

# Sector escalar con simetría $S_3$

J. Enrique Barradas G.

- ▶ Lo que pretendemos es conocer, entender y vivir de acuerdo a las leyes de la Naturaleza.
- ▶ Dar una explicación objetiva y racional de los procesos en el Universo.
- ▶ Se han desarrollado diferentes teorías que le han permitido a la humanidad describir los constituyentes e interacciones fundamentales en el Universo.
- ▶ Estas teorías han tomado como base al Modelo Estándar, siendo este modelo muy predictivo en acuerdo a los resultados experimentales.

- ▶ El Modelo Estándar cuenta con un contenido de materia que se caracteriza esencialmente de fermiones que interactúan a través del intercambio de bosones, esto es, interacciones de norma.
- ▶ Para que los fermiones adquieran masa se introduce el mecanismo de Higgs a través de interacciones de Yukawa.

- ▶ Así que, para mejorar nuestro conocimiento se han extendido el número de fermiones, de bosones y escalares. Para esto se han implementado nuevas simetrías, no sólo de norma, con matemática diferente a la contenida originalmente por el Modelo Estándar.

- ▶ En nuestro caso particular se agrega una simetría no abeliana de permutaciones  $S_3$  y se extiende el sector de Higgs y el contenido de fermiones al agregar neutrinos derechos y emplear el mecanismo seesaw. Se revisa el rompimiento espontáneo de simetría del SM, considerando diferentes estados fundamentales del vacío.

- ▶ Una propiedad de la Naturaleza es es que los fermiones aparecen replicados.
- ▶ El número de familias está limitado a tres por la medidas de la semianchura del bosón  $Z$ ,  $\Gamma_Z$ .

$$\underbrace{\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}}_{\text{Tres familias 6 sabores de quarks}}, \quad \underbrace{\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}}_{\text{Tres familias 6 sabores de leptones}}.$$



- ▶ Los fermiones experimentan dos tipos de interacciones: de norma en la que dos fermiones se acoplan a un bosón de norma e interacciones de Yukawa en las cuales dos fermiones se acoplan a un escalar.
- ▶ Los fermiones de cada familia tienen exactamente las mismas interacciones con los bosones de norma que se derivan de  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ .
- ▶ Los fermiones difieren sólo en sus masas.

Partícula	Masa	Masa ( $m_e$ )
electrón	$0.51099895000 \pm 0.00000000015$ MeV	1
muón	$105.6583755 \pm 0.0000023$ MeV	206.768
tau	$1776.86 \pm 0.12$ MeV	3477.23
neutrinos	$m < 1.1$ eV, CL = 90% (tritium decay)	
		Masa ( $m_u$ )
u	$2.16^{+0.49}_{-0.26}$ MeV	1
d	$4.67^{+0.48}_{-0.17}$ MeV	2.16204
s	$93.4^{+8.8}_{-3.4}$ MeV	43.2407
c	$1.27 \pm 0.02$ GeV	587.963
b	$4.18^{+0.03}_{-0.02}$ GeV	1935.19
t	$172.69 \pm 0.30$ GeV	79949.1



- ▶ Los leptones y los quarks están dominados por la masa del tercer miembro de cada familia.
- ▶ La magnitud relativa de las masas de la primera familia es casi nula.
- ▶ Todo el espectro de masas está dominado por el quark top.
- ▶ Existe un patrón jerárquico.
- ▶ El origen de la masa está desacoplado del mecanismo que produce los campos de materia y el sabor. Por lo que se puede considerar el origen de las familias de manera independiente del espectro de masas, de los acoplamientos de Yukawa. Campos en la representación de masas y campos en la representación de norma (sabores).

- ▶ La simetría de familias del Modelo Estándar es una simetría de los fermiones y una vez que adquieren masa, la matriz de mezcla de los fermiones es la evidencia experimental de la simetría de familias subyacente del Modelo Estándar.
- ▶ La simetría permutacional de familia es una simetría natural del Modelo Estándar antes del rompimiento de la simetría de norma.

- 
- 
- ▶ **Los tensores invariantes** de la simetría de familia y el patrón de rompimiento de la simetría **imponen ceros** exactos en uno o mas de los **acoples de Yukawa**. Los acoples se explican como una consecuencia de la simetría (o la falta de ella) de la familia.
  - ▶ A la **matrices de masa con ceros** en uno o más de sus elementos se les conoce como **una textura** de la matriz de masas.
  - ▶ **La diferencia** observada en las magnitudes de las **masas y la constante de acoplamiento**, llamada **una jerarquía**, es la manifestación de una simetría de familia o simetría de sabor bajo la cual las familias se transforman.

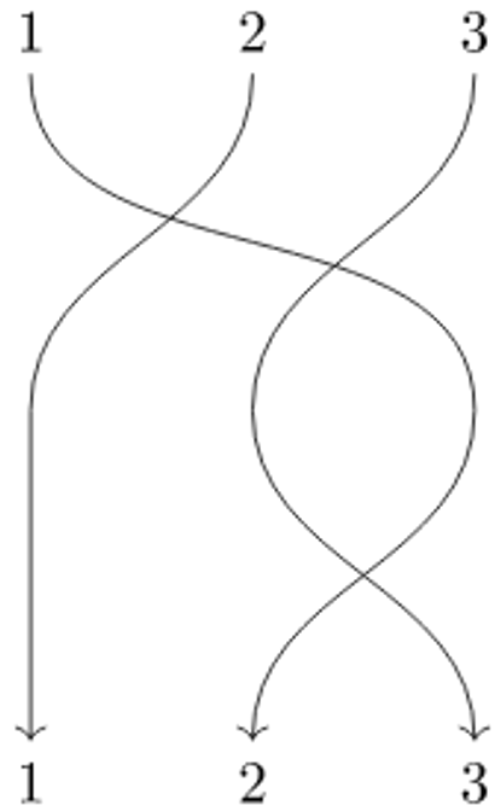
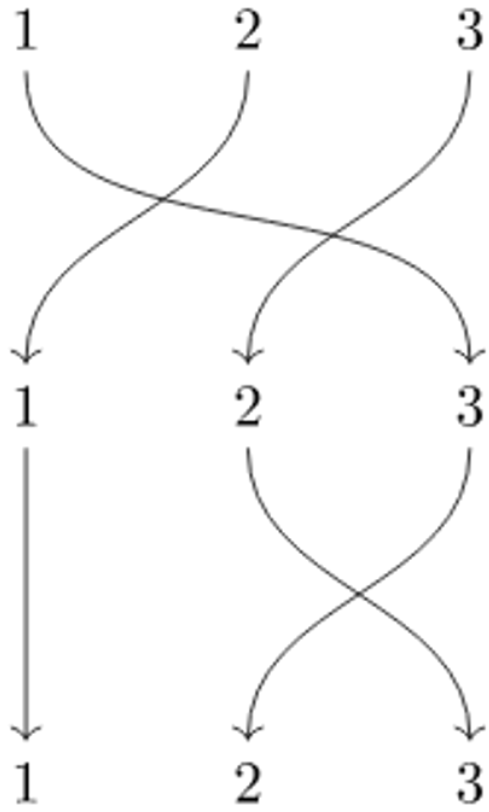
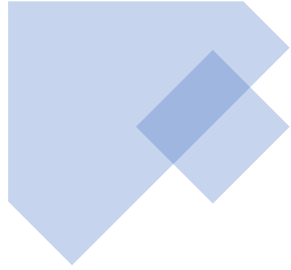


