

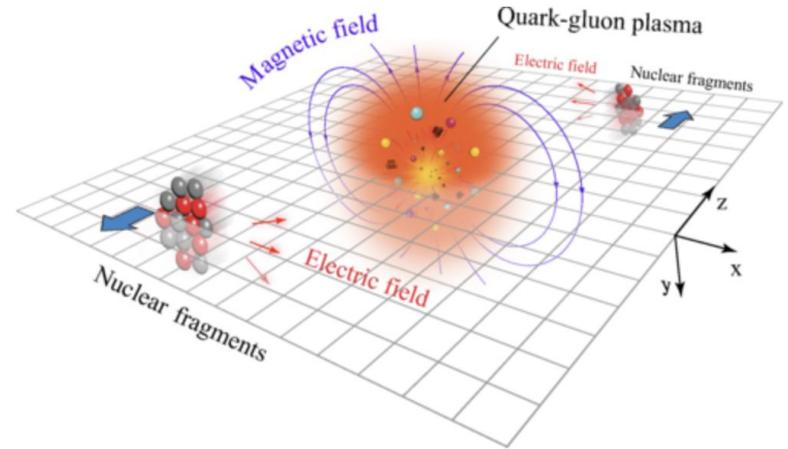
# Simetría quiral y el diagrama de fase termo-magnético de QCD en un modelo efectivo: un enfoque con dinámica autoconsistente

**Luis Alberto Hernández Rosas**  
Departamento de Física, UAM-I

En colaboración con A. Fernández y A. J. Mizher

# Contenido

- Antecedentes y motivación.
- Descripción del modelo.
- Energía libre y estudio de la transición de fase.
- Construcción del diagrama de fase efectivo.
- Un nuevo intento.
- Análisis y resultados.
- Trabajo a futuro.



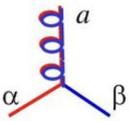
*Phys. Rev. X* **14**, 011028

# Reglas de Feynman de una Teoría

- Lagrangiano libre.

$$\begin{array}{ccc}
 \bar{i} \text{---} \xrightarrow{k} \text{---} j & i\delta_{ij}/(k^2 + i\epsilon) & \beta \xrightarrow{k} \alpha \quad i\delta_{ij}(\gamma \cdot k)_{\alpha\beta}/(k^2 + i\epsilon) & \overset{\mu}{a} \text{---} \overset{k}{\text{---}} \text{---} \overset{\nu}{b} \quad -i\delta_{ab}g_{\mu\nu}/(k^2 + i\epsilon)
 \end{array}$$

- Lagrangiano de interacción.

quark-gluon vertex		$-ig_s T_{\alpha\beta}^a \gamma_\mu \quad (T^a = \lambda^a / 2)$
3-gluon vertex		$-g_s f_{a_1 a_2 a_3} \begin{bmatrix} g_{\mu_1 \mu_2} (p_1 - p_2)_{\mu_3} \\ + g_{\mu_2 \mu_3} (p_2 - p_3)_{\mu_1} \\ + g_{\mu_3 \mu_1} (p_3 - p_1)_{\mu_2} \end{bmatrix}$
4-gluon vertex		$ig_s^2 f_{a_1 a_2 b} f_{a_3 a_4 b} \cdot [g_{\mu_2 \mu_3} g_{\mu_1 \mu_4} - g_{\mu_1 \mu_3} g_{\mu_2 \mu_4}]$ + cycl. permutations of 1,2,3

# Propagadores de campos cargados con $|eB| \neq 0$

- Campo escalar cargado

$$D(x, x') = e^{i\Phi_b(x, x')} D(x - x'), \quad D(x - x') = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} D(p) e^{-ip \cdot (x - x')}, \quad iD(p) = \int_0^\infty \frac{ds}{\cos(|q_b B|s)} e^{is \left( p_\parallel^2 - p_\perp^2 \frac{\tan(|q_b B|s)}{|q_b B|s} - m_b^2 + i\epsilon \right)},$$

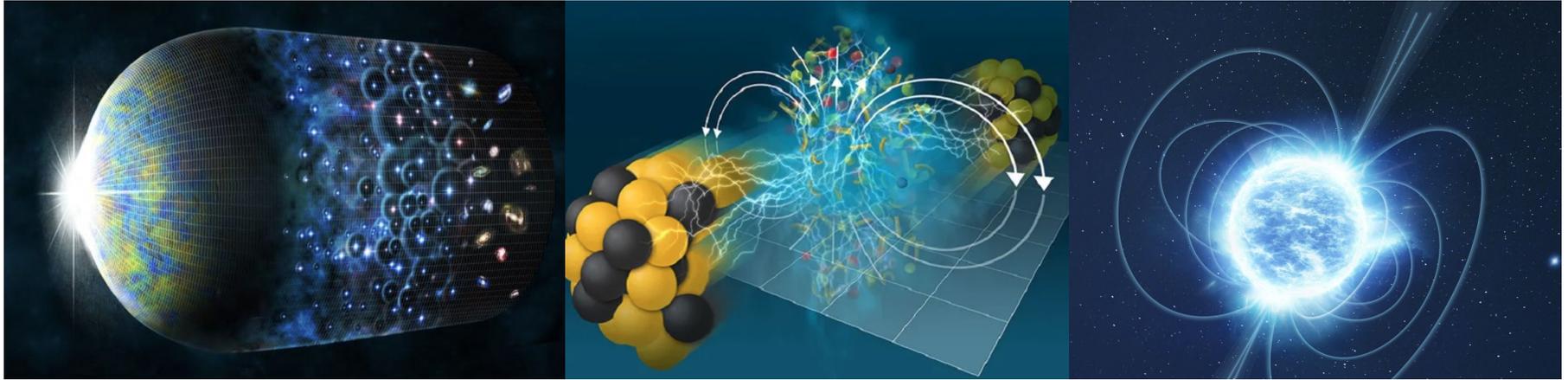
- Campo fermiónico de espín  $\frac{1}{2}$  cargado

$$S_f(x, x') = e^{i\Phi_f(x, x')} S_f(x - x'), \quad S_f(x - x') = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} S_f(p) e^{-ip \cdot (x - x')},$$

