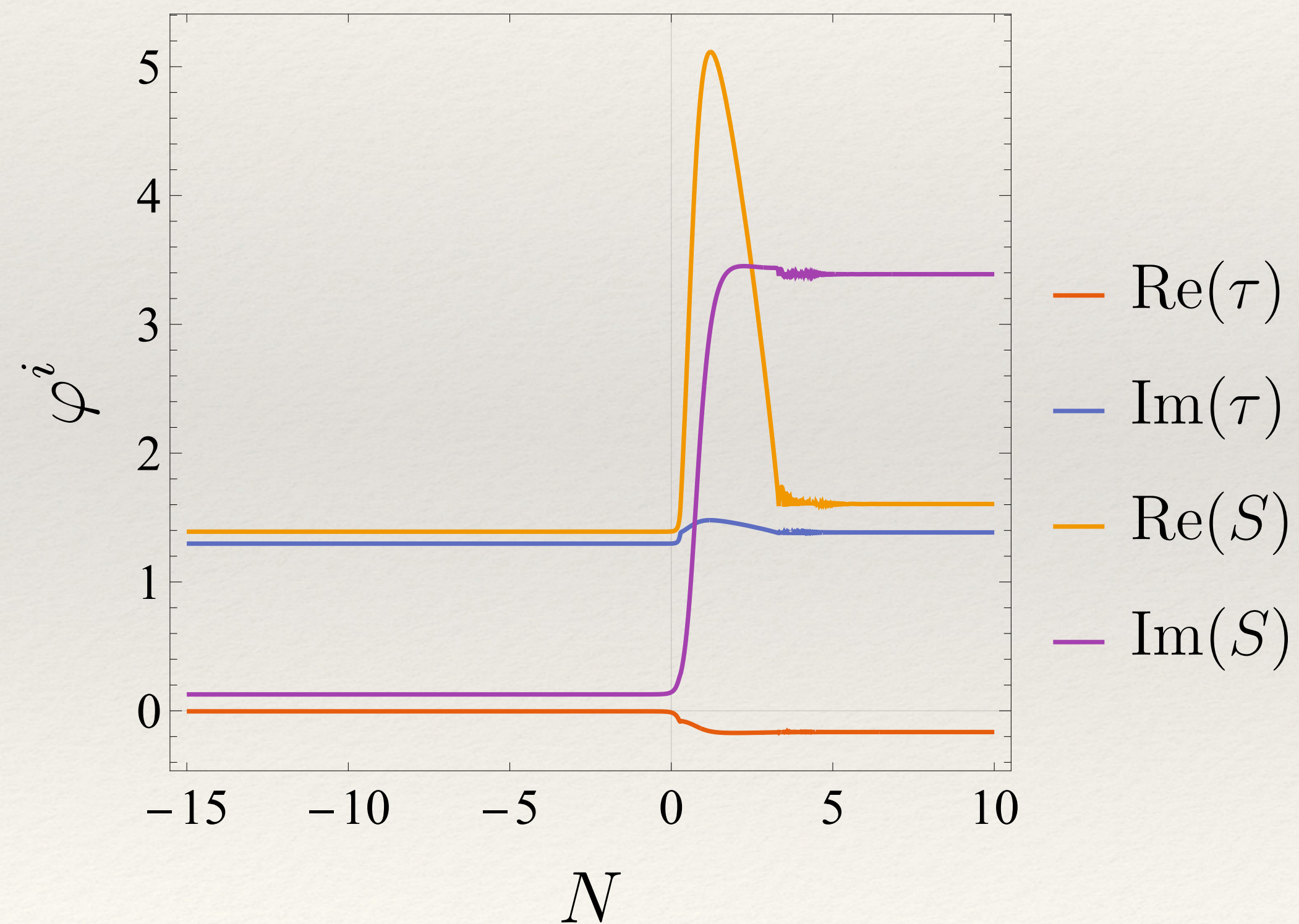
- ❖ Para hacer contacto con nuestro Universo al día de hoy, tomamos lo siguiente como valores guía

$$\Omega_{M,0} = 0.3111, \quad \Omega_{r,0} = 0.0001, \quad \Omega_{\varphi,0} = 0.6889, \quad H_0 = 5.927 \times 10^{-61} M_{\text{Pl}}.$$

[Planck Collaboration 1807.06209]

