

Renormalización de la teoría de norma $U(1)$ para materia oscura tensorial: resultados preliminares

Armando De La Cruz Rangel Pantoja,
Dr. Mauro Napsuciale Mendivil.

Departamento de Física. Universidad de Guanajuato.

adlc.rangelpantoja@ugto.mx
mauro@fisica.ugto.mx

12 de junio de 2023.

- 1 Introducción
 - Renormalización
 - Materia oscura tensorial
- 2 El campo de la representación $(\mathbf{1}, \mathbf{0}) \oplus (\mathbf{0}, \mathbf{1})$
 - Dinámica libre
 - Lagrangiano libre
- 3 Renormalización de la interacción de norma $U(1)$
 - Caso masivo
 - Caso no-masivo
- 4 Conclusiones
- 5 Referencias

- 1 **Introducción**
 - Renormalización
 - Materia oscura tensorial
- 2 El campo de la representación $(\mathbf{1}, \mathbf{0}) \oplus (\mathbf{0}, \mathbf{1})$
 - Dinámica libre
 - Lagrangiano libre
- 3 Renormalización de la interacción de norma $U(1)$
 - Caso masivo
 - Caso no-masivo
- 4 Conclusiones
- 5 Referencias

Introducción: Renormalización

Renormalización es el proceso mediante el cual se reexpresa una teoría en términos de los campos (ψ, A^μ) y parámetros (m, q) físicos, que se miden en el experimento. Como consecuencia de esta reexpresión se evitan, en algunas teorías, las aparentes divergencias que surgen en las amplitudes de diagramas que contienen lazos. Por ejemplo la masa del electrón en QED:

$$\begin{array}{c} \text{---} \xrightarrow{p} \text{---} + \text{---} \xrightarrow{p} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \xrightarrow{p} \text{---} + \text{---} \xrightarrow{p} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \xrightarrow{p} \text{---} + \dots \end{array} \quad (1)$$

$$= \frac{i}{\not{p} - (m_0 + \Sigma(\not{p})) + i\epsilon}, \quad m_{\text{física}} \equiv m_0 + \Sigma(\not{p}), \quad (2)$$

donde

$$-i\Sigma(p) = \text{---} \xrightarrow{p} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \xrightarrow{p}, \quad \text{p. ej. : } -i\Sigma^{(2)}(p) = \text{---} \xrightarrow{p} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \xrightarrow{p} \quad (3)$$

- 1 **Introducción**
 - Renormalización
 - **Materia oscura tensorial**
- 2 El campo de la representación $(\mathbf{1}, \mathbf{0}) \oplus (\mathbf{0}, \mathbf{1})$
 - Dinámica libre
 - Lagrangiano libre
- 3 Renormalización de la interacción de norma $U(1)$
 - Caso masivo
 - Caso no-masivo
- 4 Conclusiones
- 5 Referencias

Introducción: Materia oscura tensorial

Materia oscura tensorial (TDM) es una propuesta [1-5] para describir a DM como un campo Ψ de espín $j = 1$ en la representación $(1, 0) \oplus (0, 1)$ del HLG. En un esquema de DM escondida es razonable hipotetizar interacciones con el SM de tipo $\text{singleteDM-singleteSM}$. Bajo esta hipótesis, los operadores de menor dimensión para el Lagrangiano efectivo de interacción son

$$\mathcal{L}_{int} = \bar{\Psi}(g_s \mathbb{1} + ig_p \chi) \Psi \phi^\dagger \phi + g_t \bar{\Psi} M_{\mu\nu} \Psi B^{\mu\nu}. \quad (4)$$

Se ha encontrado que esta propuesta es compatible con los resultados experimentales si $m_{TDM} \approx m_{Higgs}/2$ y $g_s \approx 1.00 \times 10^{-3}$ [1-5]. En la ecuación (4) los operadores son de dimensión 4, lo que abre la posibilidad de que exista una teoría fundamental de TDM detrás. El estudio de su renormalización es importante para saber si hay lugar a una teoría fundamental con alto poder predictivo o si se trata, por el contrario, sólo de una teoría efectiva.