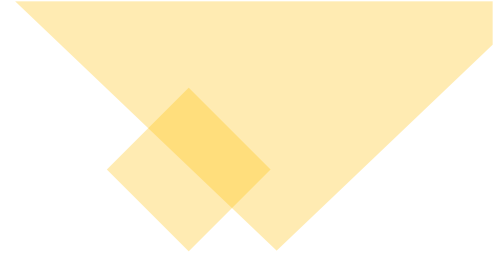
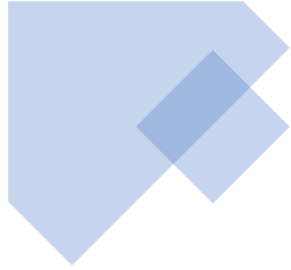
- ▶ No es un grupo de norma.
- ▶ Es un grupo de simetría que da un tratamiento simétrico a las familias con representaciones del grupo que dan un tratamiento diferente a las familias.
- ▶ Un grupo que incluye ceros de textura a las matrices de masa de los fermiones rompiendo la simetría de familias.
- ▶ Que no produce anomalías.
- ▶ Debe acomodar la estructura jerárquica observa en el espectro de masas.
- ▶ Discreto, finito y no abeliano.

- El grupo más pequeño entre estas simetrías es la simetría permutacional de tres objetos,  $S_3$ <sup>5</sup>.
- Se aplican en la construcción de modelos para entender la física del sabor.
- Para extender los conceptos de sabor y familias al sector de Higgs.
- Para asociar cada familia a una representación irreducible del grupo de sabor.
- Para construir un lagrangiano invariante bajo la acción del grupo  $SU(3) \times SU(2) \times U(1) \times S_3$ .

---

<sup>5</sup>F. Gonzalez Canales, A. Mondragon, U.J. Saldana Salazar, and L. Velasco-Sevilla.  $S_3$  as a unified family theory for quarks and leptons. J.Phys.Conf.Ser., 485:012063, 2014.





## Lagrangiana de Yukawa invariante de $S_3$

El contenido de materia fermiónico es:

$$Q = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \quad u_R, \quad d_R, \quad L = \begin{pmatrix} \nu_{\ell_L} \\ \ell_L \end{pmatrix}, \quad \ell_R, \quad \nu_{\ell_R}.$$

$$H_D = \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \end{pmatrix} \sim 2, \quad H_S \sim 1_S, \quad H_A \sim 1_A.$$






Las Lagrangiana de Yukawa en el sector leptónico que son invariante bajo el grupo  $S_3$  son:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{Y_\ell} = & -\frac{1}{\sqrt{2}}Y_1^\ell [\bar{L}_1\ell_{1R} + \bar{L}_2\ell_{2R}] H_S - Y_3^\ell \bar{L}_S H_S \ell_{SR} \\ & -\frac{1}{2}Y_2^\ell [(\bar{L}_1 H_2 + \bar{L}_2 H_1) \ell_{1R} + (\bar{L}_1 H_1 - \bar{L}_2 H_2) \ell_{2R}] \\ & -\frac{1}{\sqrt{2}}Y_4^\ell \bar{L}_S [H_1\ell_{1R} + H_2\ell_{2R}] - \frac{1}{\sqrt{2}}Y_5^\ell [\bar{L}_1 H_1 + \bar{L}_2 H_2] \ell_{SR} \\ & -\frac{1}{\sqrt{2}}Y_6^\ell [\bar{L}_1 H_A e_{2R} - \bar{L}_2 H_A e_{1R}] + h.c.,\end{aligned}$$







$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{Y_\nu} = & -\frac{1}{\sqrt{2}}Y_1^\nu \bar{L}_I (i\sigma_2) H_S^* \nu_{IR} - \frac{1}{2}Y_2^\nu [\bar{L}_I \kappa_{IJ} (i\sigma_2) H_1^* \nu_{JR} + \bar{L}_I \eta_{IJ} (i\sigma_2) H_2^* \nu_{JR}] \\
& - Y_3^\nu \bar{L}_S (i\sigma_2) H_S^* \nu_{3S} - \frac{1}{\sqrt{2}}Y_4^\nu \bar{L}_S (i\sigma_2) H_I^* \nu_{IR} - \frac{1}{\sqrt{2}}Y_5^\nu \bar{L}_I (i\sigma_2) H_I^* \nu_{SR} \\
& - \frac{1}{\sqrt{2}}Y_6^\nu [\bar{L}_1 (i\sigma_2) H_A^* e_{2R} - \bar{L}_2 (i\sigma_2) H_A^* e_{1R}] + h.c.,
\end{aligned}$$

donde

$$\kappa = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \eta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Consideramos modelos simétricos S3 con tres campos de triplete reducible  $SU(2) \times U(1)$ :

$$\phi_1, \quad \phi_2, \quad \phi_3. \quad (1)$$

Permitiendo valores de expectativa de vacío complejos, cada campo se descompone como

$$\phi_i = \begin{pmatrix} \varphi_i^+ \\ (\rho_i + \eta_i + i\chi_i)/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (2)$$

donde  $\phi_i$  es en general complejo, mientras que los campos  $\eta_i$  y  $\chi_i$  son reales.