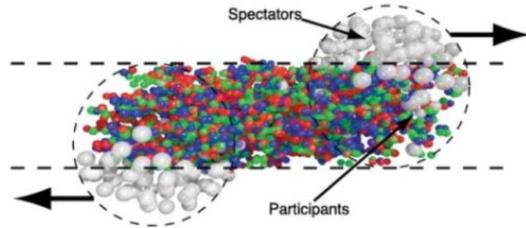
$$iS_f(p) = \int_0^\infty \frac{ds}{\cos(|q_f B|s)} e^{is \left( p_\parallel^2 - p_\perp^2 \frac{\tan(|q_f B|s)}{|q_f B|s} - m_f^2 + i\epsilon \right)} \times \left[ \left( \cos(|q_f B|s) + \gamma_1 \gamma_2 \sin(|q_f B|s) \text{sign}(q_f B) \right) \times \left( m_f + \not{p}_\parallel \right) - \frac{\not{p}_\perp}{\cos(|q_f B|s)} \right],$$

# ¿Por qué estudiar efectos magnéticos en la materia nuclear?

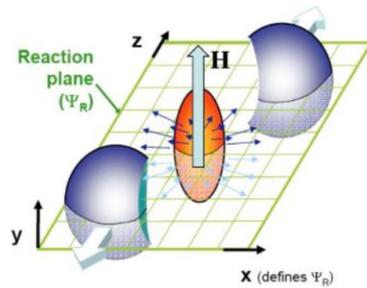
Sistemas físicos



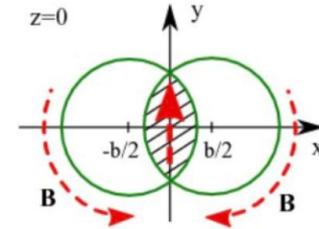
# Campos magnéticos en *HIC*



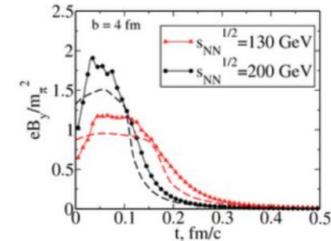
R. Snellings, J. Phys. **13**, (2011) 055008



D. E. Kharzeev, L. D. McLerran and H. J. Warringa, Nucl. Phys. A **803**, 227 (2008)



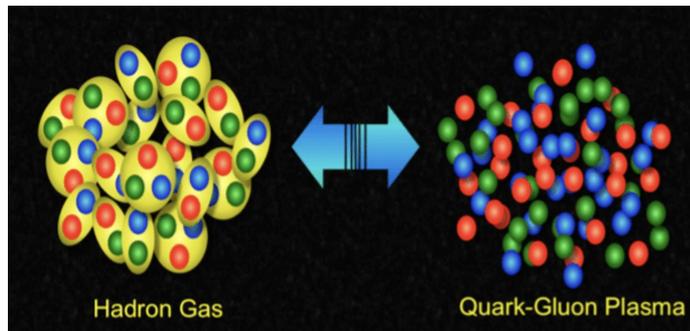
V. Voronyuk et al., Phys. Rev. C **83**, 054911 (2011)



V. Skokov, A. Y. Illarionov and V. Toneev, Int. J. Mod. Phys. A **24**, 5925 (2009)

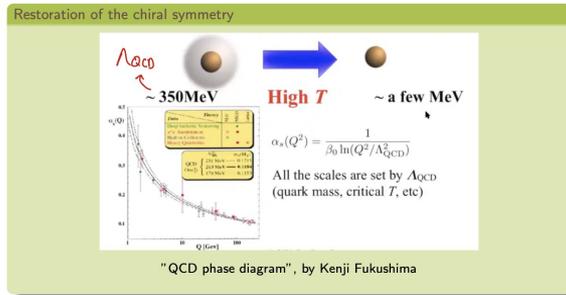
# Materia hadrónica → QGP con $|eB| \neq 0$

- Generalidades
  - Fuerza de Lorentz → modificación de trayectorias → afecta: distribución de velocidades y estados disponibles.
  - Niveles de energía → Niveles de Landau  $E_n = \hbar\omega_c \left( n + \frac{1}{2} \right)$  con  $\omega_c = \frac{qB}{m}$ 
    - Densidad de estados modificado
      - Modificaciones: energía libre, presión, capacidad calorífica, etc.
- Materia nuclear en condiciones extremas



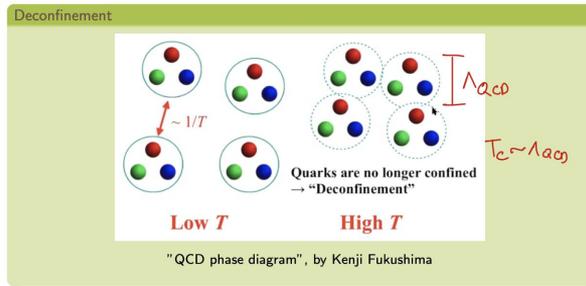
# Transición de fase fuerte

- Simetría quiral.



Parámetro de orden: *condensado quiral*

- Confinamiento.