Quintaesencia: Resultados

❖ Obtenemos la siguiente dinámica



Quintaesencia: Resultados

- ❖ Que conduce a los siguientes valores para las observables

$$w_{\varphi,0} \simeq -0.9877, \quad \Omega_{\varphi,0} \simeq 0.6883.$$



Conclusiones

- ❖ Hemos encontrado modelos que describen exitosamente algunas observables cosmológicas, destacando el parámetro $w_{\varphi,0}$ de la ecuación de estado y el parámetro de densidad de energía oscura $\Omega_{\varphi,0}$
- ❖ Las simetrías modulares brindan condiciones necesarias para una fenomenología aceptable
- ❖ Gracias al cambio de paradigma, vía las mediciones de DESI, teoría de cuerdas es capaz de proporcionar escenarios que expliquen la naturaleza de la energía oscura
- ❖ El ajuste fino, el problema de condiciones iniciales y el problema de la constante cosmológica continúan vigentes

¡Gracias por su atención!

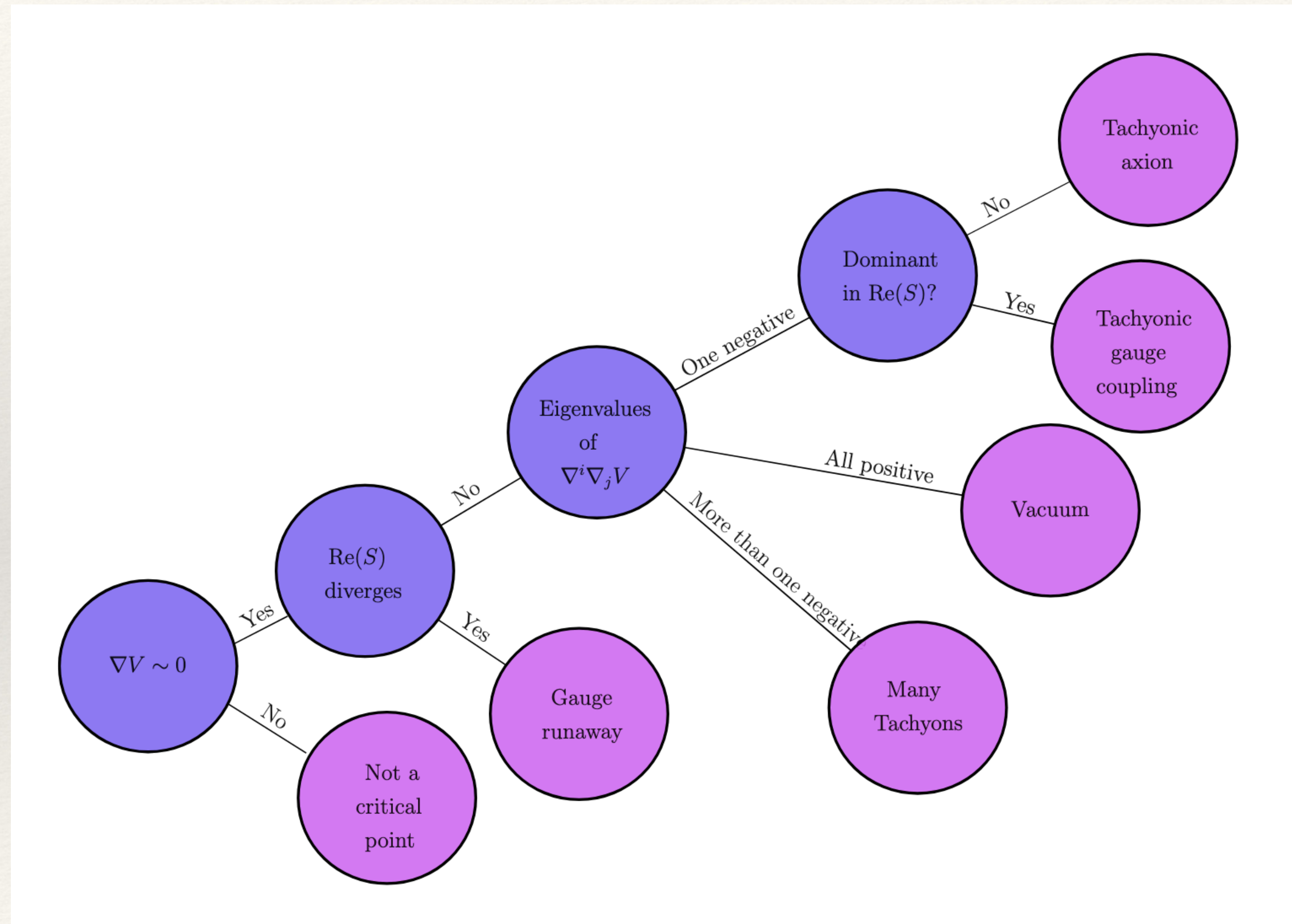
Sobre el superpotencial

La expresión analítica para el superpotencial del sector de Yukawa es

$$W \supset \left(\hat{Y}_{2''}^{(1)}(\tau) \otimes \Phi_{\alpha}^{(-\frac{2}{3})} \otimes \Phi_{\beta}^{(-\frac{2}{3})} \otimes \Phi_{\gamma}^{(-\frac{2}{3})} \right)_1,$$