Los campos de triplete reducible se pueden reemplazar alternativamente por un doblete S3:

$$\begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 - \phi_2) \\ \frac{1}{\sqrt{6}}(\phi_1 + \phi_2 - 2\phi_3) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

y un singlete S3

$$h_S = \frac{1}{\sqrt{3}}(\phi_1 + \phi_2 + \phi_3), \quad (4)$$

descompuesto como

$$h_i = \begin{pmatrix} h_i^+ \\ (v_i + \tilde{\eta}_i + i\tilde{\chi}_i)/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad i = 1, 2, \quad h_S = \begin{pmatrix} h_S^+ \\ (v_S + \tilde{\eta}_S + i\tilde{\chi}_S)/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

donde  $v_i$   $v_S$  de nuevo pueden ser complejos. Finalmente, los campos del triplete reducible pueden ser reemplazados por un doblete y un pseudosinglete, denotados como  $h_A$ , en cuyo caso el potencial tomará una forma ligeramente diferente.

El potencial, que tiene una parte cuadrática y una cuártica,

$$V = V_2 + V_4 \quad (6)$$

puede expresarse en términos de los campos de tripletes reducibles  $\phi_i$ , en términos de  $h_1, h_2$  y  $h_S$ , o en términos de  $h_1, h_2$  y  $h_A$ . Las dos primeras formulaciones son equivalentes.

En términos de campos de tripletes reducibles, Derman<sup>11</sup> escribió el potencial como:

$$\begin{aligned}
 V_2 &= -\lambda \sum_{i=1}^3 \phi_i^\dagger \phi_i + \frac{1}{2} \gamma \sum_{i<j} \left( \phi_i^\dagger \phi_j + \text{h.c.} \right) \\
 &= -\lambda \left( \phi_1^\dagger \phi_1 + \phi_2^\dagger \phi_2 + \phi_3^\dagger \phi_3 \right) \\
 &\quad + \frac{1}{2} \gamma \left( \phi_1^\dagger \phi_2 + \phi_1^\dagger \phi_3 + \phi_2^\dagger \phi_3 + \phi_2^\dagger \phi_1 + \phi_3^\dagger \phi_1 + \phi_3^\dagger \phi_2 \right)
 \end{aligned}$$

---

<sup>11</sup>E. Derman, Flavor Unification,  $\tau$  Decay and  $b$  Decay Within the Six Quark Six Lepton Weinberg-Salam Model, Phys. Rev. D 19 (1979) 317 [INSPIRE].

$$\begin{aligned}
V_4 = & A \sum_{i=1}^3 \left( \phi_i^\dagger \phi_i \right)^2 + \sum_{i < j} \left\{ C \left( \phi_i^\dagger \phi_i \right) \left( \phi_j^\dagger \phi_j \right) + \bar{C} \left( \phi_i^\dagger \phi_j \right) \left( \phi_j^\dagger \phi_i \right) \right. \\
& + \left. \frac{1}{2} D \left[ \left( \phi_i^\dagger \phi_j \right)^2 + \text{h.c.} \right] \right\} + \frac{1}{2} E_1 \sum_{i \neq j} \left[ \left( \phi_i^\dagger \phi_i \right) \left( \phi_i^\dagger \phi_j \right) + \text{h.c.} \right] \\
& + \sum_{i \neq j \neq k \neq i, j < k} \left\{ \frac{1}{2} E_2 \left[ \left( \phi_i^\dagger \phi_j \right) \left( \phi_k^\dagger \phi_i \right) + \text{h.c.} \right] + \frac{1}{2} E_3 \left[ \left( \phi_i^\dagger \phi_i \right) \left( \phi_k^\dagger \phi_j \right) + \text{h.c.} \right] \right. \\
& + \left. \frac{1}{2} E_4 \left[ \left( \phi_i^\dagger \phi_j \right) \left( \phi_i^\dagger \phi_k \right) + \text{h.c.} \right] \right\}.
\end{aligned} \tag{9}$$

---

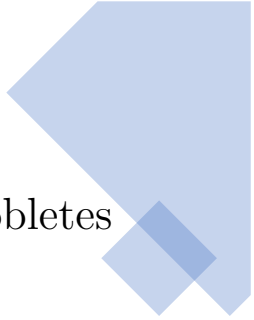
<sup>11</sup>E. Derman, Flavor Unification,  $\tau$  Decay and  $b$  Decay Within the Six Quark Six Lepton Weinberg-Salam Model, Phys. Rev. D 19 (1979) 317 [INSPIRE].

En términos de campos singlete y dobletes S3, el potencial se puede escribir como <sup>12 13 14</sup>

$$V_2 = \mu_0^2 H_S^\dagger H_S + \mu_1^2 \left( H_1^\dagger H_1 + H_2^\dagger H_2 \right)$$

$$V_4 = \lambda_1 \left( H_1^\dagger H_1 + H_2^\dagger H_2 \right)^2 + \lambda_2 \left( H_1^\dagger H_2 - H_2^\dagger H_1 \right)^2 \\ + \lambda_3 \left[ \left( H_1^\dagger H_1 - H_2^\dagger H_2 \right)^2 + \left( H_1^\dagger H_2 + H_2^\dagger H_1 \right)^2 \right]$$

$$V_{4s} = \lambda_4 \left[ \left( H_S^\dagger H_1 \right) \left( H_1^\dagger H_2 + H_2^\dagger H_1 \right) + \left( H_S^\dagger H_2 \right) \left( H_1^\dagger H_1 - H_2^\dagger H_1 \right) + h.c. \right] \\ + \lambda_5 \left( H_S^\dagger H_S \right) \left( H_1^\dagger H_1 + H_2^\dagger H_2 \right) + \lambda_6 \left[ \left( H_S^\dagger H_1 \right) \left( H_1^\dagger H_S \right) + \left( H_S^\dagger H_2 \right) \left( H_2^\dagger H_S \right) \right] \\ + \lambda_7 \left[ \left( H_S^\dagger H_1 \right) \left( H_S^\dagger H_1 \right) + \left( H_S^\dagger H_2 \right) \left( H_S^\dagger H_2 \right) + h.c. \right] + \lambda_8 \left( H_S^\dagger H_S \right)^2$$



