

# III. Objetos compactos

1. Enanas blancas
2. Estrellas de neutrones
3. Hoyos negros

Alberto Carramiñana

Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica  
Luis Enrique Erro 1, Tonantzintla, Puebla, México



División de Rayos Cósmicos SMF  
20 de agosto de 2021

# Objetos compactos

## **1. Enanas blancas**

1.1. Sirio B.

1.2. Degeneración electrónica.

1.3. Estrellas degeneradas; límite de Chandrasekhar.

1.4. Propiedades; novas y supernovas.

## **2. Estrellas de neutrones**

2.1. Neutronización y degeneración de neutrones.

2.2. Estrellas de neutrones.

2.3. La nebulosa del Cangrejo.

2.4. Pulsares.

2.5. Acreción en binarias.

## **3. hoyos negros**

3.1. Hoyos negros de Schwarzschild.

3.2. Hoyos negros de Kerr.

3.3. Hoyos negros en la Galaxia.

# 1. Enanas blancas

1.1. Sirio B.

1.2. Electrones degenerados: caso relativista y no relativista.

1.3. Estrellas degeneradas.

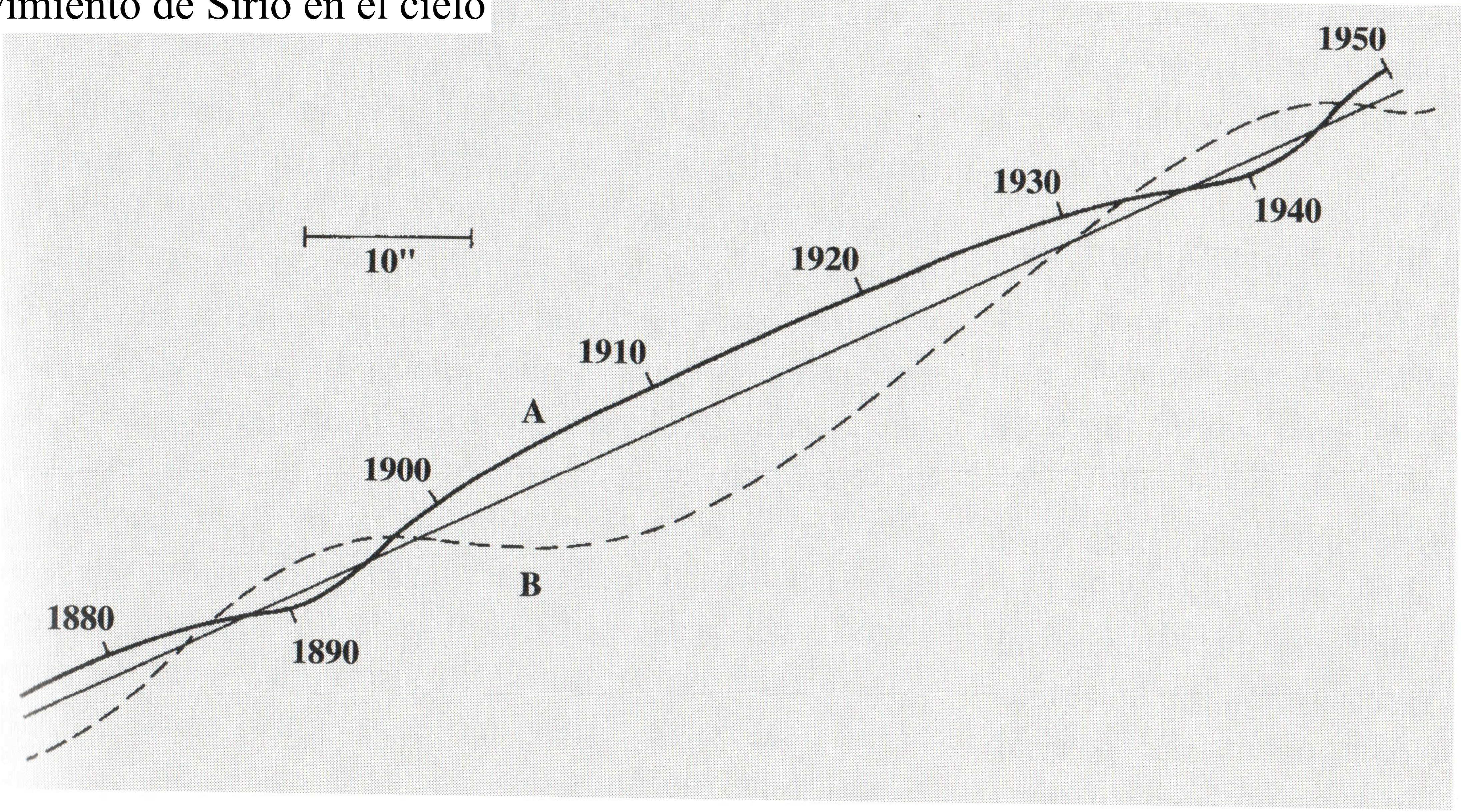
1.4. Propiedades

# 1.1. La estrella Sirio

- La estrella más brillante del cielo nocturno ( $\alpha$  CMa); magnitud absoluta  $V=-1.46$ ; tipo espectral A0V;  $L=23.5L_{\odot}$ ;  $M=2.3M_{\odot}$ ;  $R=2.3R_{\odot}$ ;  $T_e=9910$  K. Paralaje  $0.3745 \rightarrow 2.64$  pc.
- Halley notó en 1717 el cambio de posición de Sirio en relación al Almagesto de Ptolomeo (siglo II).
- En 1844 Bessel reporta la existencia de una compañera de Sirio, a partir de su movimiento propio.
- En 1862 Alvan Clark observa la compañera de Sirio (Sirio B), de magnitud 8.8. Debido a su luminosidad y masa se esperaba que la compañera fuera muy fría.
- Adams (1915) mide una temperatura de  $27,000$  K  $\Rightarrow$  un radio muy pequeño.