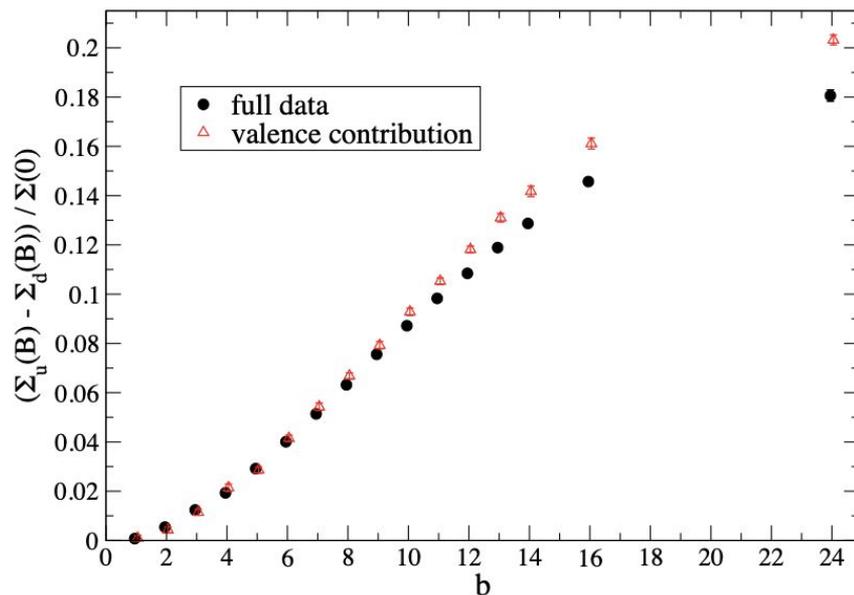


Parámetro de orden: *loop de Polyakov*

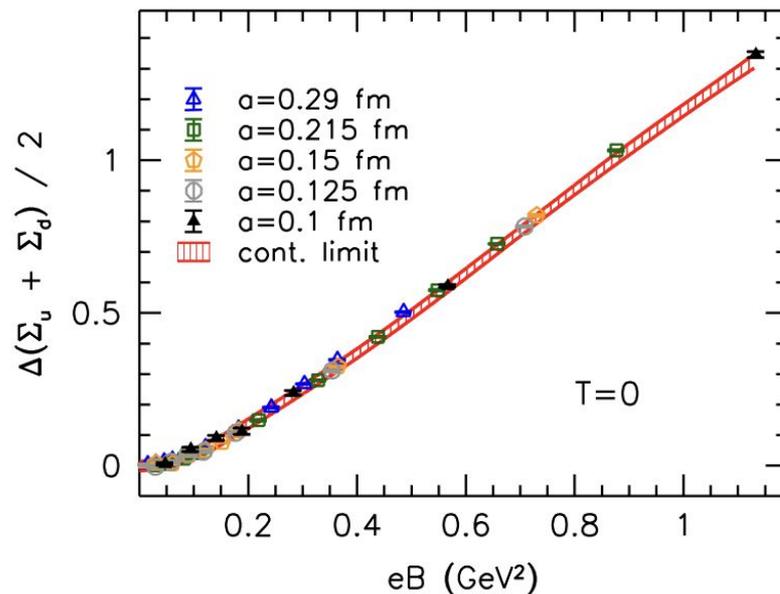
# Catálisis magnética

*Nucl. Phys. B* **462** (1996) 249-290,

*Phys. Rev. Lett.* **73** (1994) 3499-3502

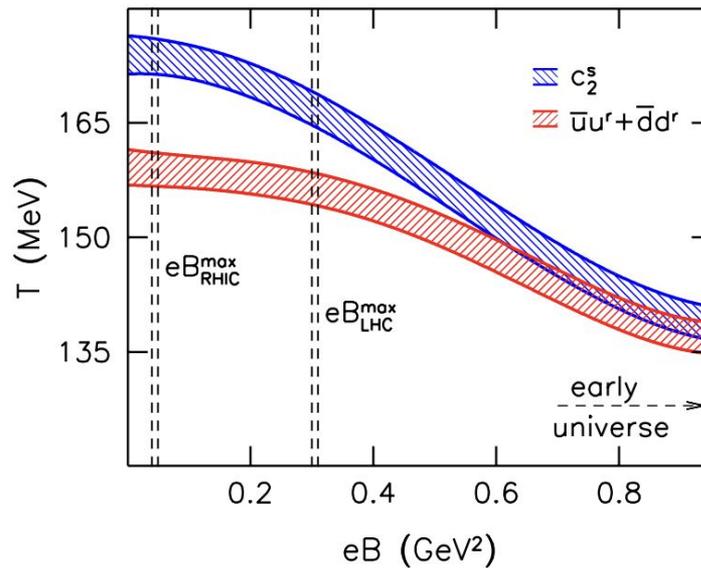
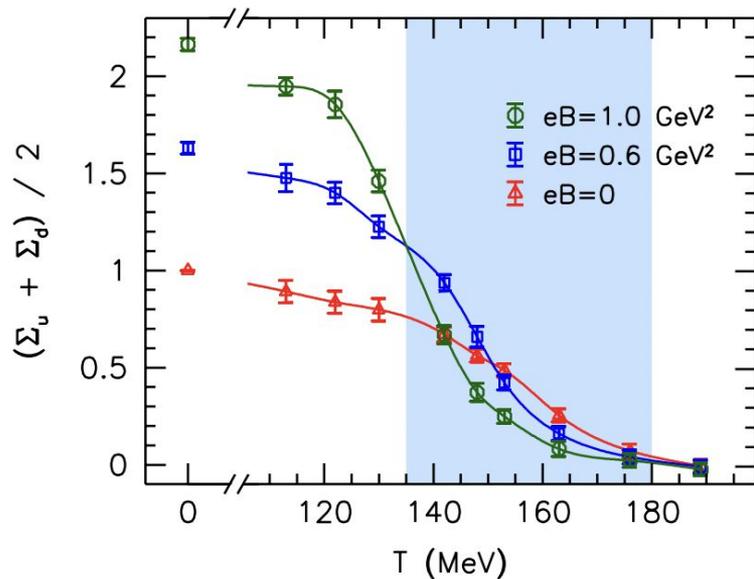