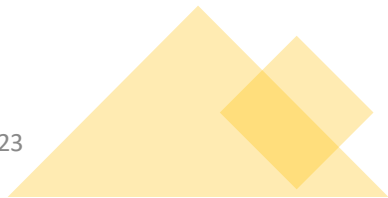
Ocupando todas las representaciones irreducibles de  $S_3$ , el potencial escalar con 4 dobletes de Higgs invariante de  $S_3$  es:

$$V = V_2 + V_4 + V_s + V_a + V_{sa},$$



con



$$V_2 = \mu_0^2 H_s^\dagger H_s + \mu_1^2 \left( H_1^\dagger H_1 + H_2^\dagger H_2 \right) + \mu_2^2 H_a^\dagger H_a,$$

$$V_4 = \lambda_1 \left( H_1^\dagger H_1 + H_2^\dagger H_2 \right)^2 + \lambda_2 \left( H_1^\dagger H_2 - H_2^\dagger H_1 \right)^2 + \lambda_3 \left[ \left( H_1^\dagger H_1 - H_2^\dagger H_2 \right)^2 + \left( H_1^\dagger H_2 + H_2^\dagger H_1 \right)^2 \right]$$

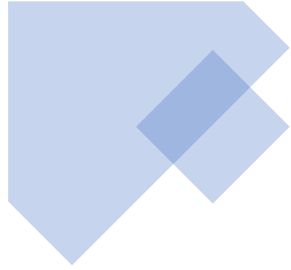





$$\begin{aligned} V_s = & \lambda_4 \left[ (H_s^\dagger H_1) (H_1^\dagger H_2 + H_2^\dagger H_1) + (H_s^\dagger H_2) (H_1^\dagger H_1 - H_2^\dagger H_2) + h.c. \right] \\ & + \lambda_5 (H_s^\dagger H_s) (H_1^\dagger H_1 + H_2^\dagger H_2) + \lambda_6 \left[ (H_s^\dagger H_1) (H_1^\dagger H_s) + (H_s^\dagger H_2) (H_2^\dagger H_s) \right] \\ & + \lambda_7 \left[ (H_s^\dagger H_1) (H_s^\dagger H_1) + (H_s^\dagger H_2) (H_s^\dagger H_2) + h.c. \right] + \lambda_8 (H_s^\dagger H_s)^2, \end{aligned}$$


$$\begin{aligned}
V_a = & \lambda_9 \left[ (H_a^\dagger H_2) (H_1^\dagger H_2 + H_2^\dagger H_1) - (H_a^\dagger H_1) (H_1^\dagger H_1 - H_2^\dagger H_2) + h.c. \right] \\
& + \lambda_{10} (H_a^\dagger H_a) (H_1^\dagger H_1 + H_2^\dagger H_2) + \lambda_{11} \left[ (H_a^\dagger H_1) (H_1^\dagger H_a) + (H_a^\dagger H_2) (H_2^\dagger H_a) \right] \\
& + \lambda_{12} \left[ (H_a^\dagger H_1) (H_a^\dagger H_1) + (H_a^\dagger H_2) (H_a^\dagger H_2) + h.c. \right] + \lambda_{13} (H_a^\dagger H_a)^2, \\
V_{sa} = & \lambda_{14} (H_s^\dagger H_s H_a^\dagger H_a) + \lambda_{15} \left[ (H_1^\dagger H_s) (H_2^\dagger H_a) + h.c. \right].
\end{aligned}$$



## Los vacíos

Dado que estamos interesados en la violación de CP, en general permitiremos que algunos valores esperados de vacío (vevs) sean complejos. Sin embargo, debido a la invariancia  $U(1)$  del potencial, siempre se puede elegir una vev como real. Esto es válido en ambos marcos.





Asumimos que todos los  $\lambda$ 's son reales, conservando CP. Para la estabilidad en el vacío en el límite asintótico se impone el requisito de no tomar direcciones en el espacio de los campos en donde el potencial llegue a ser negativo. Esto es, en límite asintótico la estabilidad global se logra si: <sup>6</sup>

$$\lambda_1 > 0, \quad \lambda_8 > 0, \quad \lambda_1 + \lambda_3 > 0, \quad 2\lambda_1 + (\lambda_3 - \lambda_2) > |\lambda_2 + \lambda_3| ,$$

$$\lambda_5 + 2\sqrt{\lambda_8(\lambda_1 + \lambda_3)} > 0, \quad \lambda_5 + \lambda_6 + 2\sqrt{\lambda_8(\lambda_1 + \lambda_3)} > 2|\lambda_7| ,$$

$$\lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_5 + \lambda_6 + 2\lambda_7 + \lambda_8 > 2|\lambda_4| .$$

A través del rompimiento espontáneo de la simetría y los  $vev$ 's de los campos de Higgs,  $\langle H_i \rangle = v_i$ , para  $i = S, 1, 2$ , son distintos de cero, generamos las masas a los leptones cargados,

donde

$$M_\ell \doteq \begin{pmatrix} \mu_1^\ell + \mu_2^\ell & \mu_6^\ell & \mu_8^\ell \\ \mu_6^\ell & \mu_1^\ell - \mu_2^\ell & \mu_5^\ell \\ \mu_7^\ell & \mu_4^\ell & \mu_3^\ell \end{pmatrix},$$

$$\mu_1^\ell = -\sqrt{2}Y_1^\ell \nu_s,$$

$$\mu_2^\ell = -Y_2^\ell \nu_2,$$

$$\mu_3^\ell = -2Y_3^\ell \nu_s,$$

$$\mu_4^\ell = -\sqrt{2}Y_4^\ell \nu_2,$$

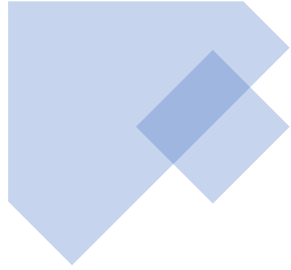
$$\mu_5^\ell = -\sqrt{2}Y_5^\ell \nu_2,$$

$$\mu_6^\ell = -Y_2^\ell \nu_1.$$

$$\mu_7^\ell = -\sqrt{2}Y_4^\ell \nu_1,$$

$$\mu_8^\ell = -\sqrt{2}Y_5^\ell \nu_1,$$

Tomando en cuenta la condición de minimización del potencial, se tiene:  $\mu_6^\ell = \sqrt{3}\mu_2^\ell$ ,  $\mu_7^\ell = \sqrt{3}\mu_4^\ell$  y  $\mu_8^\ell = \sqrt{3}\mu_5^\ell$ .