# Movimiento de Sirio en el cielo

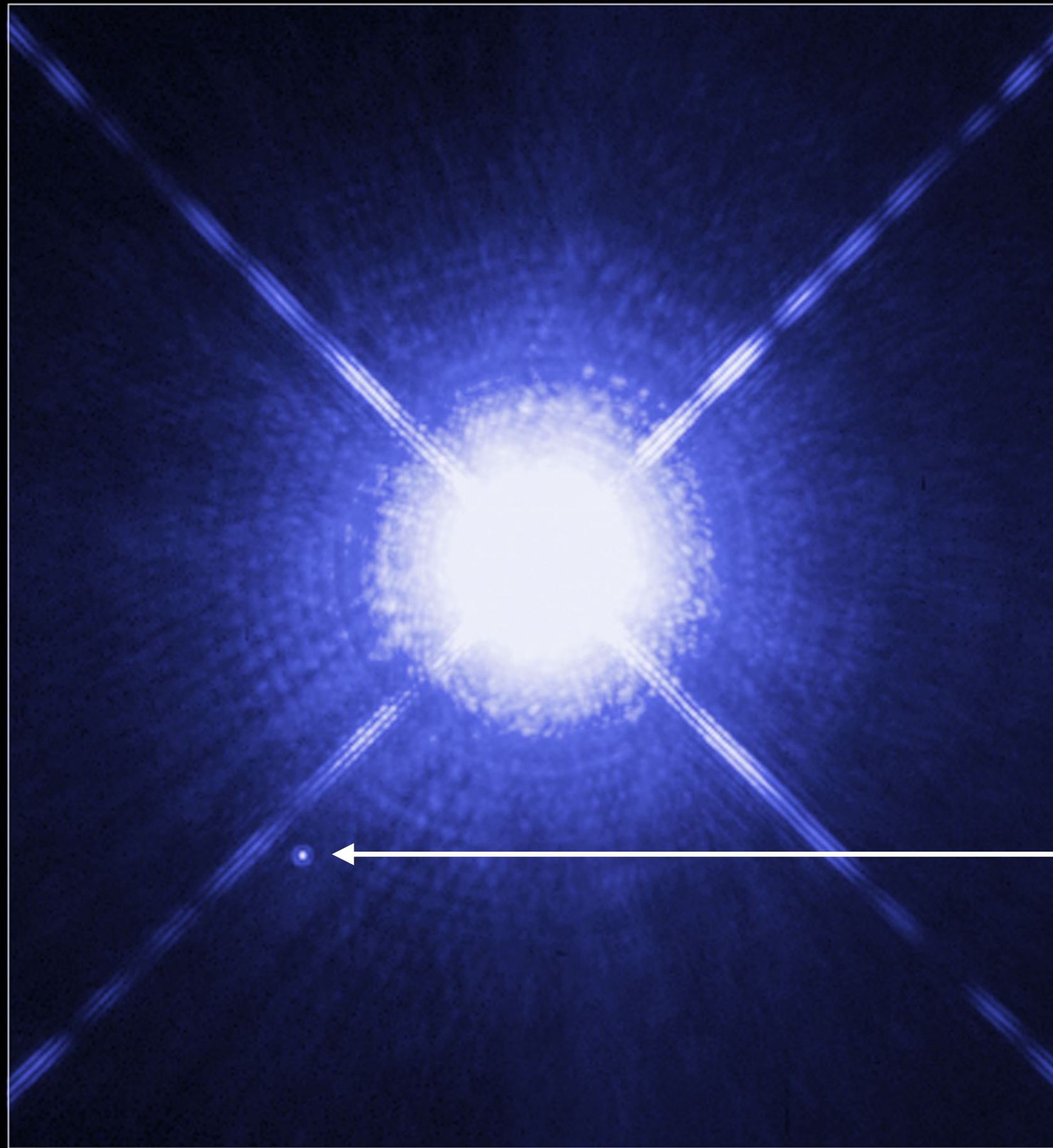




# Visible

HEIC 0516

WFPC2



# Rayos X



Sirio B



HUBBLE SPACE TELESCOPE

NASA, ESA, H. Bond (STScI), and M. Barstow (University of Leicester)



NASA/SAO/CXC



astro @ DRC - agosto 2021





	<b>Sol</b>	<b>Sirio A</b>	<b>Sirio B</b>
<b>Tipo</b>	G2V	A0V	DA 2
<b>Distancia</b>	1 UA = $1.5 \times 10^{13}$ cm	2.64 pc = $8.15 \times 10^{18}$ cm	id.
<b>Magnitud</b>	-26.7	-1.46	8.44
<b>Luminosidad</b>	1 L $\odot$ = $3.84 \times 10^{33}$ erg	23.5 L $\odot$	0.03 L $\odot$
<b>Masa</b>	1 M $\odot$ = $1.99 \times 10^{33}$ g	2.3 M $\odot$	1.05 M $\odot$
<b>Te</b>	5770 K	9910 K	27,000 K
<b>R</b>	1 R $\odot$ = $6.96 \times 10^{10}$ cm	1.6 R $\odot$	0.008 R $\odot$
<b>Densidad</b>	1.4 g cm $^{-3}$	0.8 g cm $^{-3}$	$3 \times 10^6$ g cm $^{-3}$
<b>Gravedad</b>	28 g	25 g	460,000 g

# 1.2. Degeneración

- La degeneración consiste en la ocupación completa del espacio-fase, acotado por el momento de Fermi  $p_f$ ,

$$N_e = 2 \int \frac{d^3x d^3p}{h^3} \Rightarrow n_e = \frac{N_e}{V} = \frac{8\pi}{3h^3} p_f^3 \Rightarrow p_f = h \left( \frac{3\rho}{8\pi\mu_e m_H} \right)^{1/3},$$

con  $\rho$  densidad de masa y  $\mu_e$  proporción de electrones a nucleones.

- La presión de los electrones en degeneración está dada por,

$$P = \frac{2}{h^3} \int_0^{p_f} \frac{1}{3} \left[ \frac{p^2 c^2}{\sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4}} \right] 4\pi p^2 dp.$$

- Se distinguen los casos  $p_f \ll m_e c$  (no relativista) y  $p_f \gg m_e c$  (relativista).

# Degeneración (2)

- La frontera entre los casos no relativista y relativista es,

$$p_f = mc \Rightarrow \rho = \rho_c = \frac{8\pi}{3} \frac{\mu_e m_H}{\lambda_c^3} = 0.97 \times 10^6 \mu_e \text{ g cm}^{-3},$$

con  $\lambda_c = h/m_e c$  ( $= 2.426 \times 10^{-10}$  cm) longitud de onda de Compton,  $\mu_e = 2$  (He).