*Phys. Rev. D* **83** (2011) 114028



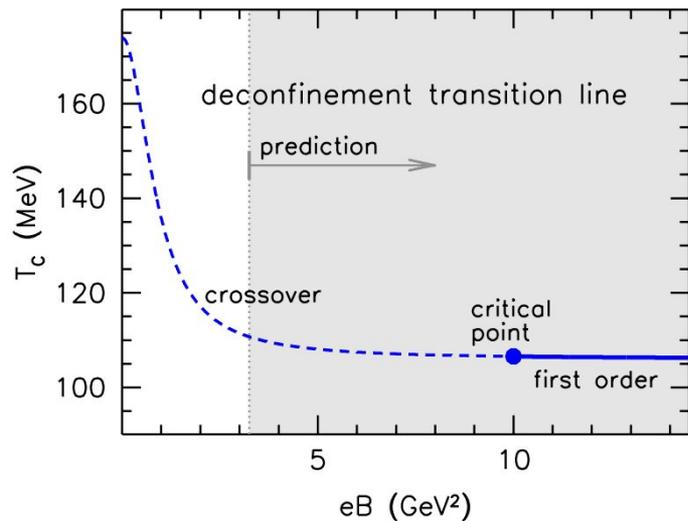
*Phys. Rev. D* **86** (2012) 071502

# Catálisis magnética inversa

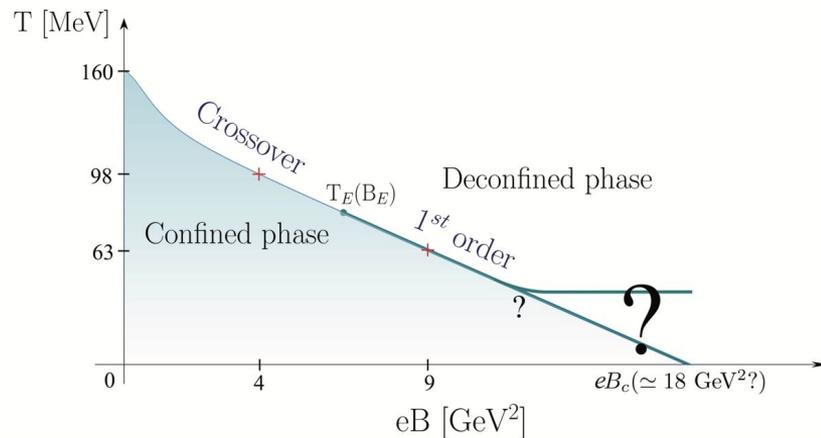


JHEP **02** (2012) 044

# Cambio en la transición de fase



*JHEP* **07** (2015) 173



*Phys. Rev. D* **105** (2022) 3, 034511

# Modelo Sigma Lineal con quarks

- Modelo efectivo para bajas energías de QCD.
- Renormalizable.
- Rompimiento espontáneo de la simetría.
- Quarks y mesones involucrados en la transición de fase quiral.

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma)^2 + \frac{1}{2}(D_\mu\vec{\pi})^2 + \frac{a^2}{2}(\sigma^2 + \vec{\pi}^2) - \frac{\lambda}{4}(\sigma^2 + \vec{\pi}^2)^2 + i\bar{\psi}\gamma^\mu D_\mu\psi - g\bar{\psi}(\sigma + i\gamma_5\vec{\tau}\cdot\vec{\pi})\psi,$$

Parámetros libres

$$\lambda \quad g \quad a^2 > 0$$

Derivada covariante

$$D_\mu = \partial_\mu + iq_{f,b}A_\mu$$

$$A^\mu = \frac{B}{2}(0, -y, x, 0).$$

Rompimiento espontáneo de la simetría

$$\sigma \rightarrow \sigma + v.$$

# Modelo Sigma Lineal con quarks

- Como resultado del *shift*

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & -\frac{1}{2}[\sigma(\partial_\mu + iqA_\mu)^2\sigma] - \frac{1}{2}(3\lambda v^2 - a^2)\sigma^2 \\ & - \frac{1}{2}[\vec{\pi}(\partial_\mu + iq_b A_\mu)^2\vec{\pi}] - \frac{1}{2}(\lambda v^2 - a^2)\vec{\pi}^2 \\ & + \frac{a^2}{2}v^2 - \frac{\lambda}{4}v^4 + i\bar{\psi}\gamma^\mu D_\mu\psi - g v\bar{\psi}\psi + \mathcal{L}_I^b + \mathcal{L}_I^f,\end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_I^b = -\frac{\lambda}{4}\left[(\sigma^2 + (\pi^0)^2)^2 + 4\pi^+\pi^-(\sigma^2 + (\pi^0)^2 + \pi^+\pi^-)\right],$$

$$\mathcal{L}_I^f = -g\bar{\psi}(\sigma + i\gamma_5\vec{\tau}\cdot\vec{\pi})\psi.$$

- Masas dinámicas

$$m_\sigma^2 = 3\lambda v^2 - a^2,$$

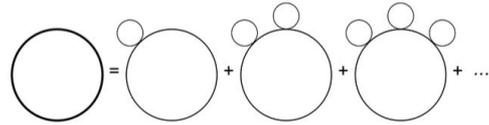
$$m_\pi^2 = \lambda v^2 - a^2,$$

$$m_f = gv.$$

- Potencial clásico

$$V^{\text{tree}}(v) = -\frac{a^2}{2}v^2 + \frac{\lambda}{4}v^4 - hv,$$

# Energía libre más allá de campo medio



$V^{\text{eff}} = \text{classic} + 1\text{-loop} + \text{Ring diagrams}$

$$V_b^{1,0} = \frac{T}{2} \sum_n \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \ln [G(\omega_n, \vec{k})^{-1}],$$

$$iG(\omega_n, \vec{k}) = -\frac{i}{\omega_n^2 + \vec{k}^2 + m_b^2},$$

$$V_b^{1,B} = \frac{T}{2} \sum_n \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \ln [G^{\text{LLL}}(\omega_n, \vec{k}, |eB|)^{-1}],$$

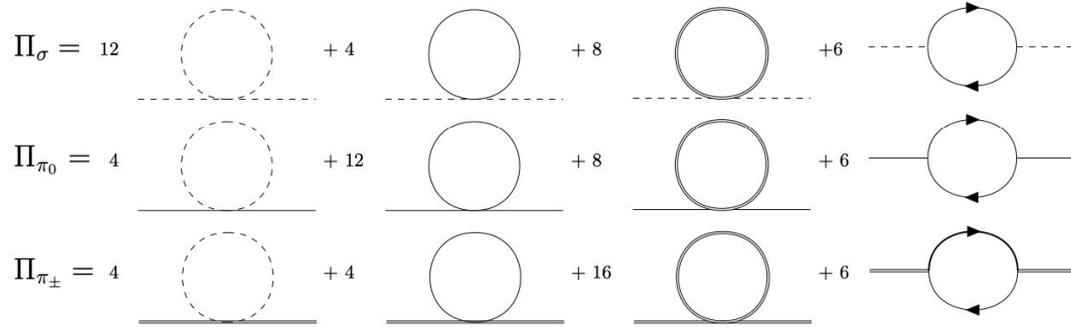
$$iG^{\text{LLL}}(k) = 2i \frac{e^{-\frac{k^2}{|eB|}}}{\omega_n^2 + k_3^2 + m_b^2 + |eB|}.$$

$$V_f^1 = iN_c \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \text{Tr} \ln [S_f^{-1}(k)],$$

$$iS_f^{\text{LLL}}(k) = 2ie^{-k_\perp^2/|q_f B|} \frac{\not{k}_\parallel + m_f}{k_\parallel^2 - m_f^2 + i\epsilon} \mathcal{O}^\pm.$$

$$V^{\text{ring}} = \frac{T}{2} \sum_n \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \ln (1 + \Pi G),$$