La matriz de masa en el sector de los leptones cargados es

$$M_\ell = \begin{pmatrix} \mu_1^\ell + \mu_2^\ell & \sqrt{3}\mu_2^\ell & \sqrt{3}\mu_5^\ell \\ \sqrt{3}\mu_2^\ell & \mu_1^\ell - \mu_2^\ell & \mu_5^\ell \\ \sqrt{3}\mu_4^\ell & \mu_4^\ell & \mu_3^\ell \end{pmatrix}.$$





Observamos que la matriz  $M_\ell$  no es hermitiana ni simétrica, lo que nos conduce a analizar a  $M_\ell M_\ell^\dagger = K \tilde{M}_\ell \tilde{M}_\ell^\dagger K^\dagger$ .

$$\tilde{M}_\ell \tilde{M}_\ell^\dagger = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c^* & e^* & f \end{pmatrix},$$

con

$$\begin{aligned} a &= |\mu_1^\ell|^2 + 4|\mu_2^\ell|^2 + 3|\mu_5^\ell|^2 + 2|\mu_1^\ell||\mu_2^\ell| \cos(\delta_{1,2}^\ell), \\ b &= \sqrt{3} [|\mu_5^\ell|^2 + 2|\mu_1^\ell||\mu_2^\ell| \cos(\delta_{1,2}^\ell)], \\ c &= \sqrt{3} [|\mu_1^\ell||\mu_4^\ell| e^{i\delta_{1,2}^\ell} + |\mu_5^\ell||\mu_3^\ell| e^{i(\delta_{5,2}^\ell - \delta_{3,4}^\ell)} + 2|\mu_2^\ell||\mu_4^\ell|], \\ d &= |\mu_1^\ell|^2 + 4|\mu_2^\ell|^2 + |\mu_5^\ell|^2 - 2|\mu_1^\ell||\mu_2^\ell| \cos(\delta_{1,2}^\ell), \\ e &= |\mu_1^\ell||\mu_4^\ell| e^{i\delta_{1,2}^\ell} + 2|\mu_2^\ell||\mu_4^\ell| + |\mu_5^\ell||\mu_3^\ell| e^{i(\delta_{5,2}^\ell - \delta_{3,4}^\ell)}, \\ f &= |\mu_3^\ell|^2 + 4|\mu_4^\ell|^2. \end{aligned}$$

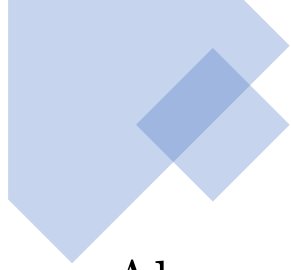



$$\begin{aligned}
 O_\ell^\dagger \mathcal{U}^\dagger K_\ell^\dagger M_\ell M_\ell^\dagger K_\ell \mathcal{U} O_\ell &= O_\ell^\dagger \mathcal{U}^\dagger K_\ell^\dagger K_\ell \mathcal{U} \hat{M}_\ell^2 \mathcal{U}^\dagger K_\ell^\dagger K_\ell \mathcal{U} O_\ell \\
 &= O_\ell^\dagger \hat{M}_\ell^2 O_\ell = \text{diag}(m_e^2, m_\mu^2, m_\tau^2),
 \end{aligned}$$

de la expresión anterior podemos concluir que los eigenvalores de  $\hat{M}_\ell^2$  son

$$O_\ell^\dagger \hat{M}_\ell^2 O_\ell = \text{diag}(m_e^2, m_\mu^2, m_\tau^2).$$



Ahora, mostraremos el trabajo realizado en el sector de los neutrinos.

$$\mu_1^\nu = -\sqrt{2}Y_1^\nu \nu_s,$$

$$\mu_2^\nu = -Y_2^\nu \nu_2,$$

$$\mu_3^\nu = -2Y_3^\nu \nu_s,$$



$$\mu_4^\nu = -\sqrt{2}Y_4^\nu \nu_2$$

$$\mu_5^\nu = -\sqrt{2}Y_5^\nu \nu_2.$$

Entonces,

$$M_{\nu D} = K_\nu \tilde{M}_{\nu D} = K_\nu \begin{pmatrix} |\mu_1^\nu| e^{i\delta_{1,2}^\nu} + |\mu_2^\nu| & \sqrt{3}|\mu_2^\nu| & \sqrt{3}|\mu_5^\nu| e^{i\delta_{5,2}^\nu} \\ \sqrt{3}|\mu_2^\nu| & |\mu_1^\nu| e^{i\delta_{1,2}^\nu} - |\mu_2^\nu| & |\mu_5^\nu| e^{i\delta_{5,2}^\nu} \\ \sqrt{3}|\mu_4^\nu| & |\mu_4^\nu| & |\mu_3^\nu| e^{i\delta_{3,4}^\nu} \end{pmatrix},$$





