

Estudio numérico de un modelo para la evolución de las cuerdas cósmicas

**E. N. Polanco-Euán, J. F. Nieto-Castellanos,
E. López-Contreras, W. Bietenholz**

Instituto de Ciencias Nucleares UNAM



Marzo 2023

Cuerdas cósmicas

- *Defectos topológicos* que pudieron haber sido formados en las transiciones de fase del universo en la etapa inflacionaria (alrededor de 10^{-33} s después del Big Bang) [1].
- Se han encontrado análogos en algunos sistemas de materia condensada [2].

[1] Kibble, T. W. B. *J. Phys. A: Math. Gen.* **9** 1387 (1976)

[2] Zurek, W. *Nature* **317**, 505–508 (1985)

Mecanismo Kibble-Zurek (KZM)

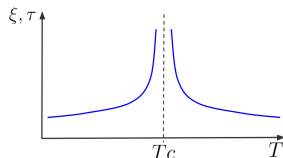
Una transición de fase de segundo orden puede ser caracterizada tanto por la longitud de correlación en equilibrio ξ

$$\xi(\epsilon) = \frac{C_\xi}{|\epsilon|^\nu},$$

como por el tiempo de relajación en equilibrio τ

$$\tau(\epsilon) = \frac{C_\tau}{|\epsilon|^{z\nu}}.$$

C_ξ y C_τ son constantes del ajuste, ν y z dependen de la clase de universalidad de la transición.



Mecanismo Kibble-Zurek

ϵ es la temperatura reducida

$$\epsilon = \frac{T_c - T}{T_c}.$$

El KZM describe la dinámica de una transición de fase cerca de T_c , donde la dependencia de la temperatura con el tiempo puede asumirse lineal

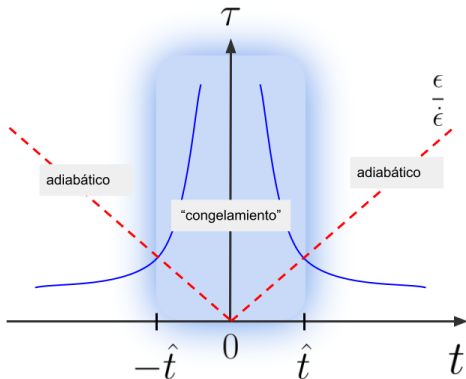
$$T(t) = T_c[1 - \epsilon(t)],$$

de tal manera que la temperatura reducida es caracterizada por la tasa de enfriamiento τ_Q y varía linealmente de acuerdo a

$$\epsilon(t) = \frac{t}{\tau_Q}, \quad t \in [-\tau_Q, \tau_Q].$$

Mecanismo Kibble-Zurek

La frontera entre el escenario en equilibrio (adiabático) y fuera del equilibrio (congelamiento) puede ser estimada al comparar $\tau(t)$ en equilibrio con el tiempo para cruzar el punto crítico.



$$\tau(t) = \frac{C_\tau}{\left|\frac{t}{\tau_Q}\right|^{z\nu}} \approx \frac{\epsilon(t)}{\dot{\epsilon}(t)} = t$$

$$\hat{t} := (C_\tau \tau_Q^{z\nu})^{\frac{1}{1+z\nu}}$$

Imagen: Int. J. Mod. Phys. A **29**, 1430018 (2014).

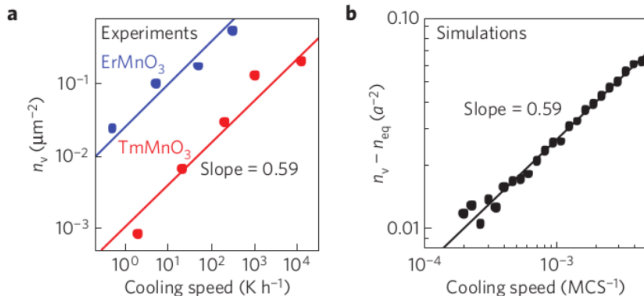
Predicción del KZM

La dependencia de defectos topológicos con la tasa de enfriamiento obedece una ley de potencia [2]

$$\rho_\nu \sim A \left(\frac{1}{\tau_Q} \right)^{\frac{2\nu}{1+z\nu}}$$

[2] Kibble, T. W. B. *J. Phys. A: Math. Gen.* **9** 1387 (1976)

Predicción del KZM



Lin, SZ., Wang, X., Kamiya, Y. et al. Nature Phys **10**, 970–977 (2014)

Modelo 3d XY O(2)

El modelo en tres dimensiones XY es definido por el Hamiltoniano

$$H = - \sum_{\langle x,y \rangle} \vec{s}_x \cdot \vec{s}_y$$

- Los espines \vec{s}_x son variables clásicas localizadas en S^1 .
- La suma corre sobre los vecinos más cercanos en una *lattice* de volumen L^3 .
- Se usan condiciones de frontera periódicas.