- 1 Introducción
 - Renormalización
 - Materia oscura tensorial
- 2 El campo de la representación $(\mathbf{1}, \mathbf{0}) \oplus (\mathbf{0}, \mathbf{1})$
 - Dinámica libre
 - Lagrangiano libre
- 3 Renormalización de la interacción de norma $U(1)$
 - Caso masivo
 - Caso no-masivo
- 4 Conclusiones
- 5 Referencias

En [6] se desarrolla un formalismo de primeros principios con el que es posible deducir ecuaciones de onda propias de las funciones de onda de partículas libres masivas de espín j en una representación dada del HLG. Este formalismo surge, esencialmente, de la identificación de paridad como un buen número cuántico para las partículas libres. Su aplicación para la representación $(1/2, 0) \oplus (0, 1/2)$ produce la ecuación de Dirac; su aplicación para la $(1/2, 1/2)$ produce la ecuación de Proca; y su aplicación para la representación $(1, 0) \oplus (0, 1)$ produce la ecuación

$$(\Sigma^{\mu\nu} \partial_\mu \partial_\nu + m^2 \mathbb{1}) \Psi(x) = 0, \quad \Sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{2} (\eta_{\mu\nu} \mathbb{1} + S_{\mu\nu}). \quad (5)$$

$$S^{00} = \Pi = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{1} \\ \mathbb{1} & 0 \end{pmatrix}, \quad S^{0i} = \begin{pmatrix} 0 & J^i \\ -J^i & 0 \end{pmatrix}, \quad (6)$$
$$S^{ij} = \begin{pmatrix} 0 & -\delta^{ij} + \{J^i, J^j\} \\ -\delta^{ij} + \{J^i, J^j\} & 0 \end{pmatrix},$$

donde J^i son los generadores de $SU(2)$ para $j = 1$.

- 1 Introducción
 - Renormalización
 - Materia oscura tensorial
- 2 El campo de la representación $(\mathbf{1}, \mathbf{0}) \oplus (\mathbf{0}, \mathbf{1})$
 - Dinámica libre
 - Lagrangiano libre
- 3 Renormalización de la interacción de norma $U(1)$
 - Caso masivo
 - Caso no-masivo
- 4 Conclusiones
- 5 Referencias

El campo de la representación $(\mathbf{1}, \mathbf{0}) \oplus (\mathbf{0}, \mathbf{1})$

El Lagrangiano del campo que obedece a esta ecuación es

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \bar{\Psi} \Sigma^{\mu\nu} \partial_\nu \Psi - m^2 \bar{\Psi} \Psi, \quad (7)$$

donde $\bar{\Psi} = \Psi^\dagger \Pi$. Los aspectos clásicos y la cuantización canónica de este campo fueron estudiados en [7]. En el caso no-masivo este Lagrangiano es no-quiral, por lo que no puede tener interacciones de norma quirales. Esto implica que este campo no puede tener interacciones electro-débiles, lo cual motiva su estudio como candidato para DM.

- 1 Introducción
 - Renormalización
 - Materia oscura tensorial
- 2 El campo de la representación $(\mathbf{1}, \mathbf{0}) \oplus (\mathbf{0}, \mathbf{1})$
 - Dinámica libre
 - Lagrangiano libre
- 3 Renormalización de la interacción de norma $U(1)$
 - Caso masivo
 - Caso no-masivo
- 4 Conclusiones
- 5 Referencias

Renormalización Caso masivo

El Lagrangiano (7) acoplado mínimamente con el campo B^μ de norma $U(1)$ en términos de las cantidades desnudas es

$$\mathcal{L} = D_b^{\dagger\mu} \bar{\Psi}_b \Sigma_{\mu\nu} D_b^\nu \Psi_b - m_b^2 \bar{\Psi}_b \Psi_b - \frac{1}{4} B_b^{\mu\nu} B_{b\mu\nu} - \frac{1}{2\xi_b} (\partial_\mu B_b^\mu)^2, \quad (8)$$