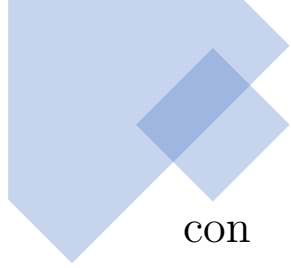
Vamos a suponer que los neutrinos son de Majorana, por consiguiente, consideramos que la masa de los neutrinos ligeros es generada por el mecanismo *subibaja* (*see-saw*) *tipo I*.  
Introducimos el término de masa de los tres neutrinos derechos, también los asignamos a la representación  $1_S \oplus 2$ ,

$$\mathcal{L}_M = -M_D \nu_{IR}^T C \nu_{IR} - M_S \nu_{SR}^T C \nu_{SR},$$

$$M_{\nu R} = \text{diag}\{M, M, M_3\},$$

luego,  $M_{\nu L} = M_{\nu D} M_{\nu R}^{-1} M_{\nu D}^T$ ,

$$M_{\nu L} = K_\nu \left[ \frac{1}{M M_3} \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c^* & e^* & f \end{pmatrix} \right] K_\nu^\dagger,$$



$$M_{\nu L} = K_\nu \mathcal{U} \hat{M}_\nu \mathcal{U}^\dagger K_\nu^\dagger,$$



$$\hat{M}_\nu = \begin{pmatrix} A^\nu & 0 & 0 \\ 0 & B^\nu & C^\nu \\ 0 & C^{\nu*} & F^\nu \end{pmatrix},$$



$$A^\nu = \frac{|\mu_1^\nu|^2 + 4|\mu_2^\nu|^2 - 4|\mu_1^\nu||\mu_2^\nu| \operatorname{Re}(e^{i\delta_{1,2}})}{M},$$

$$B^\nu = \frac{M_3 [|\mu_1^\nu|^2 + 4|\mu_2^\nu|^2 + 4|\mu_1^\nu||\mu_2^\nu| \operatorname{Re}(e^{i\delta_{1,2}})] + 4M|\mu_5^\nu|^2}{MM_3},$$

$$C^\nu = \frac{2 [M|\mu_3^\nu||\mu_5^\nu| e^{i(\delta_{5,2} - \delta_{3,4})} + M_3|\mu_4^\nu| (|\mu_1^\nu| e^{i\delta_{1,2}} + 2|\mu_2^\nu|)]}{MM_3},$$

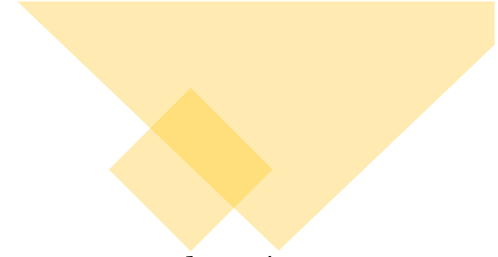
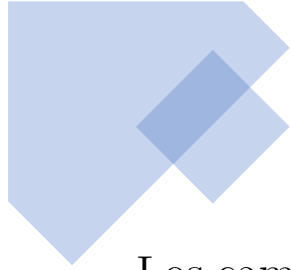
$$F^\nu = \frac{M|\mu_3^\nu|^2 + 4M_3|\mu_4^\nu|^2}{MM_3}.$$



$$\begin{aligned}
 O_\nu^\dagger U^\dagger K_\nu^\dagger M_{\nu L} K_\nu U O_\nu &= O_\nu^\dagger U^\dagger K_\nu^\dagger K_\nu U \hat{M}_\nu U^\dagger K_\nu^\dagger K_\nu U O_\nu \\
 &= O_\nu^\dagger \hat{M}_\nu O_\nu = \text{diag}(m_{\nu_1}, m_{\nu_2}, m_{\nu_3}).
 \end{aligned}$$

Jerarquía	
Normal	Invertida
$m_{\nu_3} > m_{\nu_2} > m_{\nu_1}$	$m_{\nu_2} > m_{\nu_1} > m_{\nu_3}$




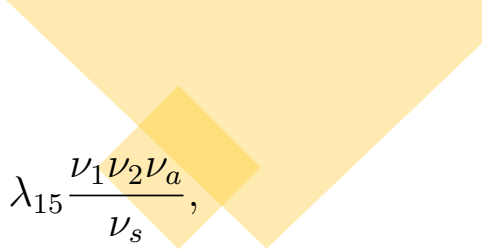
Los campos de Higgs toman valores de expectación en el vacío, distintos de cero y además son reales.

$$\langle H_i \rangle_0 = \nu_i, \quad \text{para} \quad i = s, a, 1, 2.$$

$$V = V_2 + V_4 + V_s + V_a + V_{sa},$$

$$V_2 = \mu_0^2 H_s^\dagger H_s + \mu_1^2 \left( H_1^\dagger H_1 + H_2^\dagger H_2 \right) + \mu_2^2 H_a^\dagger H_a,$$



$$\mu_0^2 = -(\lambda_5 + \lambda_6 + 2\lambda_7)(\nu_1^2 + \nu_2^2) - 2\lambda_8\nu_s^2 - \lambda_4\frac{\nu_2(3\nu_1^2 - \nu_2^2)}{\nu_s} - \lambda_{14}\nu_a^2 - \lambda_{15}\frac{\nu_1\nu_2\nu_a}{\nu_s},$$

$$\begin{aligned} \mu_1^2 &= -\nu_s^2(\lambda_5 + \lambda_6 + 2\lambda_7) - 2(\lambda_1 + \lambda_3)(\nu_1^2 + \nu_2^2) - 6\lambda_4\nu_s\nu_2 - 3\lambda_9\frac{\nu_a(\nu_2^2 - \nu_1^2)}{\nu_1} \\ &\quad - \nu_a^2(\lambda_{10} + \lambda_{11} + 2\lambda_{12}) - \lambda_{15}\frac{\nu_2\nu_s\nu_a}{\nu_1}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_1^2 &= -\nu_s^2(\lambda_5 + \lambda_6 + 2\lambda_7) - 2(\lambda_1 + \lambda_3)(\nu_1^2 + \nu_2^2) - 3\lambda_4\frac{\nu_s(\nu_1^2 - \nu_2^2)}{\nu_2} - 6\lambda_9\nu_1\nu_a \\ &\quad - \nu_a^2(\lambda_{10} + \lambda_{11} + 2\lambda_{12}) - \lambda_{15}\frac{\nu_1\nu_s\nu_a}{\nu_2}, \end{aligned}$$

$$\mu_2^2 = -(\lambda_{10} + \lambda_{11} + 2\lambda_{12})(\nu_1^2 + \nu_2^2) - 2\lambda_{13}\nu_a^2 - \lambda_9\frac{\nu_1(3\nu_2^2 - \nu_1^2)}{\nu_a} - \lambda_{14}\nu_s^2 - \lambda_{15}\frac{\nu_1\nu_2\nu_s}{\nu_a}.$$