# Auto-energía de los campos bosónicos



$$\begin{aligned} \Pi_\sigma = & \frac{3\lambda}{2} \left( \frac{T^2}{6} - \frac{T\sqrt{m_\sigma^2}}{2\pi} - \frac{m_\sigma^2}{8\pi^2} \left( 1 - 2\gamma_E - \ln \left( \frac{m_\sigma^2}{(4\pi T)^2} \right) \right) \right) + \lambda \left( \frac{T^2}{6} - \frac{T\sqrt{m_\pi^2}}{2\pi} - \frac{m_\pi^2}{8\pi^2} \left( 1 - 2\gamma_E - \ln \left( \frac{m_\pi^2}{(4\pi T)^2} \right) \right) \right) \\ & + \frac{\lambda|eB|}{2\pi^2} \ln \left( \frac{\mu^2}{m_\pi^2 + |eB|} \right) + \frac{\lambda|eB|}{2\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} K_0 \left( \frac{n\sqrt{m_\pi^2 + |eB|}}{T} \right) - 6 \left( \frac{4g^2|qB|}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n K_0 \left( \frac{ngf_\pi}{T} \right) \right), \end{aligned}$$

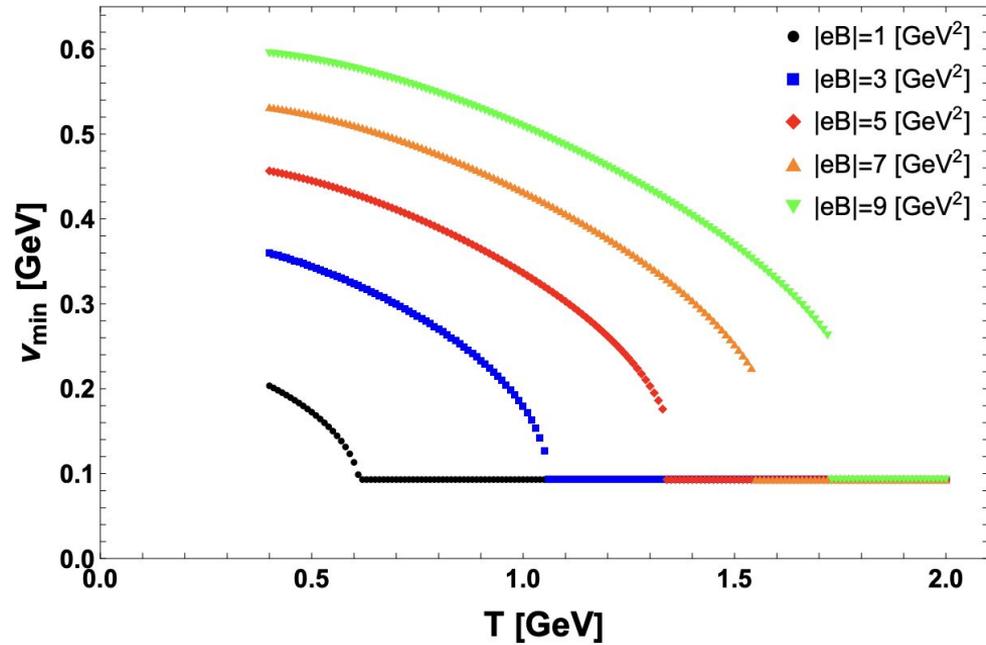
$$\begin{aligned} \Pi_{\pi_0} = & \lambda \left( \frac{T^2}{6} - \frac{T\sqrt{m_\sigma^2}}{2\pi} - \frac{m_\sigma^2}{8\pi^2} \left( 1 - 2\gamma_E - \ln \left( \frac{m_\sigma^2}{(4\pi T)^2} \right) \right) \right) + \frac{3\lambda}{2} \left( \frac{T^2}{6} - \frac{T\sqrt{m_\pi^2}}{2\pi} - \frac{m_\pi^2}{8\pi^2} \left( 1 - 2\gamma_E - \ln \left( \frac{m_\pi^2}{(4\pi T)^2} \right) \right) \right) \\ & + \frac{\lambda|eB|}{2\pi^2} \ln \left( \frac{\mu^2}{m_\pi^2 + |eB|} \right) + \frac{\lambda|eB|}{2\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} K_0 \left( \frac{n\sqrt{m_\pi^2 + |eB|}}{T} \right) - 6 \left( \frac{4g^2|qB|}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n K_0 \left( \frac{ngf_\pi}{T} \right) \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Pi_{\pi_\pm} = & \lambda \left( \frac{T^2}{6} - \frac{T\sqrt{m_\sigma^2}}{2\pi} - \frac{m_\sigma^2}{8\pi^2} \left( 1 - 2\gamma_E - \ln \left( \frac{m_\sigma^2}{(4\pi T)^2} \right) \right) \right) + \lambda \left( \frac{T^2}{6} - \frac{T\sqrt{m_\pi^2}}{2\pi} - \frac{m_\pi^2}{8\pi^2} \left( 1 - 2\gamma_E - \ln \left( \frac{m_\pi^2}{(4\pi T)^2} \right) \right) \right) \\ & + \frac{\lambda|eB|}{\pi^2} \ln \left( \frac{\mu^2}{m_\pi^2 + |eB|} \right) + \frac{\lambda|eB|}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} K_0 \left( \frac{n\sqrt{m_\pi^2 + |eB|}}{T} \right). \end{aligned}$$