que escrito en términos de las cantidades físicas es

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \partial^\mu \bar{\Psi} \Sigma_{\mu\nu} \partial^\nu \Psi - m^2 \bar{\Psi} \Psi - \frac{1}{4} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu} - \frac{1}{2\xi} (\partial^\mu B_\mu)^2 \\ & + ig [\partial^\mu \bar{\Psi} \Sigma_{\mu\nu} \Psi - \bar{\Psi} \Sigma_{\nu\mu} \partial^\mu \Psi] B^\nu + g^2 \bar{\Psi} \Sigma_{\mu\nu} \Psi B^\mu B^\nu \\ & + \delta_{Z_2} (\partial^\mu \bar{\Psi} \Sigma_{\mu\nu} \partial^\nu \Psi - m^2 \bar{\Psi} \Psi) - \delta_m \bar{\Psi} \Psi - \frac{1}{4} \delta_{Z_3} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu} \\ & + ig \delta_g [\partial^\mu \bar{\Psi} \Sigma_{\mu\nu} \Psi - \bar{\Psi} \Sigma_{\nu\mu} \partial^\mu \Psi] B^\nu + g^2 \delta_3 \bar{\Psi} \Sigma_{\mu\nu} \Psi B^\mu B^\nu, \end{aligned} \quad (9)$$

donde $\Psi = Z_2^{-\frac{1}{2}} \Psi_b$, $B^\mu = Z_3^{-\frac{1}{2}} B_b^\mu$ y las constantes son

$$\delta_{Z_2} = Z_2 - 1, \quad \delta_{Z_3} = Z_3 - 1, \quad \delta_m = Z_2(m_b^2 - m^2), \quad (10)$$

$$\delta_g = \frac{g_b}{g} Z_2 Z_3^{\frac{1}{2}} - 1, \quad \delta_3 = \frac{g_b^2}{g^2} Z_2 Z_3 - 1, \quad \xi = \frac{\xi_b}{\xi}. \quad (11)$$

Renormalización Caso masivo

Las reglas de Feynman para los términos físicos son

$$\text{Diagrama de línea doble con momento } p \text{ hacia la derecha} = \frac{i}{\Sigma(p) - m^2 + i\epsilon},$$

$$\text{Diagrama de línea ondulada con momento } q \text{ hacia la derecha} = \frac{-i[g^{\mu\nu} - (1 - \xi)q^\mu q^\nu / q^2]}{q^2 + i\epsilon}$$

$$\text{Diagrama de vértice con línea ondulada superior} = -ig\Sigma_{\mu\nu}(p' + p)^\nu,$$

$$\text{Diagrama de vértice con línea ondulada inferior} = 2ig^2\Sigma_{\mu\nu},$$

con $\Sigma(p) = \Sigma_{\mu\nu}p^\mu p^\nu$, y las reglas para los contratérminos son

$$\text{Diagrama de línea doble con un círculo } \otimes \text{ en el medio} = i\delta_{Z_2}(\Sigma(p) - m^2) - i\delta_m,$$

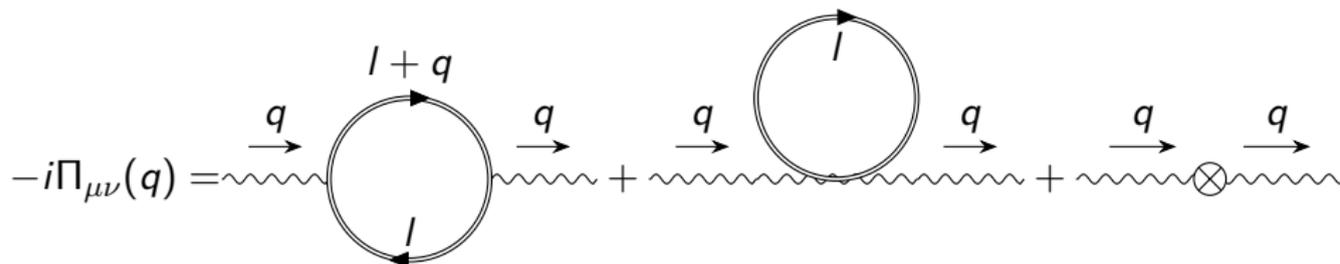
$$\text{Diagrama de línea ondulada con un círculo } \otimes \text{ en el medio} = -i\delta_{Z_3}(q^2 g^{\mu\nu} - q^\mu q^\nu)$$

$$\text{Diagrama de vértice con un círculo } \otimes \text{ en el vértice superior} = -ig\delta_g\Sigma_{\mu\nu}(p' + p)^\nu,$$

$$\text{Diagrama de vértice con un círculo } \otimes \text{ en el vértice inferior} = 2ig^2\delta_3\Sigma_{\mu\nu}.$$