Observables

- Susceptibilidad magnética

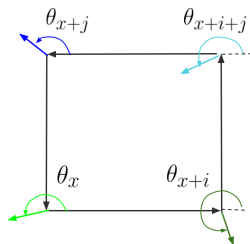
$$\chi_M = \frac{1}{L^3} \left(\langle \vec{M}^2 \rangle - \langle |\vec{M}| \rangle^2 \right), \quad \vec{M} = \sum_x \vec{s}_x.$$

- Densidad de vórtices ρ_v

Para determinarlos, se calcula la diferencia entre dos ángulos de dos espines consecutivos en una plaqueta:

$$\Delta_{i,x} = [\theta_{x+i} - \theta_x]_\pi$$

donde $[...]_\pi$ significa $(...)$ mod 2π con un resultado entre el intervalo $(-\pi, \pi]$.



Defectos topológicos

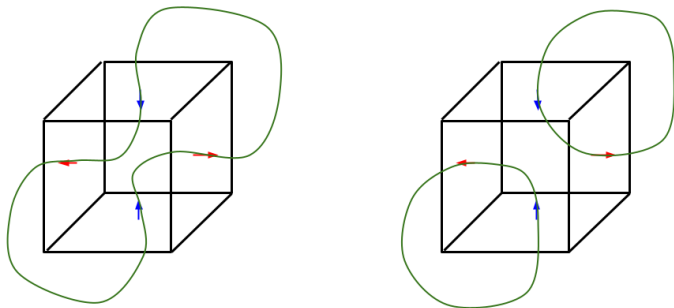
El número de vueltas en una plaqueta es

$$\frac{1}{2\pi}(\Delta_{i,x} + \Delta_{j,x+i} - \Delta_{i,x+j} - \Delta_{j,x}) \in \{1, 0, -1\}$$

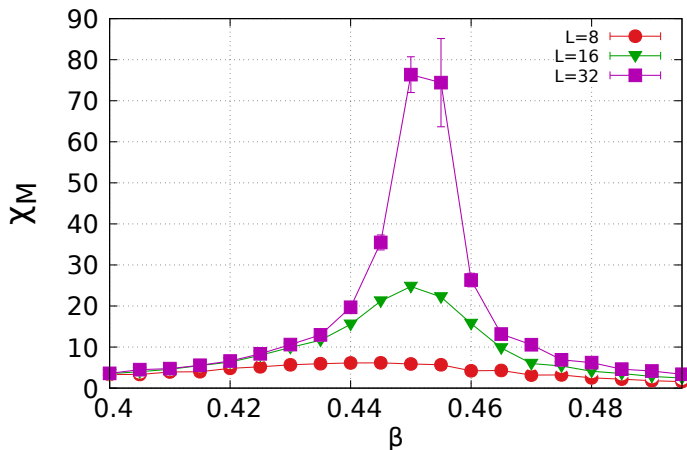
Con ello se determina la *vorticidad* de una plaqueta. Éstos son los defectos topológicos en el modelo.

Líneas de vórtices

Se pueden formar líneas siguiendo las direcciones de cada vórtice en cada plaqueta. Las cuerdas cósmicas están relacionadas con las líneas de vórtices del modelo.