# Potencial efectivo

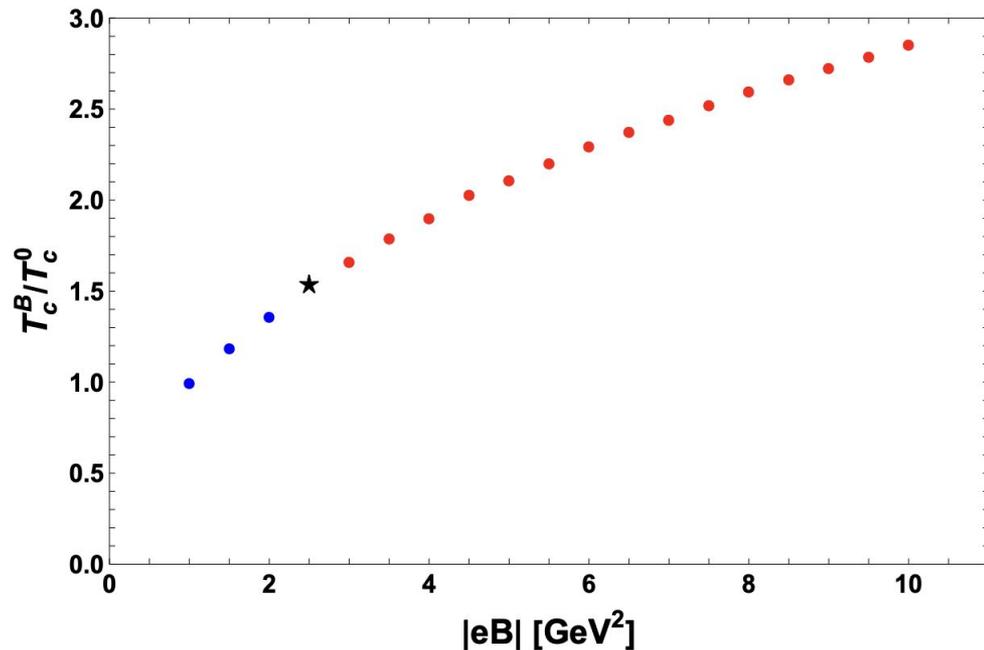
$$\begin{aligned}
 V_N^{\text{eff}} = & -\frac{a^2}{2}v^2 + \frac{\lambda}{4}v^4 - hv - \frac{m_\sigma^4}{64\pi^2} \left( \frac{3}{2} + \ln \left( \frac{\mu^2}{m_\sigma^2} \right) \right) - \frac{m_\pi^4}{64\pi^2} \left( \frac{3}{2} + \ln \left( \frac{\mu^2}{m_\pi^2} \right) \right) \\
 & + \frac{T}{2\pi^2} \int_0^\infty dk k^2 \ln \left( 1 - e^{-\sqrt{k^2+m_\sigma^2+\Pi_\sigma}/T} \right) + \frac{T}{2\pi^2} \int_0^\infty dk k^2 \ln \left( 1 - e^{-\sqrt{k^2+m_\pi^2+\Pi_{\pi_0}}/T} \right) \\
 & + \frac{|eB|}{2\pi^2} (m_\pi^2 + |eB|) \left( 1 + \ln \left( \frac{\mu^2}{m_\pi^2 + |eB|} \right) \right) - \frac{T|eB|}{\pi^2} \sqrt{m_\pi^2 + |eB|} \sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n} K_1 \left( \frac{n\sqrt{m_\pi^2 + |eB|}}{T} \right) \\
 & - \frac{3|qB|}{4\pi^2} m_f^2 \left( 1 + \ln \left( \frac{\mu^2}{m_f^2} \right) \right) - \frac{6|qB|T}{\pi^2} m_f \sum_{n=1}^\infty \frac{(-1)^{n-1}}{n} K_1 \left( \frac{nm_f}{T} \right),
 \end{aligned}$$

# vev como parámetro de orden



$\lambda=13.32$ ,  $g=2.58$  y  $a=0.309$  GeV (parámetros en el vacío)

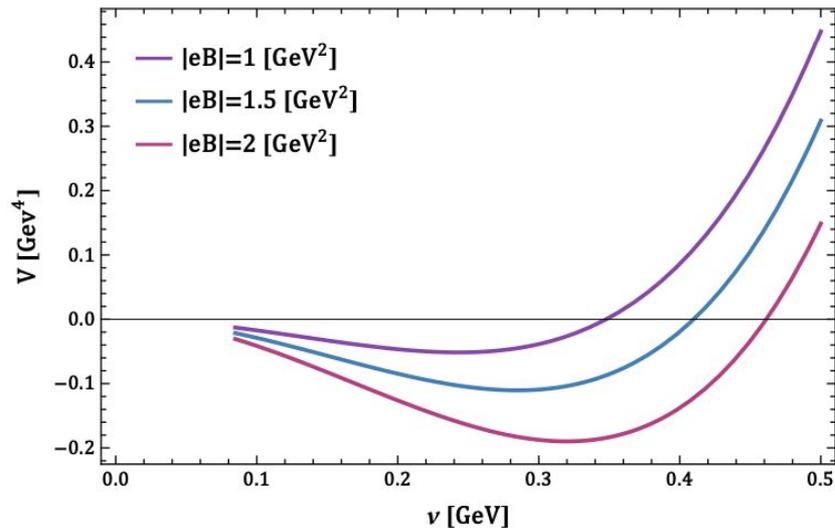
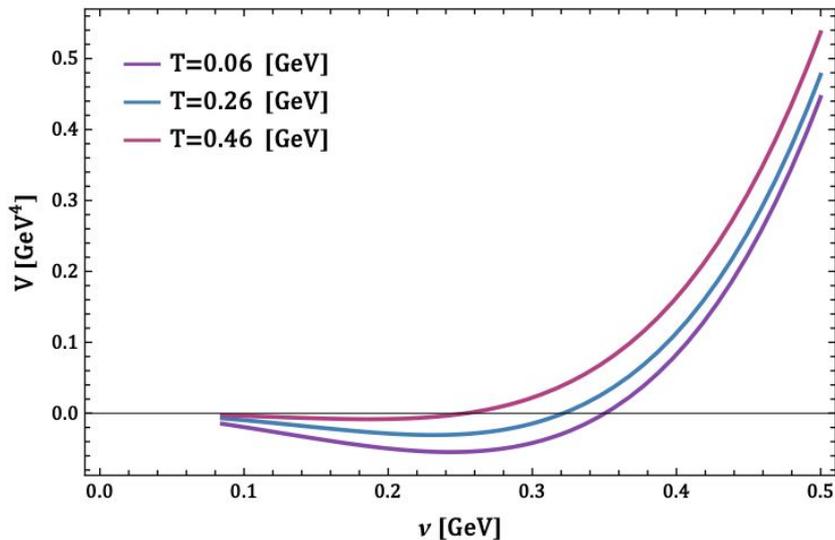
# Diagrama de fase efectivo



✓ Punto crítico terminal.

✗ Catálisis Magnética Inversa.