- Régimen no relativista,

$$\rho \ll \rho_c \Rightarrow P = \left(\frac{3}{\pi}\right)^{2/3} \frac{h^2}{20 m_e} \left(\frac{\rho}{\mu_e m_H}\right)^{5/3} \rightarrow P \propto \rho^{5/3}.$$

- Régimen relativista,

$$\rho \gg \rho_c \Rightarrow P = \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} \frac{hc}{8} \left(\frac{\rho}{\mu_e m_H}\right)^{4/3} \rightarrow P \propto \rho^{4/3}.$$



# 1.3. Estrellas degeneradas

- La estructura de la estrella degenerada está dada por su energía total,

$$E_{\text{tot}} = \int_0^R u(r) 4\pi r^2 dr - \int_0^R \rho(r) \frac{GM(r)}{r} 4\pi r^2 dr ,$$

con  $u \propto \rho^\gamma$  la densidad de energía. La configuración de equilibrio sale de la condición  $dE/dR=0$ .

- Considerando el caso (sobresimplificado)  $\rho = \text{constante}$  se tiene,

$$E_{\text{tot}} = \left( \frac{3}{4\pi} \right)^{\gamma-1} \frac{KM^\gamma}{\gamma-1} R^{-3(\gamma-1)} - \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} .$$

- Se distinguen los casos no relativista ( $\gamma=5/3$ ) y relativista ( $\gamma=4/3$ ).

# Estrellas degeneradas (2)

- **Caso no relativista ( $\gamma=5/3$ ):**

$$\frac{dE}{dR} = 0 \Rightarrow R = \frac{(3/2\pi)^{4/3} h^2}{4 G m_e (\mu_e m_H)^{5/3} M^{1/3}} \simeq 7000 \text{ km} \left( \frac{M}{M_\odot} \right)^{-1/3} .$$

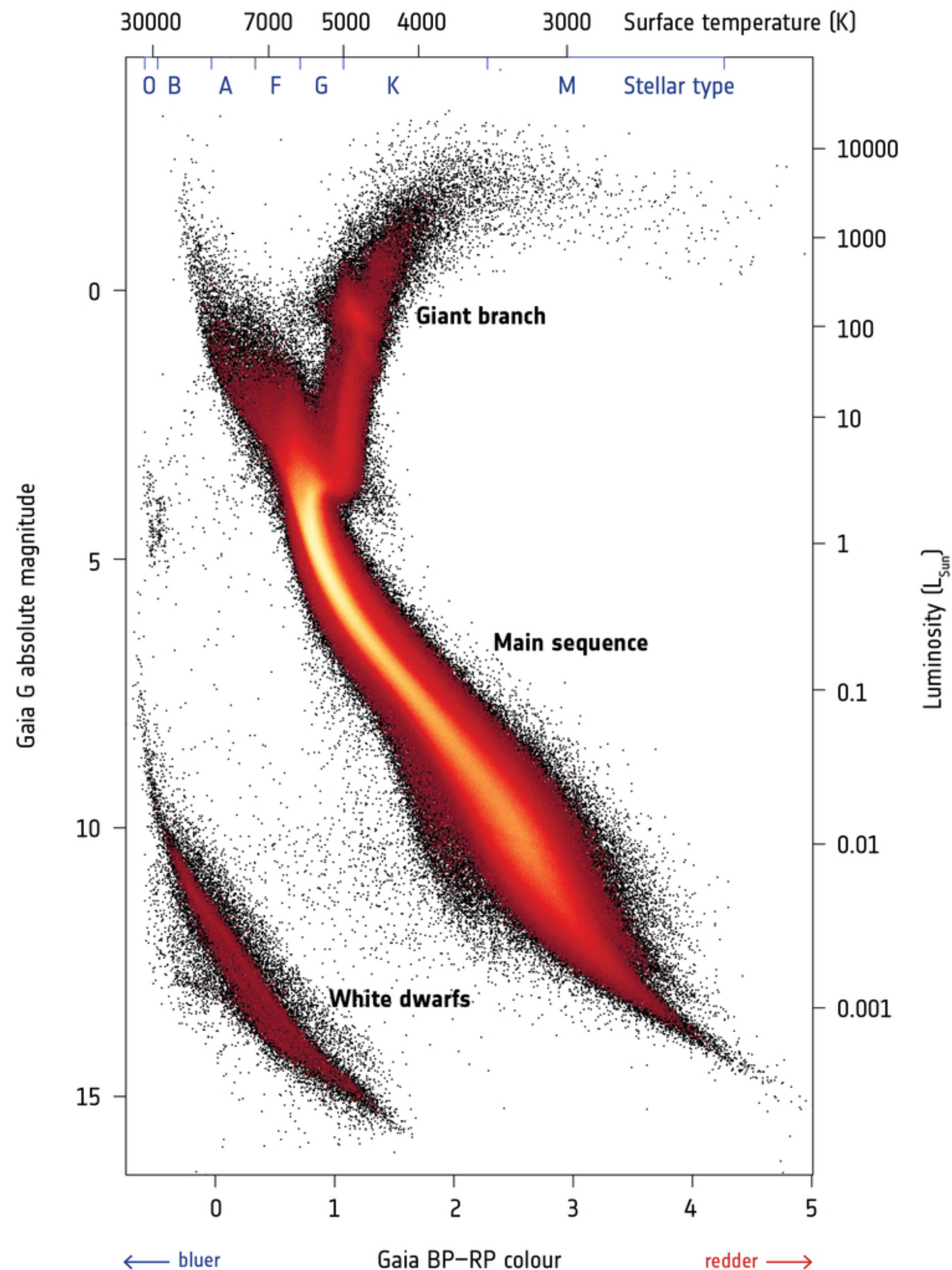
Estrellas de mayor masa tienen menor radio.

- **Caso relativista ( $\gamma=4/3$ ):**

$$E(R) = \frac{3GM^2}{5R} \left( \left( \frac{M_\star}{M} \right)^{2/3} - 1 \right), \text{ con } M_\star = \frac{3(5hc/8G)^{3/2}}{2\pi(\mu_e m_H)^2} \simeq 1.75 M_\odot .$$

No hay configuración de equilibrio y el sistema está desligado si  $M > M_\star$ . La solución politrópica ( $n=3$ ) da,  $M_{ch} = 5.836 M_\odot / \mu_e^2$ , o  $1.46 M_\odot$  para  $\mu_e=2$ .