En el sector de los leptones cargados, la matriz de masa es

$$M_\ell = \begin{pmatrix} \mu_1^\ell + \mu_2^\ell & \mu_6^\ell + \mu_9^\ell & \mu_8^\ell \\ \mu_6^\ell - \mu_9^\ell & \mu_1^\ell - \mu_2^\ell & \mu_5^\ell \\ \mu_7^\ell & \mu_4^\ell & \mu_3^\ell \end{pmatrix},$$

$$\mu_1^\ell = -\sqrt{2}Y_1^\ell \nu_s,$$

$$\mu_2^\ell = -Y_2^\ell \nu_2,$$

$$\mu_3^\ell = -2Y_3^\ell \nu_s,$$

$$\mu_4^\ell = -\sqrt{2}Y_4^\ell \nu_2,$$

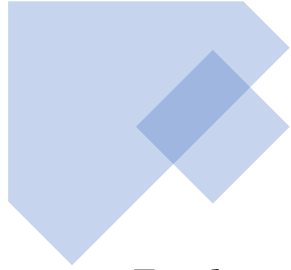
$$\mu_5^\ell = -\sqrt{2}Y_5^\ell \nu_2,$$

$$\mu_6^\ell = -Y_2^\ell \nu_1,$$

$$\mu_7^\ell = -\sqrt{2}Y_4^\ell \nu_1,$$

$$\mu_8^\ell = -\sqrt{2}Y_5^\ell \nu_1,$$

$$\mu_9^\ell = -\sqrt{2}Y_6^\ell \nu_a.$$



De la condición de minimización del potencial, se tienen las siguientes relaciones:

$$\mu_6^\ell = \sqrt{3}\mu_2,$$

$$\mu_7^\ell = \sqrt{3}\mu_4,$$

$$\mu_8^\ell = \sqrt{3}\mu_5.$$

-	+
$H_S, L_3$	$H_I, H_A, L_I, e_{3R}, e_{IR}, \nu_{IR}, \nu_{3R}$

$$M_\ell = \begin{pmatrix} \mu_2^\ell & \sqrt{3}\mu_2^\ell + \mu_9^\ell & \sqrt{3}\mu_5^\ell \\ \sqrt{3}\mu_2^\ell - \mu_9^\ell & -\mu_2^\ell & \mu_5^\ell \\ 0 & 0 & \mu_3^\ell \end{pmatrix},$$









$$M_\ell M_\ell^\dagger = K_\ell \mathcal{U} \begin{pmatrix} |\mu_9^\ell|^2 + 4|\mu_2^\ell|^2 & 4|\mu_9^\ell||\mu_2^\ell| \cos(\delta_{9,2}^\ell) & 0 \\ 4|\mu_9^\ell||\mu_2^\ell| \cos(\delta_{9,2}^\ell) & |\mu_9^\ell|^2 + 4|\mu_5^\ell|^2 + 4|\mu_2^\ell|^2 & 2|\mu_5^\ell||\mu_3^\ell| \\ 0 & 2|\mu_5^\ell||\mu_3^\ell| & |\mu_3^\ell|^2 \end{pmatrix} \mathcal{U}^\dagger K_\ell^\dagger,$$




$$M_\ell M_\ell^\dagger = K_\ell \mathcal{U} \left[ a\mathcal{I}_{3 \times 3} + \begin{pmatrix} 0 & b & 0 \\ b & c & d \\ 0 & d & e \end{pmatrix} \right] \mathcal{U}^\dagger K_\ell^\dagger = K_\ell \mathcal{U} [a\mathcal{I}_{3 \times 3} + M_\ell^2] \mathcal{U}^\dagger K_\ell^\dagger,$$

$$M_\ell^2 = \begin{pmatrix} 0 & b & 0 \\ b & c & d \\ 0 & d & e \end{pmatrix}$$



$$\begin{aligned}
 O_\ell^\dagger \mathcal{U}^\dagger K_\ell^\dagger M_\ell M_\ell^\dagger K_\ell \mathcal{U} O_\ell &= O_\ell^\dagger \mathcal{U}^\dagger K_\ell^\dagger K_\ell \mathcal{U} (a\mathcal{I}_{3\times 3} + M_\ell^2) \mathcal{U}^\dagger K_\ell^\dagger K_\ell \mathcal{U} O_\ell \\
 &= a\mathcal{I}_{3\times 3} + O_\ell^\dagger M_\ell^2 O_\ell = \text{diag}(m_e^2, m_\mu^2, m_\tau^2).
 \end{aligned}$$


Por lo que, los eigenvalores de  $M_\ell^2$  son:

$$O_\ell^\dagger M_\ell^2 O_\ell = \text{diag}(m_e^2 - a, m_\mu^2 - a, m_\tau^2 - a),$$



$$O_\ell = \begin{pmatrix} \frac{-\sqrt{-(a-m_\mu^2)(a-m_\tau^2)}[e-(m_e^2-a)]}{\alpha_e} & \frac{-\sqrt{-(a-m_e^2)(a-m_\tau^2)}[e-(m_\mu^2-a)]}{\alpha_\mu} & \frac{-\sqrt{-(a-m_e^2)(a-m_\mu^2)}[e-(m_\tau^2-a)]}{\alpha_\tau} \\ \frac{\sqrt{-e(a-m_e^2)}[e-(m_e^2-a)]}{\alpha_e} & \frac{\sqrt{-e(a-m_\mu^2)}[e-(m_\mu^2-a)]}{\alpha_\mu} & \frac{\sqrt{-e(a-m_\tau^2)}[e-(m_\tau^2-a)]}{\alpha_\tau} \\ \frac{\sqrt{(a-m_e^2)}[e-(m_\mu^2-a)][e-(m_\tau^2-a)]}{\alpha_e} & \frac{\sqrt{(a-m_\mu^2)}[e-(m_e^2-a)][e-(m_\tau^2-a)]}{\alpha_\mu} & \frac{\sqrt{(a-m_\tau^2)}[e-(m_e^2-a)][e-(m_\mu^2-a)]}{\alpha_\tau} \end{pmatrix}.$$