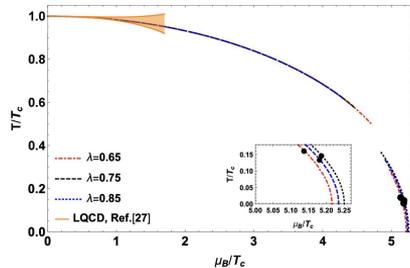
# Sin aproximaciones, pero algo no está bien



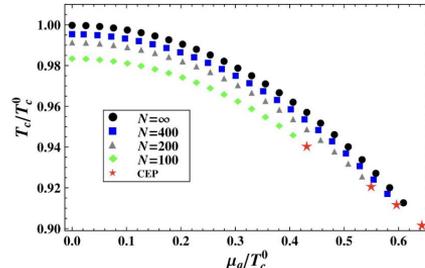
$$\begin{aligned}
 m_\sigma^2 &= 3\lambda v^2 - a^2, \\
 m_\pi^2 &= \lambda v^2 - a^2, \\
 m_f &= gv.
 \end{aligned}
 \quad \longleftrightarrow \quad
 -\frac{m_\sigma^4}{64\pi^2} \left( \frac{3}{2} + \ln \left( \frac{\mu^2}{m_\sigma^2} \right) \right) - \frac{m_\pi^4}{64\pi^2} \left( \frac{3}{2} + \ln \left( \frac{\mu^2}{m_\pi^2} \right) \right)$$

# Parámetros libres de la teoría y su determinación

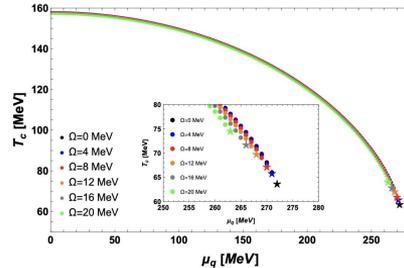
- Estos parámetros se fijan en el vacío, para ocupar valores bien determinados.
  - Pero no estamos estudiando al vacío. Estamos en una situación lejos de ese estado.
- Determinamos los valores de estos parámetros en las condiciones de estudio.
  - No tenemos información física suficiente para determinarlos.
- La región de estudio es extensa, entonces los parámetros no deberían ser constantes.



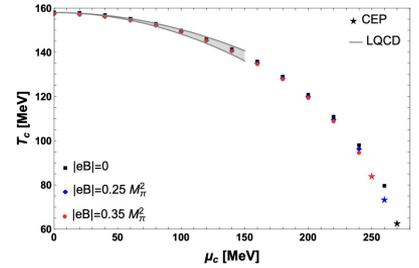
*Eur. Phys. J. A* **56** (2020) 2, 71



*Phys. Rev. D* **98** (2018) 11, 114002



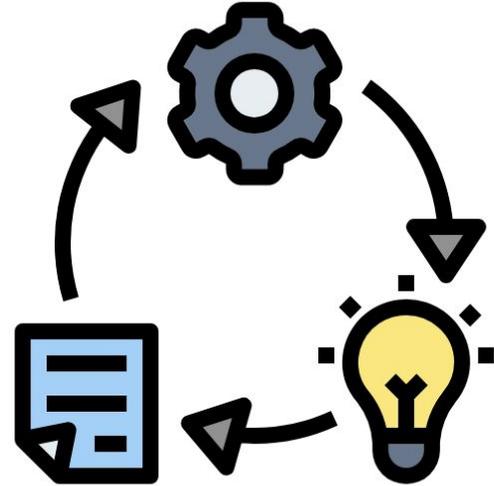
*Phys. Rev. D* **111** (2025) 3, 036003



*Eur. Phys. J. A* 57 (2021) 7, 234 20

# Una nueva alternativa

- Vamos a hacer que todos los parámetros libres de la teoría dejen de estar fijos, pero sin tener la forma funcional de cada uno de ellos.
- Buscaremos una nueva forma funcional de las masas.



# Masas autoconsistentes

## Sistema de ecuaciones acopladas

$$M_{\sigma}^2(T, B) = 3\lambda v^2 - a^2 + \frac{3}{2}\Pi_b^0(M_{\sigma}^2, T) + \Pi_b^0(M_{\pi_0}^2, T) \\ + 2\Pi_b^B(M_{\pi_{\pm}}^2, T, B) + 6\Pi_f(M_f, T, B),$$

$$M_{\pi_0}^2(T, B) = \lambda v^2 - a^2 + \Pi_b^0(M_{\sigma}^2, T) + \frac{3}{2}\Pi_b^0(M_{\pi_0}^2, T) \\ + 2\Pi_b^B(M_{\pi_{\pm}}^2, T, B) + 6\Pi_f(M_f, T, B),$$

$$M_{\pi_{\pm}}^2(T, B) = \lambda v^2 - a^2 + \Pi_b^0(M_{\sigma}^2, T) + \Pi_b^0(M_{\pi_0}^2, T) \\ + 6\Pi_b^B(M_{\pi_{\pm}}^2, T, B).$$

## Auto-energías

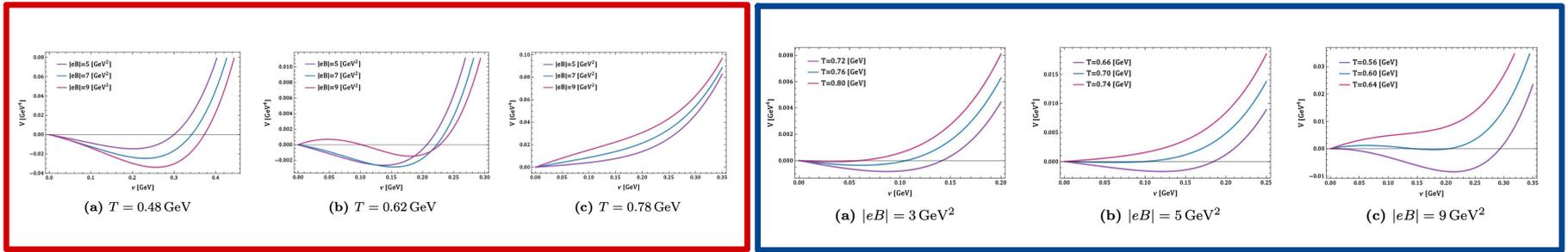
$$\Pi_b^0 = \frac{\lambda}{\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} dk \frac{k^2}{\sqrt{k^2 + M_b^2}} \frac{1}{e^{\sqrt{k^2 + M_b^2}/T} - 1}$$

$$\Pi_b^B = \frac{\lambda|eB|}{4\pi^2} \ln\left(\frac{\mu^2}{M_b^2 + |eB|}\right) \\ + \frac{\lambda|eB|}{2\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} K_0\left(\frac{n\sqrt{M_b^2 + |eB|}}{T}\right)$$