Renormalización Caso masivo

Con esto, la autoenergía del campo B^μ es



$$-i\Pi_{\mu\nu}(q) = \text{[diagram 1]} + \text{[diagram 2]} + \text{[diagram 3]}$$

$$= -i\Pi_{\mu\nu}^*(q) - i\delta_{Z_3}(q^2 g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu),$$

donde

$$-i\Pi_{\mu\nu}^*(q) = \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left\{ [-ig\Sigma_{\mu\alpha}(2l+q)^\alpha] \frac{i}{\Sigma(l+q) - m^2 + i\epsilon} \right. \\ \left. \times [-ig\Sigma_{\nu\beta}(2l+q)^\beta] \frac{i}{\Sigma(l) - m^2 + i\epsilon} + [2ig^2\Sigma_{\mu\nu}] \frac{i}{\Sigma(l) - m^2 + i\epsilon} \right\}.$$

El resultado tiene la forma $-i\Pi_{\mu\nu}(q) = -i\Pi(q^2)(q^2 g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu)$.

Renormalización Caso masivo

El resultado tiene la forma $-i\Pi_{\mu\nu}(q) = -i\Pi(q^2)(q^2 g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu)$, cuya parte divergente es

$$\text{Div} [-i\Pi(q^2)] = -i \left[\frac{g^2 (78m^4 - 12m^2 q^2 + q^4)}{384\pi^2 m^4 \epsilon} + \delta_{Z_3} \right], \quad (12)$$

que claramente no puede ser anulada por el contratérmino δ_{Z_3} . La causa de esto se encuentra en el propagador de Ψ , que al ser reescrito como

$$\frac{i}{\Sigma(p) - m^2 + i\epsilon} = \frac{\mathbb{P}_+(p) - \frac{p^2 - m^2}{m^2} \mathbb{P}_-(p)}{p^2 - m^2 + i\epsilon}, \quad (13)$$

donde

$$\mathbb{P}_\pi = \frac{1}{2} \left(\mathbb{1} + \pi \frac{S(p)}{p^2} \right) \quad (14)$$

son los proyectores de paridad definida, revela un término UV-divergente cuando se está fuera de la capa de masa.

Renormalización Caso masivo

En [6] se muestra que el propagador de un campo vectorial masivo V^μ tiene la misma estructura que (13)

$$iS_\Psi = \frac{\mathbb{P}_+(p) - \frac{p^2 - m^2}{m^2} \mathbb{P}_-(p)}{p^2 - m^2 + i\epsilon}, \quad iS_V = \frac{-\mathbb{P}_-(p) + \frac{p^2 - m^2}{m^2} \mathbb{P}_+(p)}{p^2 - m^2 + i\epsilon}, \quad (15)$$

donde los proyectores de paridad $\mathbb{P}_\pm(p)$ del vector V^μ están definidos de una manera análoga a los $\mathbb{P}_\pm(p)$ de Ψ .

En el SM la solución a la renormalizabilidad de los bosones vectoriales masivos W^\pm y Z viene de considerarlos inicialmente no-masivos y posteriormente darles masa a través del mecanismo de Higgs. Esto nos conduce a la búsqueda de una solución análoga para la renormalizabilidad de las interacciones de Ψ , por lo que ahora se estudia el caso no-masivo para, eventualmente, buscar algún mecanismo que le de masa.