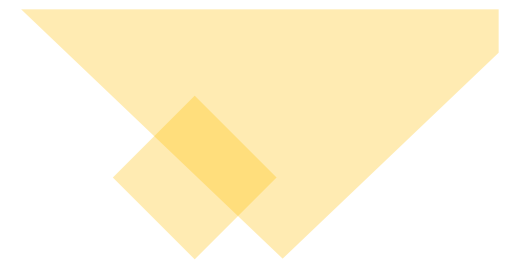
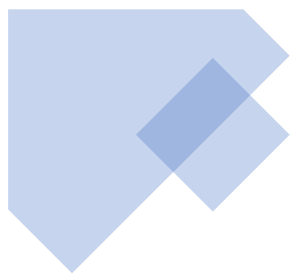

$$M_{\nu D} = \begin{pmatrix} \mu_2^\nu & \sqrt{3}\mu_2^\nu + \mu_9^\nu & \sqrt{3}\mu_5^\nu \\ \sqrt{3}\mu_2^\nu - \mu_9^\nu & -\mu_2^\nu & \mu_5^\nu \\ 0 & 0 & \mu_3^\nu \end{pmatrix},$$

$$\mu_2^\nu = -Y_2^\nu \nu_2,$$

$$\mu_3^\nu = -2Y_3^\nu \nu_s,$$

$$\mu_5^\nu = -\sqrt{2}Y_5^\nu \nu_2,$$

$$\mu_9^\nu = -\sqrt{2}Y_6^\nu \nu_a.$$



*Normal*

*Invertida*

$$m_1 < m_2 < m_3$$

$$m_3 < m_1 < m_2$$

$$\theta_{12}/^\circ$$

$$33,44^{+0,77}_{-0,74}$$

$$33,45^{+0,78}_{-0,75}$$

$$\theta_{23}/^\circ$$

$$49,2^{+0,9}_{-1,2}$$

$$49,3^{+0,9}_{-1,1}$$

$$\theta_{13}/^\circ$$

$$8,57^{+0,12}_{-0,12}$$

$$8,60^{+0,12}_{-0,12}$$

$$\Delta m_{21}^2 / 10^{-5} eV^2$$

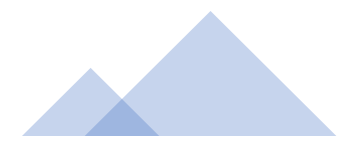
$$7,42^{+0,21}_{-0,20}$$

$$7,42^{+0,21}_{-0,20}$$

$$\Delta m_{3\ell}^2 / 10^{-3} eV^2$$

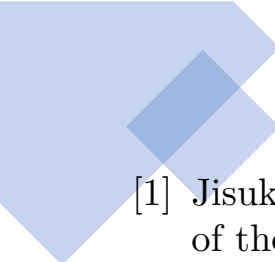

$$\Delta m_{31}^2 = 2,517^{+0,026}_{-0,028}$$

$$\Delta m_{32}^2 = -2,498^{+0,028}_{-0,028}$$



## Conclusión

- ▶ Considerar una simetría de sabor nos permite dar respuestas a la jerarquía de masas en el Modelo Estándar.
- ▶ Extender los sectores fermiónicos y escalar, dando masa a los neutrinos a través del mecanismo de seesaw.
- ▶ Incluir violación de CP al considerar valores de expectación del vacío complejos.
- ▶ Construir matrices de mezcla de los fermiones.
- ▶ Establecer texturas para las matrices de masa.
- ▶ El modelo es muy rico y es posible seguir explorando sus implicaciones.

- 
- 
- [1] Jisuke Kubo, Hiroshi Okada, and Fumiaki Sakamaki. Higgs potential in a minimal  $S_3$  invariant extension of the standard model. *PhysRev. D* 70, 036007 (2004). DOI: 10.1103/PhysRevD.70.036007
  - [2] Dipankar Das, and Ujjal Kumar Dey. Analysis of an extended scalar sector with  $S_3$  symmetry. *Phys.Rev.*, D 89, 095025 (2014). DOI: 10.1103/PhysRevD.89.095025
  - [3] E. Barradas-Guevara, O. Félix-Beltrán, and E. Rodríguez-Jáuregui. Trilinear selfcouplings in an  $S(3)$  flavored Higgs model. *Phys. Rev.*, D90(9):095001, 2014
  - [4] D. Emmanuel-Costa, O. Felix-Beltran, M. Mondragón, and E. Rodriguez-Jauregui. Stability of the tree-level vacuum in a minimal  $S(3)$  extension of the standard model. *AIP Conf. Proc.*, 917:390–393, 2007. [390(2007)]
  - [5] O.Felix Beltran, M. Mondragón, and E. Rodriguez-Jauregui. Conditions for vacuum stability in an  $S(3)$  extension of the standard model. *J. Phys. Conf. Ser.*, 171:012028, 2009
  - [6] D. Emmanuel-Costa, O. M. Ogreid, P. Osland, and M. N. Rebelo. Spontaneous symmetry breaking in the  $S_3$ -symmetric scalar sector. *JHEP*, 02:154, 2016. [Erratum: *JHEP*08,169(2016)]
  - [7] M. Gómez-Bock, M. Mondragón, and A. Pérez-Martínez. Scalar and gauge sectors in the 3-Higgs Doublet Model under the  $S_3$ -symmetry. arXiv:2102.02800v2 [hep-ph]



- [8] Hajime Ishimori, Tatsuo Kobayashi, Hiroshi Ohki, Yusuke Shimizu, Hiroshi Okada, and Morimitsu Tanimoto. Non-Abelian Discrete Symmetries in Particle Physics. *Prog. Theor. Phys. Suppl.*, 183:1–163, 2010.
- [9] Hajime Ishimori, Tatsuo Kobayashi, Hiroshi Ohki, Hiroshi Okada, Yusuke Shimizu, and Morimitsu Tanimoto. An introduction to non-Abelian discrete symmetries for particle physicists. *Lect. Notes Phys.*, 858:1–227, 2012.
- [10] C. Espinoza, E.A. Garcés, M. Mondragón, H. Reyes-González. The S3 Symmetric Model with a Dark Scalar. *Phys.Lett., B* 788 (2019) 185-191. DOI: 10.1016/j.physletb.2018.11.028
- [11] Ivan Esteban, M. C. Gonzalez Garcia, Michele Maltoni, Thomas Schwetz, and Albert Zhou. The fate of hints: updated global analysis of three-flavor neutrino oscillations. arXiv:2007.14792v1 [hep-ph]



- Gracias