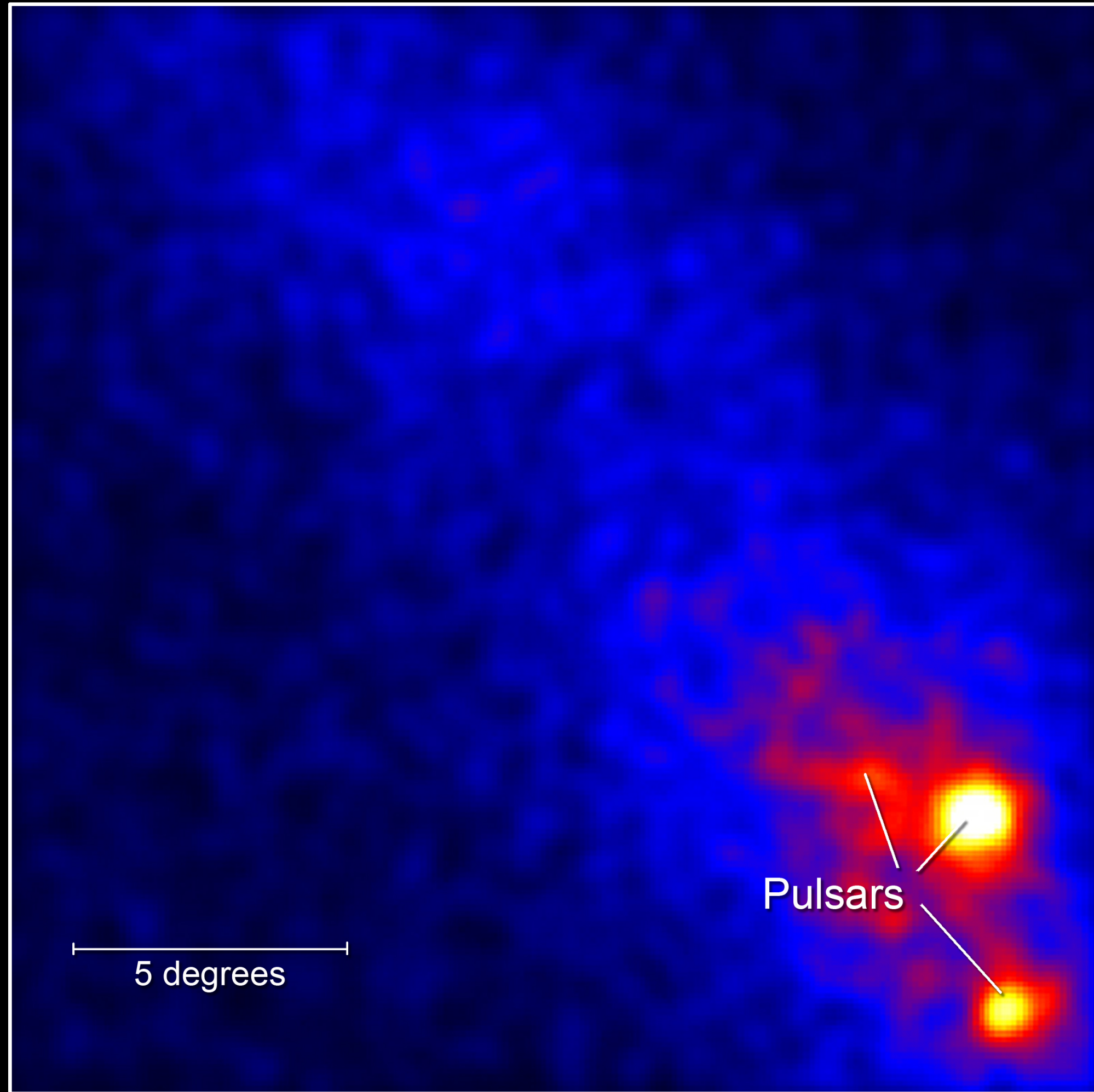


# 1.4. Enanas blancas

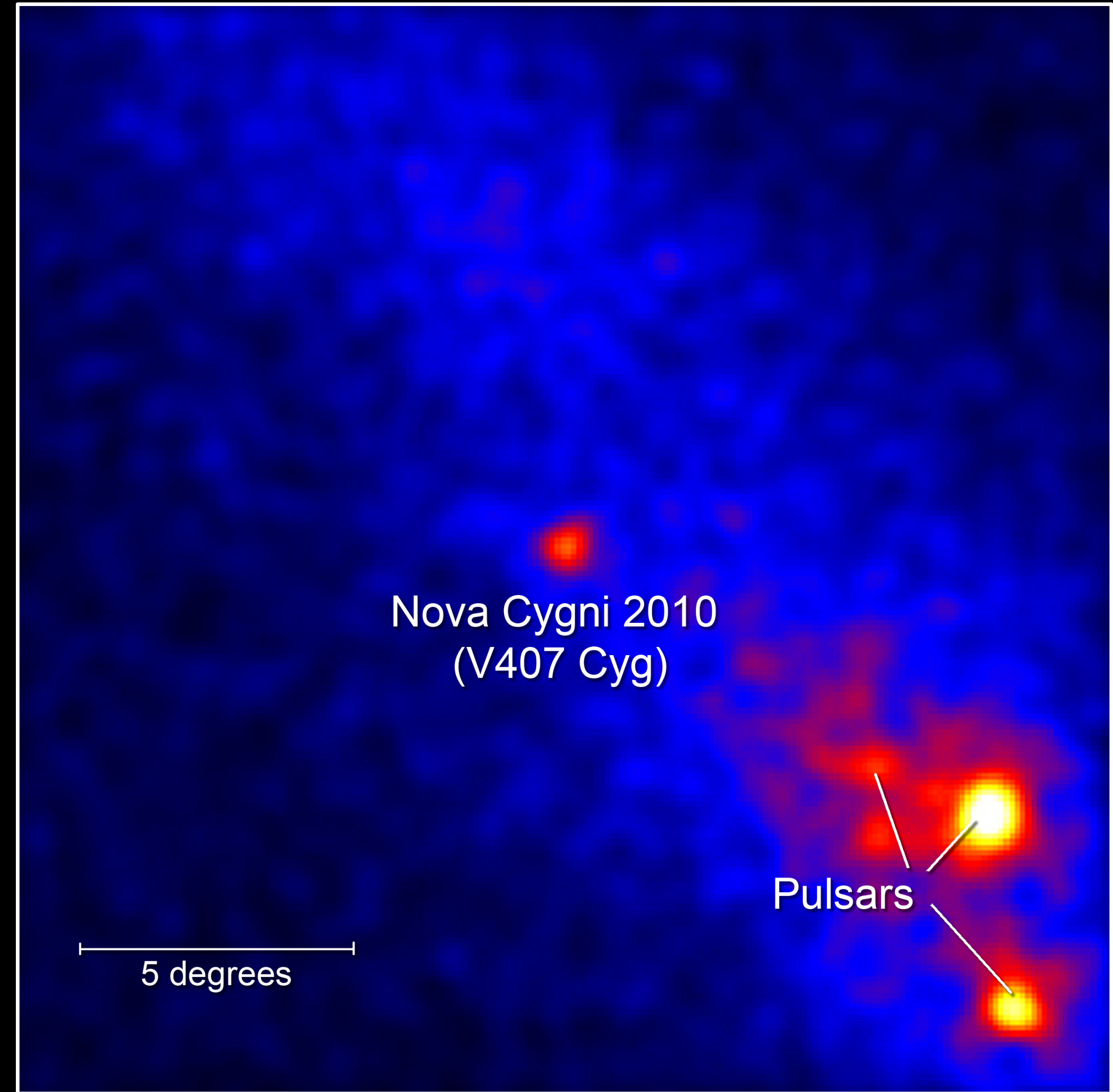
- Residuo de las estrellas de masas menores a  $8M_{\odot}$  (el 97%).
- No generan energía y se enfrían en tiempos similares al de Hubble.
- Tienen campos magnéticos  $\approx 10^7$  Gauss (excepcionalmente hasta  $10^9$  G).
- Enanas blancas en sistemas binarios interactuantes pueden dar lugar a novae de diversos tipos (novae enanas, recurrentes, variables cataclísmicas) o a supernovas tipo Ia.