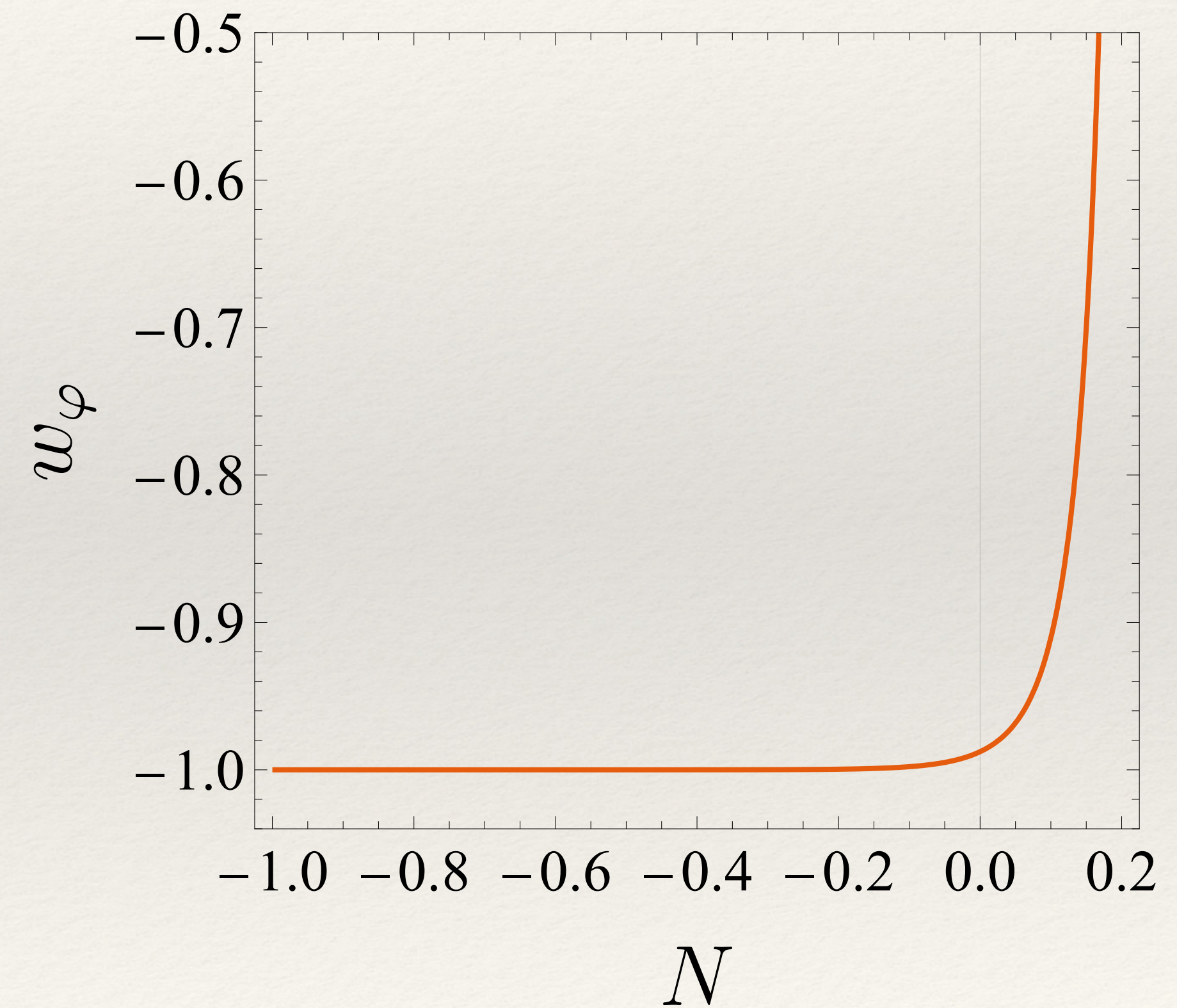
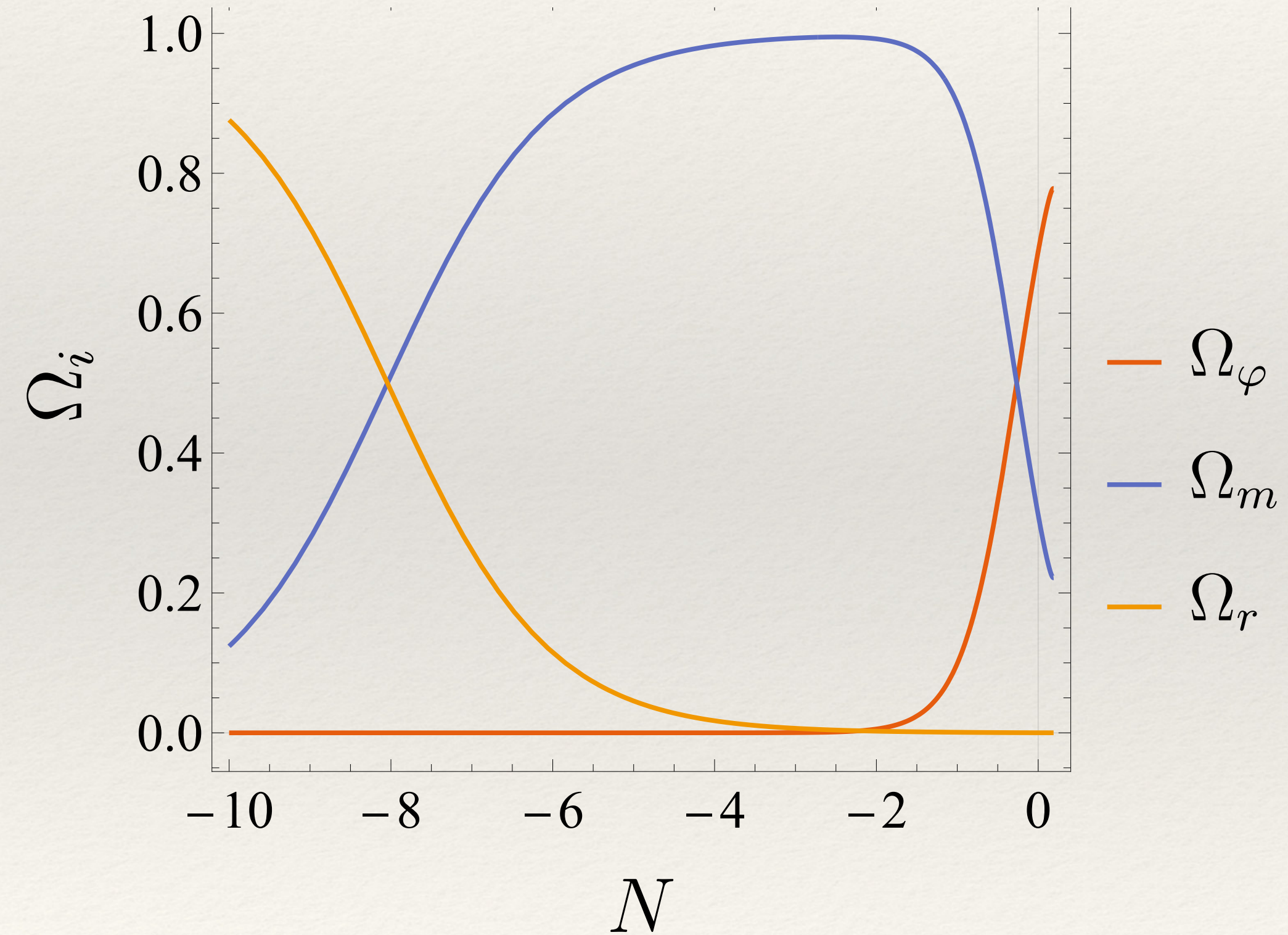
$$\begin{aligned} W_{\text{Yuk}} \supset \lambda \chi_1 \chi_2 \bigg[& -\frac{\hat{Y}_1(\tau)}{\sqrt{2}} (\Phi_{1,3}\Phi_{2,2}\Phi_{3,1} + \Phi_{1,3}\Phi_{2,1}\Phi_{3,2} + \Phi_{1,2}\Phi_{2,3}\Phi_{3,1} \\ & + \Phi_{1,1}\Phi_{2,3}\Phi_{3,2} + \Phi_{1,2}\Phi_{2,1}\Phi_{3,3} + \Phi_{1,1}\Phi_{2,2}\Phi_{3,3}) \\ & + \hat{Y}_2(\tau) (\Phi_{1,1}\Phi_{2,1}\Phi_{3,1} + \Phi_{1,2}\Phi_{2,2}\Phi_{3,2} + \Phi_{1,3}\Phi_{2,3}\Phi_{3,3}) \bigg] \end{aligned}$$

