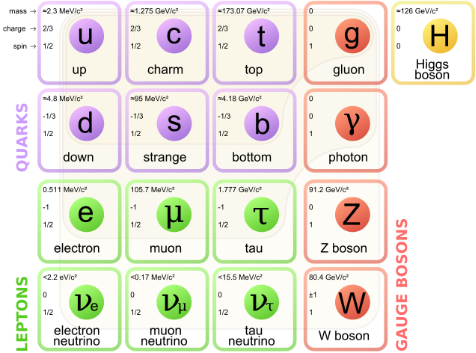
Instituto de Física, UNAM

Simetría de sabor S_3-modular en Teorías de Gran Unificación

Antonio Carlos Samaniego Flores
antoniosama@estudiantes.fisica.unam.mx

Marzo 15, 2023

Contenido



$$SU(3) \times SU(2) \times U(1) \subset \text{SUSY } \; SU(5) \times \text{Modular} - S_3$$

$$SL(2,Z) = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} | a,b,c,d \in \mathrm{Z}, \mathrm{ad} - \mathrm{bc} = 1 \right\} \;\; \text{ó} \;\; \tau \rightarrow \frac{a\tau + b}{c\tau + d}$$

$$f(\tau) \rightarrow (c\tau + d)^k f(\tau)$$

El contenido de materia del modelo es el siguiente:

Field	$SU(5)$	S_3	k
(H_1^d, H_2^d)	$\bar{5}$	2	0
H_3^d	$\bar{5}$	1	0
(H_1^u, H_2^u)	5	2	0
H_3^u	5	1	0
(F_1, F_2)	$\bar{5}$	2	-2
F_3	$\bar{5}$	$1'$	0
(T_1, T_2)	10	2	-2
T_3	10	$1'$	0
$Y_2^{(2)}$	1	2	2
$Y_2^{(4)}$	1	2	4
$Y_1^{(4)}$	1	1	4

$$F = \begin{pmatrix} d_1^c \\ d_2^c \\ d_3^c \\ e \\ -\nu \end{pmatrix}_L, H^u = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_1^u \\ \mathbf{H}_2^u \\ \mathbf{H}_3^u \\ h^{+u} \\ h^{0u} \end{pmatrix},$$

$$T = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & u_3^c & -u_2^c & u_1 & d_1 \\ -u_3^c & 0 & u_1^c & u_2 & d_2 \\ u_2^c & -u_1^c & 0 & u_3 & d_3 \\ -u_1 & -u_2 & -u_3 & 0 & e^c \\ -d_1 & -d_2 & -d_3 & -e^c & 0 \end{pmatrix}_L$$

El potencial invariante modular que involucra las interacciones de Yukawa es

$$W = \sqrt{2}\left(y_1^d Y_1^{(4)} + y_2^d Y_2^{(4)}\right) \otimes \bar{F} \otimes T \otimes H_3^d + \sqrt{2} y_3^d Y_2^{(2)} \otimes \bar{F} \otimes T_3 \otimes H^d$$
$$+\sqrt{2} y_4^d Y_2^{(2)} \otimes \bar{F}_3 \otimes T \otimes H^d + \sqrt{2} y_5^d \bar{F}_3 \otimes T_3 \otimes H_3^d$$
$$+\frac{1}{4}\left(y_1^u Y_1^{(4)} + y_2^u Y_2^{(4)}\right) \otimes \bar{T} \otimes T \otimes H_3^u + \frac{1}{4} y_3^u Y_2^{(2)} \otimes \bar{T} \otimes T_3 \otimes H^u$$
$$+\frac{1}{4} y_4^u Y_2^{(2)} \otimes \bar{T}_3 \otimes T \otimes H^u + \frac{1}{4} y_5^u \bar{T}_3 \otimes T_3 \otimes H_3^u + h.c.$$

Se puede desarrollar los productos entre irreps de S_3 (ver Hajime Ishimori 2010) para obtener un potencial invariante ante dicha simetría discreta.

Matrices de masas y V_{CKM}

Luego de que los Higgs adquieren un vev podemos construir

$$M^u = \begin{pmatrix} 0 & a\mu_2^u Y_1^2(\tau) & 0 \\ a\mu_2^u Y_1^2(\tau) & 0 & -b\bar{\mu}_2^u Y_1(\tau) \\ 0 & -b\bar{\mu}_2^u Y_1(\tau) & \mu_5^u - \frac{4\mu_1^u}{3} Y_1^2(\tau) \end{pmatrix},$$

$$M^d = \begin{pmatrix} 0 & a\mu_2^d Y_1^2(\tau) & 0 \\ a\mu_2^d Y_1^2(\tau) & 0 & -b\mu_4^d Y_1(\tau) \\ 0 & -b\mu_4^{d*} Y_1^*(\tau) & \mu_7^d - \frac{4\mu_1^d}{3} Y_1^2(\tau) \end{pmatrix}$$

En donde, $\mu_1^u = y_1^u h_3^{0u}$, $\mu_2^u = y_2^u h_3^{0u}$, $\bar{\mu}_2^u = \bar{y}^u h_2^{0u}$, $\mu_5^u = y_5^u h_3^{0u}$, $\mu_1^d = y_1^d h_3^{0d}$, $\mu_2^d = y_2^d h_3^{0d}$, $\mu_4^d = y_3^d h_2^{0d}$, $\mu_7^d = y_5^d h_3^{0d}$. Además se debe cumplir que

$$\begin{aligned} &h_1^{0d} = (2-\sqrt{3})h_2^{0d}, \quad h_1^{0u} = (2-\sqrt{3})h_2^{0u}, \quad Y_2(\tau) - \frac{1}{\sqrt{3}} Y_1(\tau) = 0, \\ &\bar{\mu}_2^u Y_1(\tau) \in \Re, \qquad \mu_2^u Y_1^2(\tau) \in \Re, \qquad \mu_2^d Y_1^2(\tau) \in \Re. \end{aligned}$$