- 1 Introducción
 - Renormalización
 - Materia oscura tensorial
- 2 El campo de la representación $(\mathbf{1}, \mathbf{0}) \oplus (\mathbf{0}, \mathbf{1})$
 - Dinámica libre
 - Lagrangiano libre
- 3 Renormalización de la interacción de norma $U(1)$
 - Caso masivo
 - Caso no-masivo
- 4 Conclusiones
- 5 Referencias

Renormalización Caso no-masivo

El Lagrangiano no-masivo es $\mathcal{L} = \partial_\mu \bar{\Psi} \Sigma^{\mu\nu} \partial_\nu \Psi$. El operador cinético no es invertible porque es, esencialmente, un proyector $\Sigma(p) = p^2 \mathbb{P}_+(p)$. Por otro lado, tiene la simetría de norma

$$\Psi \rightarrow \Psi' = \Psi + R_{\mu\nu} \partial^\mu \partial^\nu \Phi, \quad R_{\mu\nu} = \frac{1}{2} (\eta_{\mu\nu} \mathbb{1} - S_{\mu\nu}). \quad (16)$$

Agregando un término de fijación de norma, el Lagrangiano es

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \partial^\mu \bar{\Psi} \Sigma_{\mu\nu} \partial^\nu \Psi + \frac{1}{\xi_\Psi} \partial^\mu \bar{\Psi} R_{\mu\nu} \partial^\nu \Psi \\ &= \partial^\mu \bar{\Psi} \left(\Sigma_{\mu\nu} + \frac{1}{\xi_\Psi} \right) \partial^\nu \Psi. \end{aligned} \quad (17)$$

Este Lagrangiano acoplado mínimamente con el campo B^μ de norma $U(1)$ en términos de las cantidades desnudas es

$$\mathcal{L} = D_b^\dagger \bar{\Psi}_b \left(\Sigma_{\mu\nu} + \frac{1}{x_b} R_{\mu\nu} \right) D_b^\nu \Psi_b - \frac{1}{4} B_b^{\mu\nu} B_{b\mu\nu} - \frac{1}{2y_b} (\partial_\mu B_b^\mu)^2, \quad (18)$$

donde $x_b \equiv \xi_b^\Psi$, $y_b \equiv \xi_b^B$.

Escrito en términos de las cantidades físicas es

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & \partial^\mu \bar{\Psi} \left(\Sigma_{\mu\nu} + \frac{1}{x} R_{\mu\nu} \right) \partial^\nu \Psi - \frac{1}{4} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu} - \frac{1}{2y} (\partial^\mu B_\mu)^2 \\ & + ig \left[\partial^\mu \bar{\Psi} \left(\Sigma_{\mu\nu} + \frac{1}{x} R_{\mu\nu} \right) \Psi - \bar{\Psi} \left(\Sigma_{\mu\nu} + \frac{1}{x} R_{\mu\nu} \right) \partial^\mu \Psi \right] B^\nu \\ & + g^2 \bar{\Psi} \left(\Sigma_{\mu\nu} + \frac{1}{x} R_{\mu\nu} \right) \Psi B^\mu B^\nu \\ & + \delta_{Z_2} \partial^\mu \bar{\Psi} \left(\Sigma_{\mu\nu} + \frac{1}{x} R_{\mu\nu} \right) \partial^\nu \Psi - \frac{1}{4} \delta_{Z_3} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu} \\ & + \delta_g \left[\partial^\mu \bar{\Psi} \left(\Sigma_{\mu\nu} + \frac{1}{x} R_{\mu\nu} \right) \Psi - \bar{\Psi} \left(\Sigma_{\mu\nu} + \frac{1}{x} R_{\mu\nu} \right) \partial^\mu \Psi \right] B^\nu \\ & + g^2 \delta_3 \bar{\Psi} \left(\Sigma_{\mu\nu} + \frac{1}{x} R_{\mu\nu} \right) \Psi B^\mu B^\nu,\end{aligned}\tag{19}$$

donde

$$\psi = Z_2^{-\frac{1}{2}} \psi_b, \quad B^\mu = Z_3^{-\frac{1}{2}} B_b^\mu, \quad (20)$$

y las constantes son

$$\delta_{Z_2} = Z_2 - 1, \quad \delta_{Z_3} = Z_3 - 1, \quad \delta_g = \frac{g_b}{g} Z_2 Z_3^{\frac{1}{2}} - 1, \quad (21)$$

$$\delta_3 = \frac{g_b^2}{g^2} Z_2 Z_3 - 1, \quad y = \frac{y_b}{Z_3}, \quad x = x_b. \quad (22)$$