# Fermi Detects Gamma Rays from Nova Cygni 2010



**Feb. 19 to March 9, 2010**



**March 10 to 29, 2010**



# 2. Estrellas de neutrones

2.1. Neutronización

2.2. Neutrones degenerados

2.3. Estrellas de neutrones: propiedades (rotación, campo magnético)

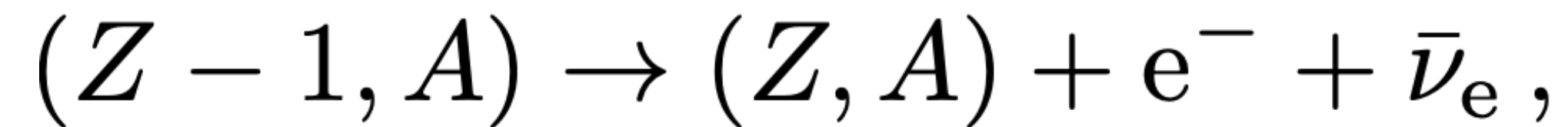
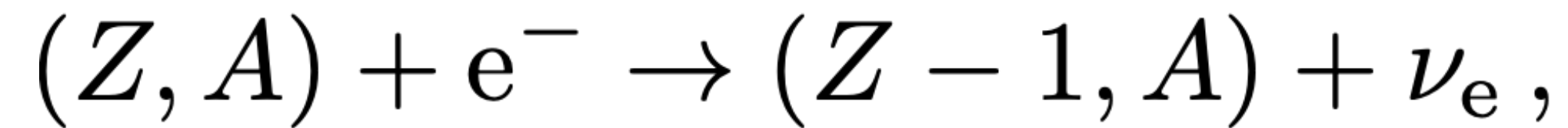
2.4. La Nebulosa del Cangrejo; pulsares

2.5. Otras manifestaciones



# 2.1. Neutronización

- En los interiores estelares se dan los procesos recíprocos,



con subsecuente emisión de neutrinos (proceso URCA).

- La degeneración electrónica inhibe el segundo proceso y aumenta el número de neutrones relativo a protones.
- Los neutrones escapan de los núcleos y empiezan a ser la forma predominante de materia del interior estelar.

# 2.2. Degeneración de neutrones

- Mismo análisis que para electrones,  $m_e \rightarrow m_n \approx m_H$ ,  $\mu_e \rightarrow 1$ . La densidad crítica,

$$\rho_c = \frac{8\pi}{3} \frac{m_H^4 c^3}{h^3} \simeq 6.1 \times 10^{15} \text{ g cm}^{-3},$$

relación entre masa y radio,

$$R = \left(\frac{3}{2\pi}\right)^{4/3} \frac{h^2}{4Gm_H^{8/3} M^{1/3}} \simeq 4.9 \text{ km} \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{-1/3},$$