A partir de las matrices de masa se puede determinar las componentes de la matriz V_{CKM} (K. Harayama 1996),

$$(V_{CKM})_{ij} = \frac{1}{f_{ui}f_{dj}} \Big[\left(2\varepsilon_{ui} - (1 + p_u - y_u^4 \pm R_u)\right) \frac{q_u}{2y_u} \frac{q_d}{2y_d} \left(2\varepsilon_{dj} - (1\right.$$
$$\left. + p_d - y_d^4 \pm R_d)\right) G_u G_d + \mathrm{e}^{i\eta} \left(y_u^2 \varepsilon_{ui} - q_u^2\right) \left(y_d^2 \varepsilon_{dj} - q_d^2\right) G_u G_d$$
$$+ \frac{1}{4} \mathrm{e}^{i\varphi_3^d} \left(\varepsilon_{ui} - \frac{q_u^2}{y_u^2}\right) \left(2\varepsilon_{ui} - (1 + p_u - y_u^4 \pm R_u)\right)$$
$$\times \left(\varepsilon_{dj} - \frac{q_d^2}{y_d^2}\right) \left(2\varepsilon_{dj} - (1 + p_d - y_d^4 \pm R_d)\right) \Big] .$$

En donde se ha definido

$$R_k = \sqrt{\left(p_k + 1 - y_k^4\right)^2 - 4\left(p_k + q_k^4 - 2q_k^2 y_k^2\right)},$$
$$G_k = \sqrt{\frac{1 + p_k - y_k^4 \pm R_k}{2} - \left(\frac{q_k}{y_k}\right)^2}, \ \ p_k = \varepsilon_{k1} + \varepsilon_{k2}, \ \ q_k^4 = \varepsilon_{k1}\varepsilon_{k2}.$$

Con $\varepsilon_{ki} = \frac{m_{ki}^2}{m_{k3}^2}$, $k = u, d$ e $i = 1, 2, 3$.

Acoplamientos de Yukawa

A partir del potencial se puede construir las matrices de Yukawa que acopla a los quarks con el sector de Higgs extendido del modelo

$$W = \bar{u}_R \mathbf{Y}_k^u Q_L \mathcal{H}_k^u + \bar{d}_R \mathbf{Y}_k^d Q_L \mathcal{H}_k^d + \bar{e}_R \mathbf{Y}_k^e l_L \mathcal{H}_k^d + h.c., \quad k = 1, 2, 3.$$

Por simplicidad

$$\mathcal{H}_k = \sum_i \frac{h_i^{0k}}{v_k} \mathcal{H}_i^k, \;\; v_k = \sqrt{\sum_i (h_i^{0k})^2}, \;\; k = u, d.$$

Posteriormente se hace uso de las RGE

$$\frac{d\mathbf{Y}^k}{dt} = \mathbf{Y}^k \left(\frac{1}{16\pi^2} \beta_k^{(1)} + \frac{1}{(16\pi^2)^2} \beta_k^{(2)} \right), \;\; k = u, d, e.$$

Con β_k correspondientes al MSSM (D. J. Castaño 1993).

Algunos resultados

Al hacer el running de los acoplamientos de Yukawa se debe tomar en cuenta que en M_{SUSY} se cumple (S. Antusch 2013)

$$\begin{aligned} Y_u^{\text{SM}} &\simeq Y_u^{\text{MSSM}} \sin\beta, \\ Y_d^{\text{SM}} &\simeq (\mathbb{1} + \text{diag}(\bar{\eta}_q, \bar{\eta}_q, \bar{\eta}_b)) Y_d^{\text{MSSM}} \cos\beta, \\ Y_e^{\text{SM}} &\simeq (\mathbb{1} + \text{diag}(\bar{\eta}_l, \bar{\eta}_l, 1)) Y_e^{\text{MSSM}} \cos\beta, \end{aligned}$$

con $\tan\beta = v_u/v_d$. En M_Z se encuentra que

	Experimental	Teórico
ε_u	$(6.37 \pm 0.59) \times 10^{-6}$	7.26679×10^{-6}
ε_d	$(8.78 \pm 0.48) \times 10^{-4}$	10.0819×10^{-4}
ε_s	(0.0178 ± 0.00046)	0.0199527
ε_c	(0.00364 ± 0.00023)	0.00376781

Conclusiones y perspectivas

- La simetría de sabor del modelo juega un papel muy importante en la reducción del espacio de parámetros.
- El cálculo teórico de las razones entre las masas de los quarks está en un acuerdo razonablemente bueno con los datos experimentales.
- Se planea extender todo el análisis al sector de leptones cargados y neutrinos.
- En un siguiente estudio se buscará dar un tratamiento más adecuado a los términos de rompimiento suave.

Referencias

- Hiroshi Ohki Hajime Ishimori T. Kobayashi (2010). "Non-Abelian Discrete Symmetries in Particle Physics". In: *hep-th*, arXiv: 1003.3552
- N. Okamura K. Harayama (1996). "Exact Parametrization of The Mass Matrices and the KM Matrix". In: *hep-ph*, arXiv: 9605215v2
- P. Ramond D. J. Castaño E. J. Piard (1993). "Renormalization group study of the standard model and its extensions: II". In: *hep-ph*, arXiv: 9308335
- V. Maurer S. Antusch (2013). "Running quark and lepton parameters at various scales". In: *hep-ph*, arXiv: 1306.6879v2