Renormalización Caso no-masivo

Las reglas de Feynman para los términos físicos son

$$\text{---}\overset{p}{\rightarrow}\text{---} = i \frac{1 + (x-1)\mathbb{P}_-(p)}{p^2 + i\epsilon},$$

$$\text{---}\overset{q}{\rightarrow}\text{---} = \frac{-i[g^{\mu\nu} - (1-y)q^\mu q^\nu / q^2]}{q^2 + i\epsilon},$$

$$\begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ \text{---} \overset{p}{\rightarrow} \text{---} \text{---} \overset{p'}{\rightarrow} \text{---} \\ | \\ \text{---} \end{array} = -ig \left(\Sigma_{\mu\nu} + \frac{1}{x} R_{\mu\nu} \right) (p' + p)^\nu,$$

$$\begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ \text{---} \overset{p}{\rightarrow} \text{---} \text{---} \overset{p'}{\rightarrow} \text{---} \\ | \\ \text{---} \end{array} = 2ig^2 \left(\Sigma_{\mu\nu} + \frac{1}{x} R_{\mu\nu} \right).$$

Renormalización Caso no-masivo

Y las reglas para los contratérminos son

$$\begin{array}{c} p \\ \longrightarrow \otimes \longrightarrow \\ \hline \end{array} = i\delta_{Z_2} \left(\Sigma(p) + \frac{1}{x} R(p) \right) = i\delta_{Z_2} \left(\frac{x+1}{2x} p^2 \mathbb{1} + \frac{x-1}{2x} S(p) \right),$$

$$\begin{array}{c} q \\ \longrightarrow \\ \text{wavy} \otimes \text{wavy} \\ \hline \end{array} = -i\delta_{Z_3} (q^2 g^{\mu\nu} - q^\mu q^\nu),$$

$$\begin{array}{c} \text{wavy} \\ \updownarrow \\ \begin{array}{c} p \\ \nearrow \\ \otimes \\ \searrow \\ p' \end{array} \\ \hline \end{array} = -ig\delta_g \left(\Sigma_{\mu\nu} + \frac{1}{x} R_{\mu\nu} \right) (p' + p)^\nu,$$

$$\begin{array}{c} \text{wavy} \\ \updownarrow \\ \begin{array}{c} p \\ \nearrow \\ \otimes \\ \searrow \\ p' \end{array} \\ \hline \end{array} = 2ig^2\delta_3 \left(\Sigma_{\mu\nu} + \frac{1}{x} R_{\mu\nu} \right).$$

Renormalización Caso no-masivo

Con esto, la autoenergía del campo B^μ es

$$\begin{aligned}
 -i\Pi_{\mu\nu}(q) &= \text{diagram 1} + \text{diagram 2} + \text{diagram 3} \\
 &= -i\Pi_{\mu\nu}^*(q) - i\delta_{Z_3}(q^2 g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu),
 \end{aligned}$$

donde ahora

$$\begin{aligned}
 -i\Pi_{\mu\nu}^*(q) &= \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left\{ \left[-ig \left(\Sigma_{\mu\alpha} + \frac{1}{x} R_{\mu\alpha} \right) (2l + q)^\alpha \right] \right. \\
 &\times i \frac{\mathbb{1} + (x-1)\mathbb{P}_-(l+q)}{(l+q)^2 + i\epsilon} \left[-ig \left(\Sigma_{\nu\beta} + \frac{1}{x} R_{\nu\beta} \right) (2l + q)^\beta \right] \\
 &\times i \frac{\mathbb{1} + (x-1)\mathbb{P}_-(l)}{l^2 + i\epsilon} + \left. \left[2ig^2 \left(\Sigma_{\mu\nu} + \frac{1}{x} R_{\mu\nu} \right) \right] i \frac{\mathbb{1} + (x-1)\mathbb{P}_-(l)}{l^2 + i\epsilon} \right\}.
 \end{aligned}$$

El resultado tiene la forma $-i\Pi_{\mu\nu}(q) = -i\Pi(q^2)(q^2 g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu)$, cuya parte divergente es

$$\text{Div} [-i\Pi(q^2)] = -i \left[\frac{g^2 (x^4 - 8x^3 + 6x^2 - 8x + 1)}{64\pi^2 \epsilon_X^2} + \delta_{Z_3} \right], \quad (23)$$

que sí puede ser anulada por el contratérmino δ_{Z_3} .