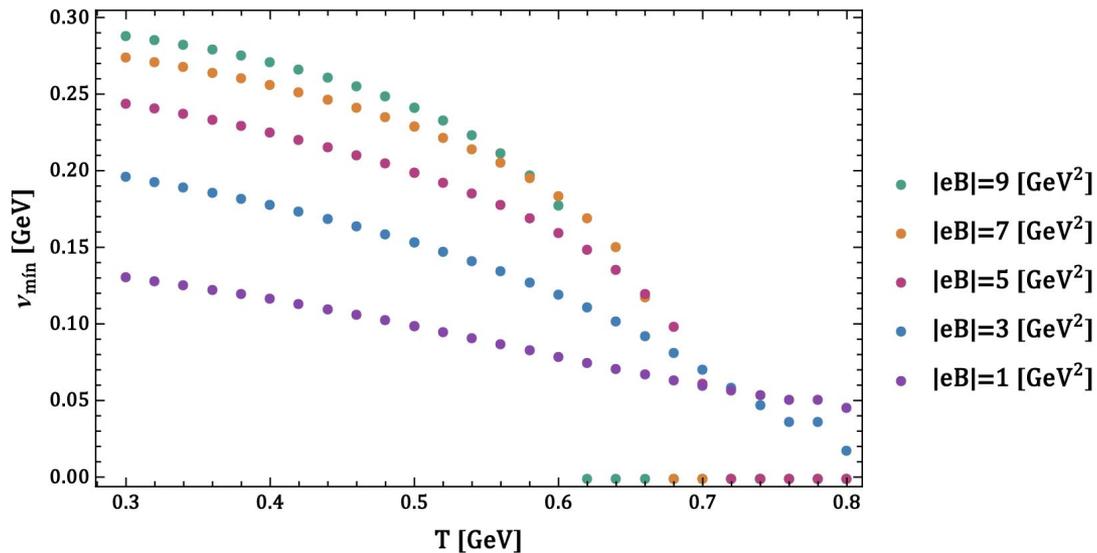
$$\Pi_f = -\frac{4g^2|qB|}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n K_0\left(\frac{nM_f}{T}\right)$$

# Potencial efectivo con masas autoconsistentes

$$\begin{aligned}
 V_{sc} = & V_{sc}^{vac} + V_{0,T}(M_\sigma^2(T, B), T) + V_{0,T}(M_{\pi_0}^2(T, B), T) \\
 & + V_{b,vac}(M_{\pi_\pm}^2(0, B), B) + V_{b,T}(M_{\pi_\pm}^2(T, B), T, B) \\
 & + V_{f,vac}(gv + \eta_0 B, B) + V_{f,T}(gv + \eta B, T, B),
 \end{aligned}$$

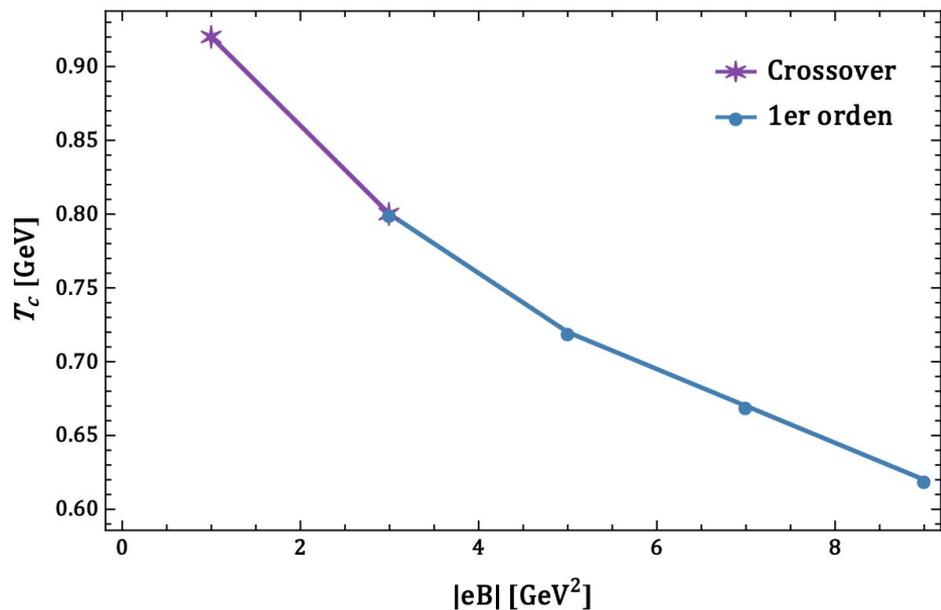


# Análisis de la transición de fase



$\lambda=13.32$ ,  $g=0.36$  y  $a=0.309$  GeV

# Diagrama de fase efectivo 2.0



Resultado único por su naturaleza.

# Trabajo a futuro

- Calcular todas las contribuciones a todas las auto-energías. Sobretudo la fermiónica.
- Hacer un mapeo con IA del espacio de parámetros.
- Cálculo válido para cualquier intensidad de campo magnético.



# Conclusiones

- La transición de fase fuerte es modificada por la presencia de campos magnéticos.
- Masa termo-magnéticas capturan efectos colectivos del medio sin ninguna restricción y permiten ir más allá de campo medio de una forma robusta. Generando resultados consistentes.
- El modelo sigma lineal con quarks es exitoso en la exploración de diferentes diagramas de fase de la interacción fuerte.
- Se ha desarrollado un estudio sistemático de la transición de fase fuerte, en diferentes condiciones, acercándonos paulatinamente a las condiciones físicas de los sistemas a estudiar.

**¡Gracias por su atención!**

[lhernandez.rosas@izt.uam.mx](mailto:lhernandez.rosas@izt.uam.mx)

[luis.hr@xanum.uam.mx](mailto:luis.hr@xanum.uam.mx)