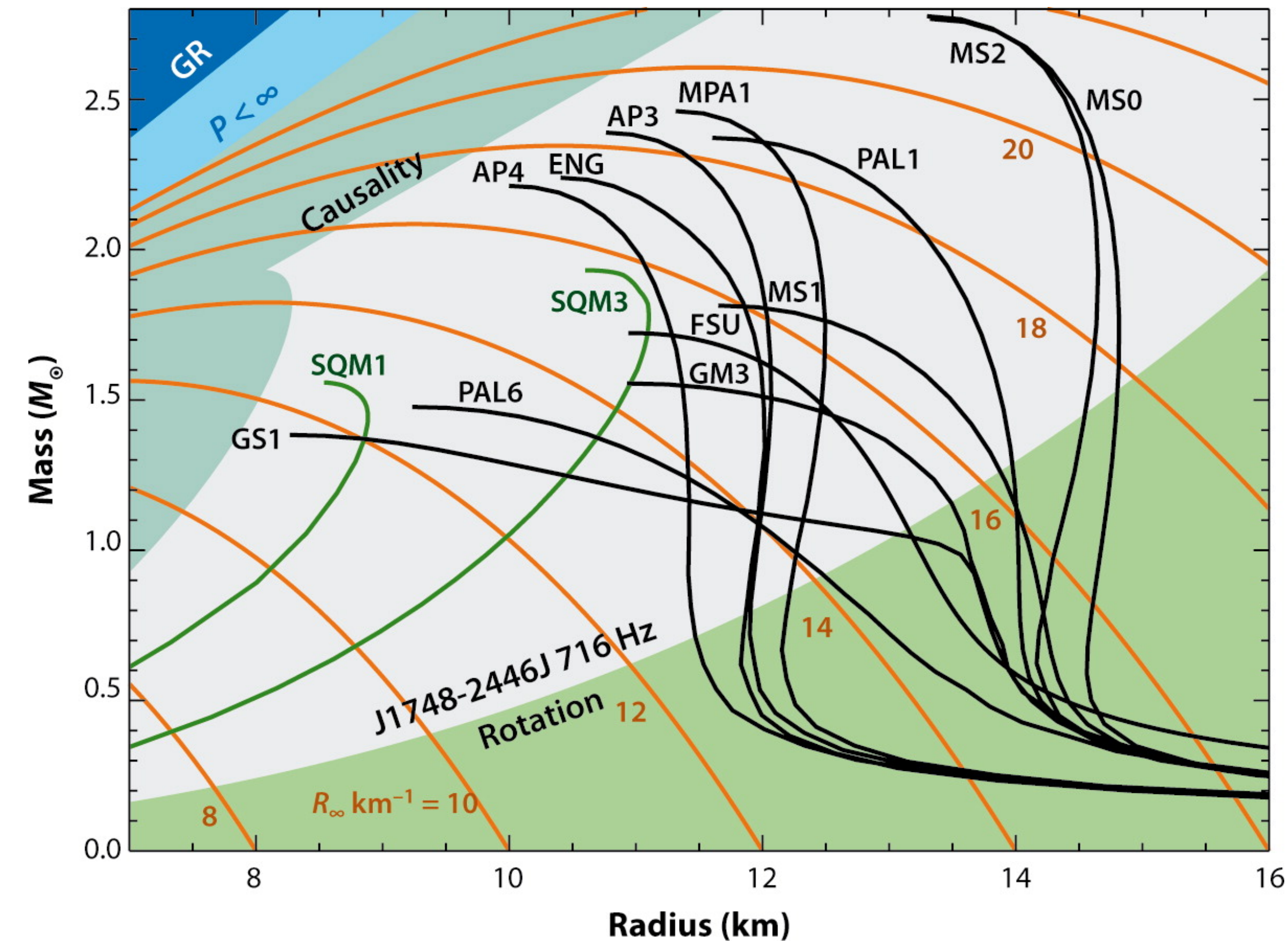
y masa límite,

$$M_{ch} = \frac{3}{2\pi m_H^2} \left(\frac{5hc}{8G}\right)^{3/2} \simeq 6.9 M_\odot.$$

- Un análisis adecuado considera la interacción entre partículas (ecuación de estado).

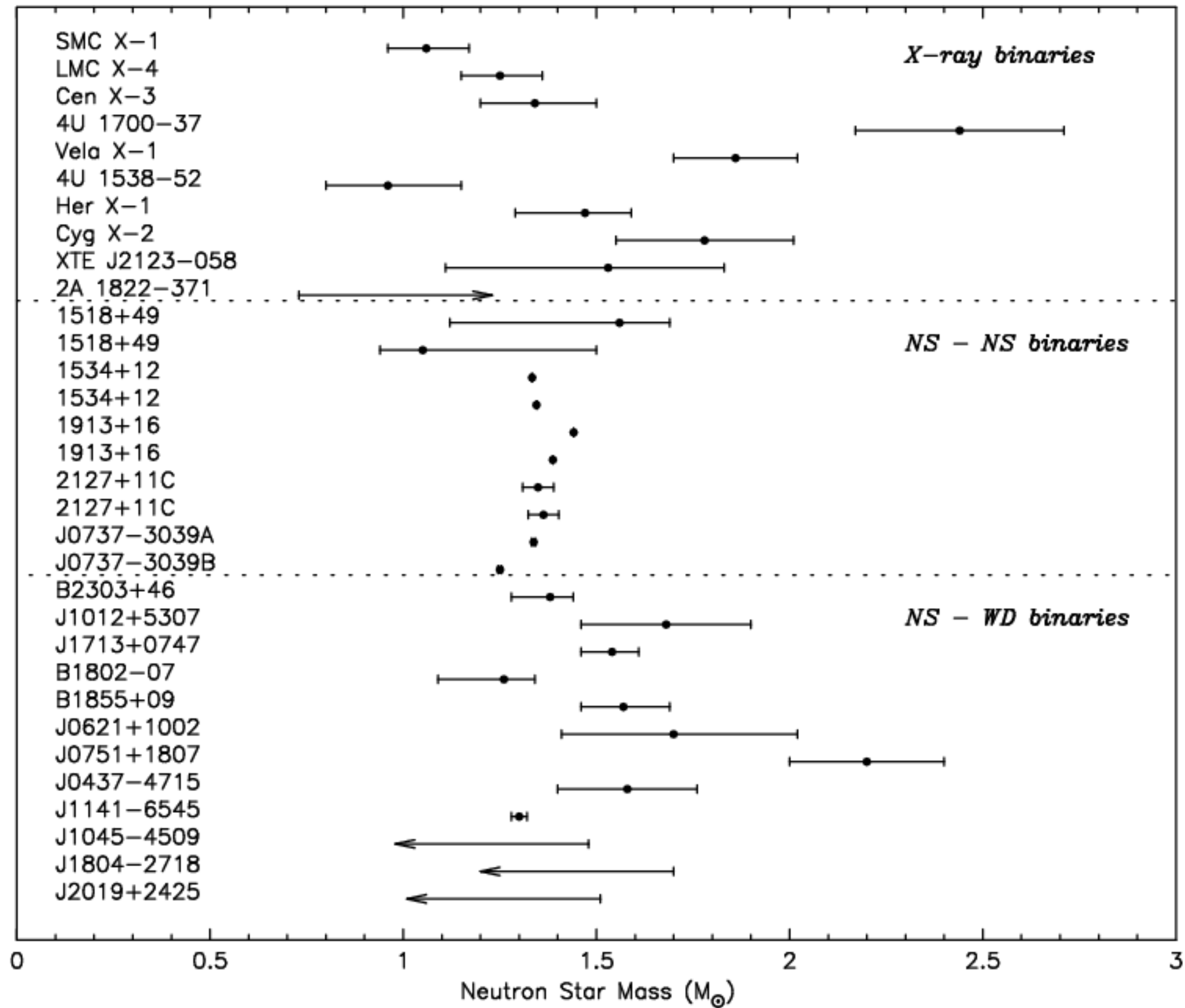


# 2.3. Estrellas de neutrones



- Primer cálculo de la estructura por Oppenheimer & Volkoff (1939).
  - Masas  $\sim 1.4 M_{\odot}$  y radios  $\sim 10$  km.
- Detectados principalmente como pulsares (aislados y binarios), sistemas binarios de rayos X y, en algunos casos, por su emisión térmica ( $10^7$  K):
  - campos magnéticos de  $10^9$  a  $10^{13}$  G y periodos de rotación  $\sim 100$  ms.
  - campos de hasta  $10^{14}$  G en magnetares, de rotación más lenta.