Renormalización Caso no-masivo

La autoenergía del campo Ψ es

$$-iM^2(p) = \text{diagram 1} + \text{diagram 2} + \text{diagram 3}$$

$$= -iM^{*2}(p) + i\delta_{Z_2} \left(\Sigma(p) + \frac{1}{x}R(p) \right),$$

$$-iM^{*2}(p) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \left\{ \left[-ig \left(\Sigma_{\mu\alpha} + \frac{1}{x}R_{\mu\alpha} \right) (2p - k)^\alpha \right] \right. \\ \times i \frac{\mathbb{1} + (x-1)\mathbb{P}_-(p-k)}{(p-k)^2 + i\epsilon} \left[-ig \left(\Sigma_{\nu\beta} + \frac{1}{x}R_{\nu\beta} \right) (2p - k)^\beta \right] \\ \times i \frac{-g^{\mu\nu} + (1-y)k^\mu k^\nu / k^2}{k^2 + i\epsilon} + \left[2ig^2 \left(\Sigma_{\mu\nu} + \frac{1}{x}R_{\mu\nu} \right) \right] \\ \left. \times i \frac{-g^{\mu\nu} + (1-y)k^\mu k^\nu / k^2}{k^2 + i\epsilon} \right\}.$$

Su parte divergente es

$$\begin{aligned} \text{Div} [-iM^2(p)] = & -i(x+1) \left[\frac{3x^2 - 2xy + 3}{64\pi^2 x^2 \epsilon} - \frac{\delta_{Z_2}}{2x} \right] p^2 \mathbb{1} \\ & -i(x-1) \left[\frac{4x^2 + x(7-3y) + 4}{96\pi^2 x^2 \epsilon} - \frac{\delta_{Z_2}}{2x} \right] S(p). \end{aligned} \quad (24)$$

El contratérmino δ_{Z_2} puede anular las divergencias de ambos términos sólo para los siguientes valores del parámetro de norma x de Ψ

$$x = \pm 1, \quad x = 7 \pm 4\sqrt{3}, \quad (25)$$

para cualquier valor del parámetro de norma y de B^μ .

Conclusiones

Para TDM masiva:

- La teoría de norma $U(1)$ es no-renormalizable debido al comportamiento divergente del propagador de Ψ en la región UV.

Para TDM no-masiva:

- TDM no-masiva tiene una simetría de norma. Su propagador no padece del comportamiento divergente en la región UV que tiene el propagador de la teoría masiva.
- La autoenergía de B^μ es renormalizable para cualesquiera valores de los parámetros de norma x e y .
- La autoenergía de Ψ es renormalizable sólo para los valores $x = \pm 1$ ó $x = 7 \pm 4\sqrt{3}$, ambos para todo y .
- El estudio del resto de los diagramas está en desarrollo.
- En caso de que se encuentre que TDM no-masiva es renormalizable, se debe buscar, aún, un mecanismo para darle masa.

Referencias

- [1] H. Hernández-Arellano, M. Napsuciale y S. Rodríguez, «Spin portal to dark matter», *Phys. Rev. D* **98**, 015001 (2018).
- [2] H. Hernández-Arellano, M. Napsuciale y S. Rodríguez, «Spin-one dark matter and gamma ray signals from the galactic center», (2019).
- [3] H. Hernandez-Arellano, M. Napsuciale y S. Rodriguez, «Cosmic-ray antiproton excess from annihilating tensor dark matter», (2021).
- [4] M. Napsuciale, S. Rodríguez y H. Hernández-Arellano, «Kinetic mixing, custodial symmetry, and a lower bound on the mass of a dark gauge boson», *PTEP* **2022**, 093E01 (2022).
- [5] M. Napsuciale, S. Rodriguez y H. Hernandez-Arellano, «Kinetic mixing, custodial symmetry, Z , Z' interactions and Z' production in hadron colliders», (2021).
- [6] M. Napsuciale, «Space-time origin of gauge symmetry», (2022).
- [7] M. Napsuciale, S. Rodríguez, R. Ferro-Hernández y S. Gómez-Ávila, «Spin one matter fields», *Phys. Rev. D* **93**, 076003 (2016).