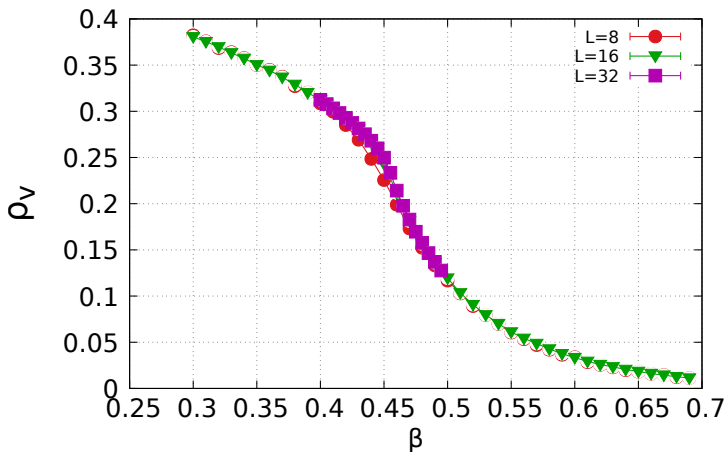


Susceptibilidad magnética

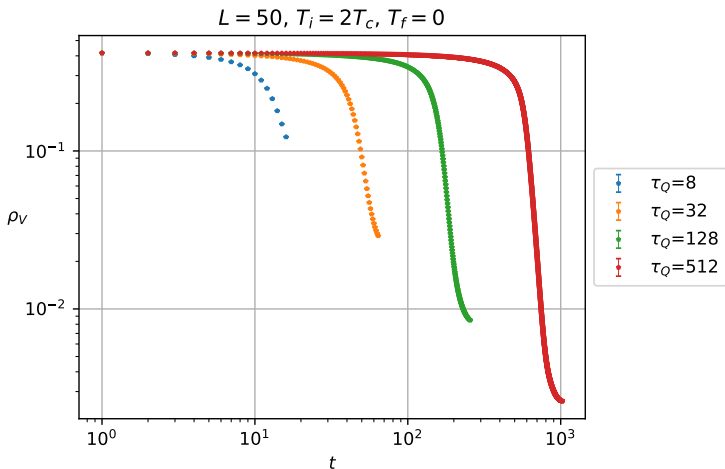


β es el inverso de la temperatura (en unidades de *lattice*). El ajuste es compatible con $\beta_c = 0.454165$, es decir $T_c \approx 2.201847$

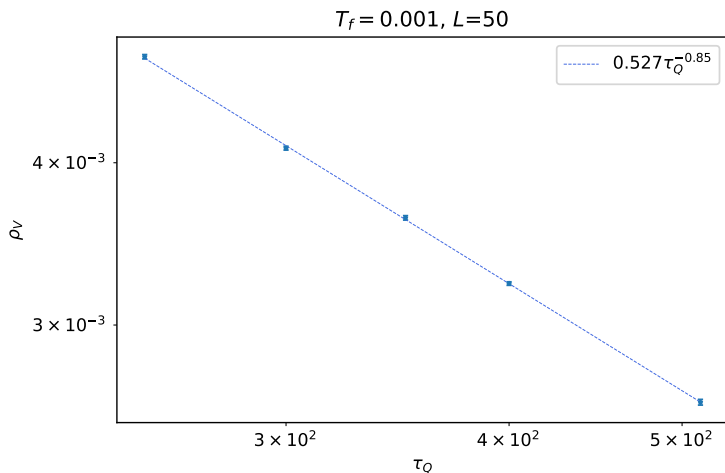
Densidad de vórtices en equilibrio



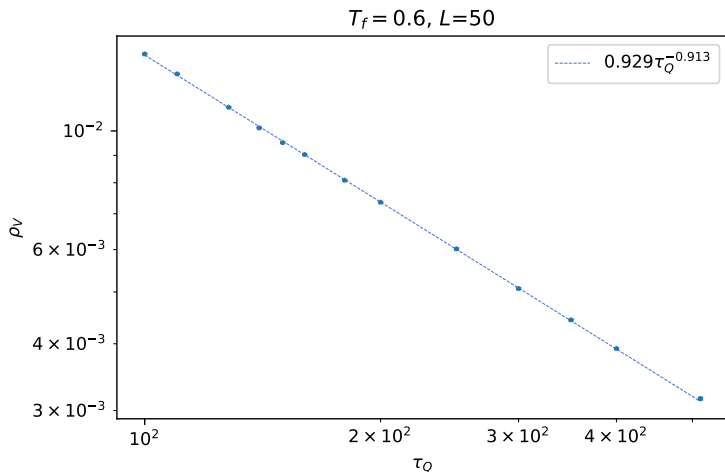
Densidad de vórtices como función del tiempo durante un proceso de enfriamiento fuera del equilibrio



Densidad de vórtices al final del enfriamiento, en dependencia de la tasa τ_Q



Densidad de vórtices al final del enfriamiento, en dependencia de la tasa τ_Q



Exponentes de escalamiento para diferentes temperaturas

T_f	Exponente
0.001	-0.8583(74)
0.01	-0.8489(32)
0.1	-0.8878(45)
0.2	-0.8978(50)
0.3	-0.8887(36)
0.4	-0.8860(25)
0.5	-0.9021(44)
0.6	-0.9128(39)
0.9	-1.0525(93)
1.3	-0.8825(98)
1.5	-0.6746(92)
1.6	-0.5612(80)
2.13	-0.063(20)

Conclusiones parciales

- Los defectos topológicos son los vórtices, en el escenario congelado su densidad aumenta comparado con el escenario adiabático.
- Se confirma la predicción del mecanismo de Kibble y Zurek para la densidad de vórtices como proporcional a una ley de potencia de τ_Q .
- Sin embargo, el exponente de escalamiento depende de la temperatura final. El papel del valor predicho se queda para ser clarificado.