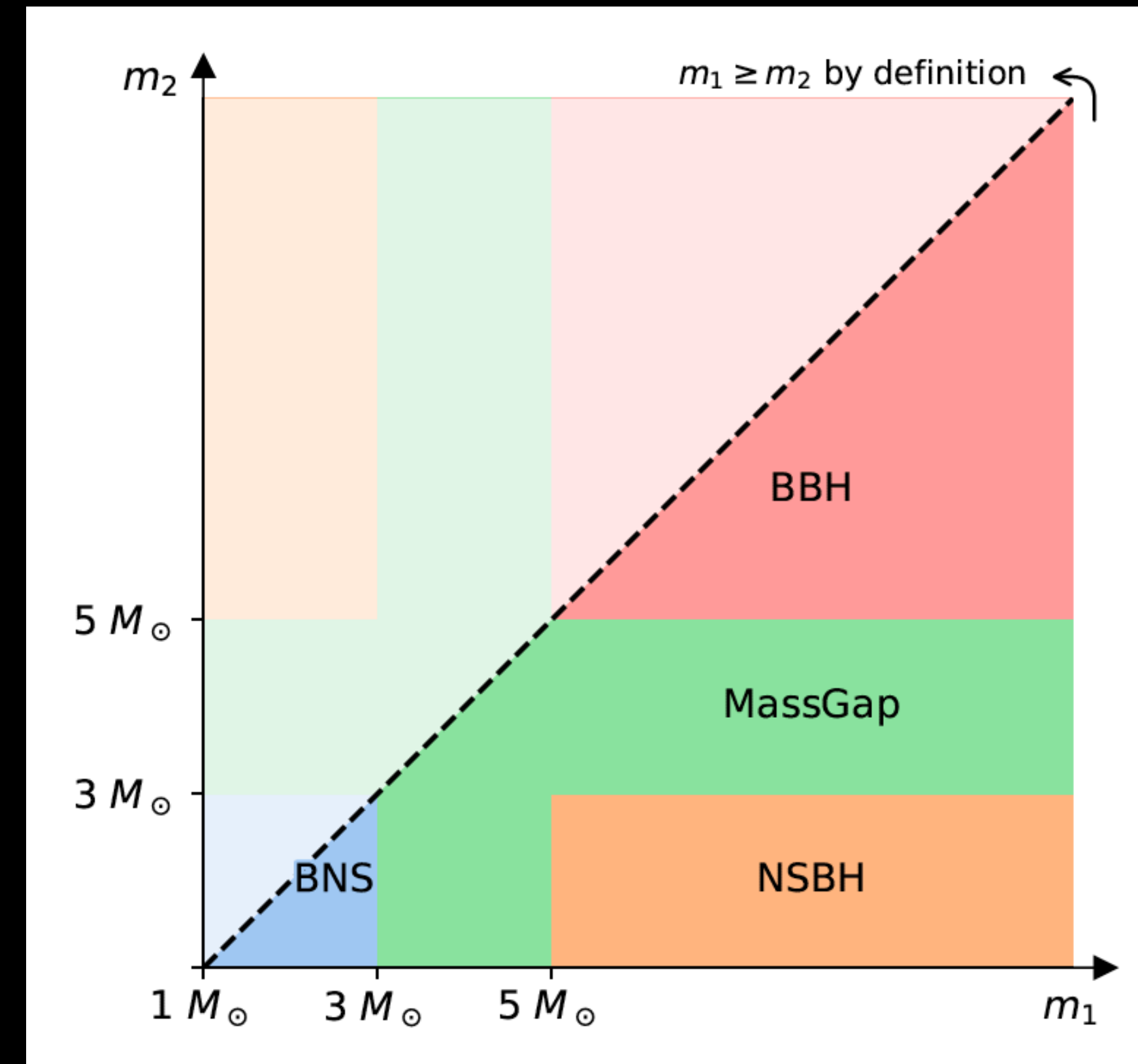
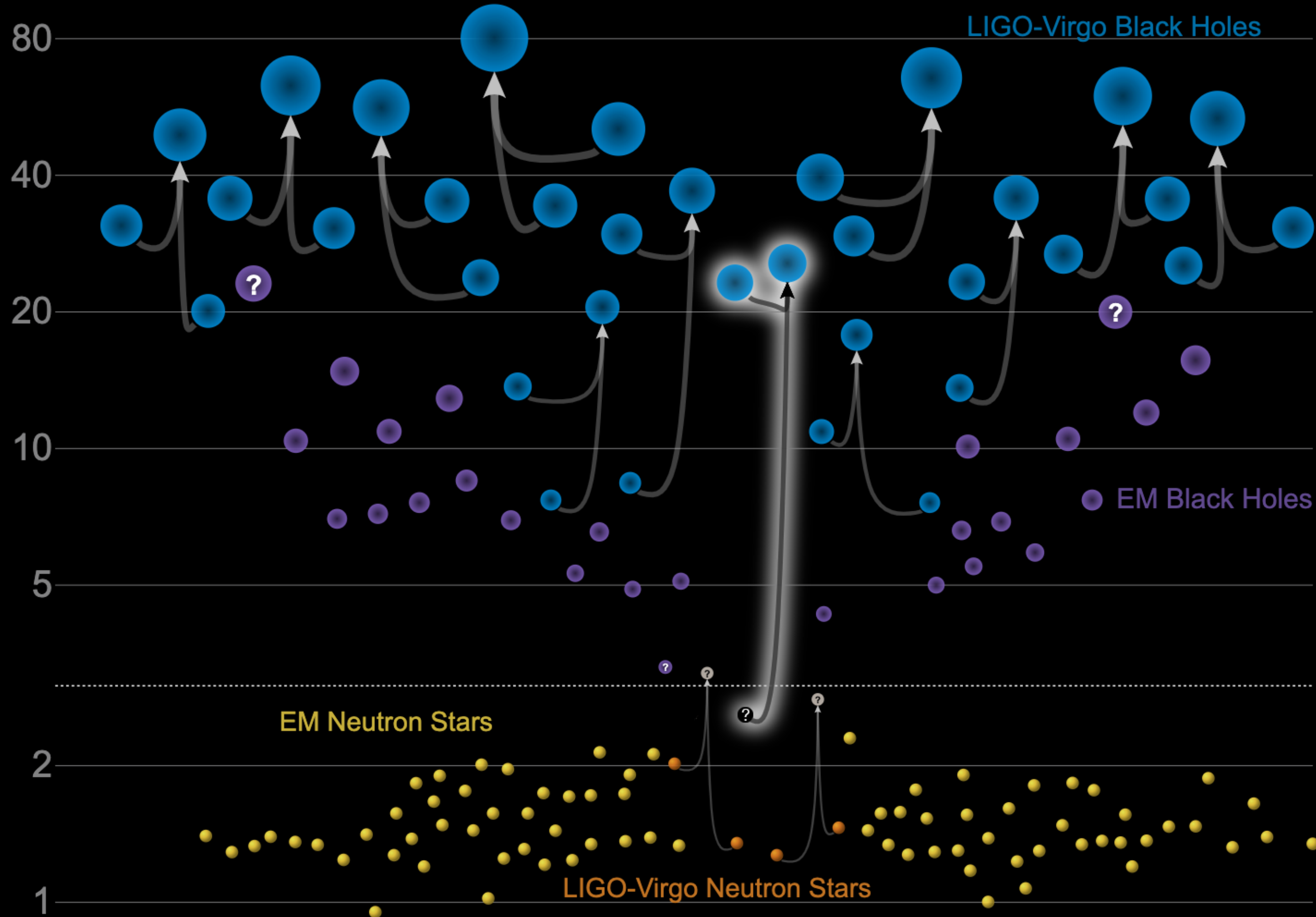
AR Lattimer JM. 2012.  
Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. 62:485–515