Clasificación de puntos críticos



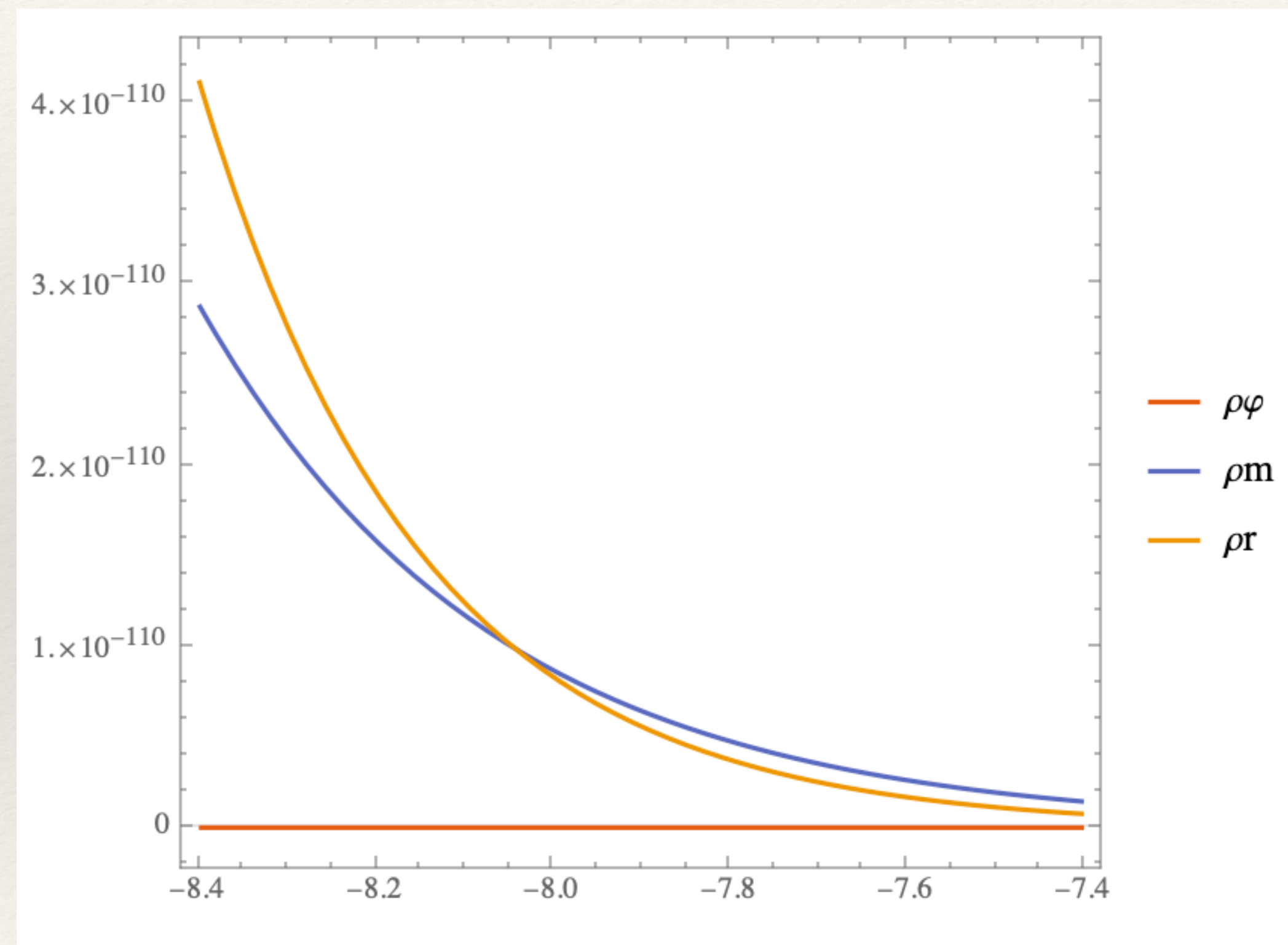
Quintaesencia: resultados

❖ Más observables...



Quintaesencia: resultados

❖ Más observables...



$$\text{Ln} \left(\frac{1}{3301} \right) = -8.132$$