# Masses in the Stellar Graveyard

*in Solar Masses*



Updated 2020-05-16

LIGO-Virgo | Frank Elavsky, Aaron Geller | Northwestern

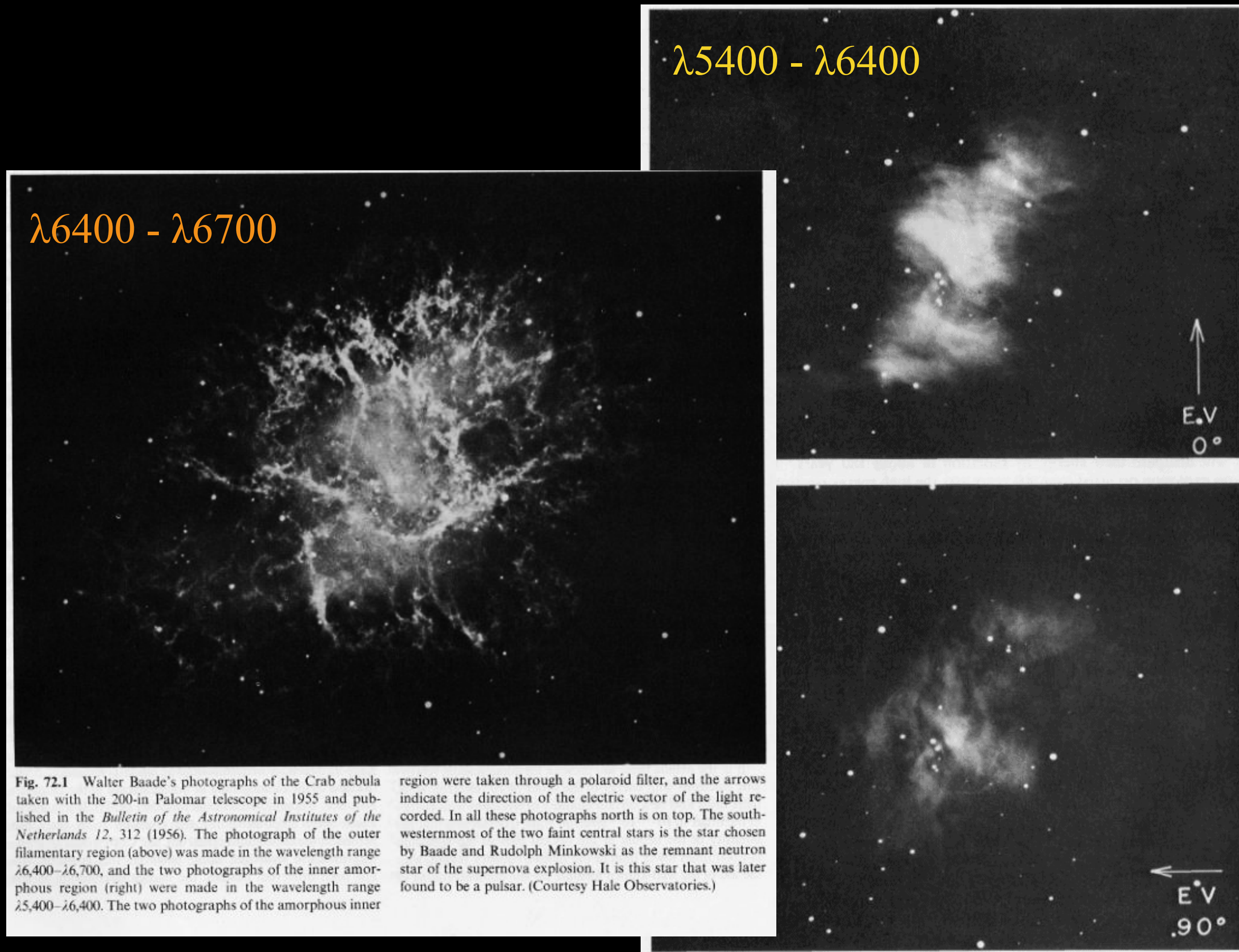


# 2.4. La Nebulosa del Cangrejo





# 2.4. La Nebulosa del Cangrejo



- Descubierta por Bevis (1731); redescubierta por Messier (1758).
- Duncan (1939) mide la expansión de M1 y determina una edad de 800 años.
- Mayall & Oort (1942) establecen la asociación entre M1 y SN1054.
- Baade (1942) presenta placas de M1 y propone que una de las estrellas centrales es una estrella de neutrones.
- Shlovskii (1953) muestra que la nebulosa emite radiación sincrotrón.

Fig. 72.1 Walter Baade's photographs of the Crab nebula taken with the 200-in Palomar telescope in 1955 and published in the *Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands* 12, 312 (1956). The photograph of the outer filamentary region (above) was made in the wavelength range  $\lambda 6,400 - \lambda 6,700$ , and the two photographs of the inner amorphous region (right) were made in the wavelength range  $\lambda 5,400 - \lambda 6,400$ . The two photographs of the amorphous inner

region were taken through a polaroid filter, and the arrows indicate the direction of the electric vector of the light recorded. In all these photographs north is on top. The southwesternmost of the two faint central stars is the star chosen by Baade and Rudolph Minkowski as the remnant neutron star of the supernova explosion. It is this star that was later found to be a pulsar. (Courtesy Hale Observatories.)



# 2.4. La Nebulosa del Cangrejo

M1 con el VLT



- Oort & Walraven (1956) estiman en 180 años la vida media de los electrones.
- Detección en rayos X (1963): vida media de los electrones = 9 años.
- Hoyle, Narlikar & Wheeler (1964) sugieren que la “estrella de Baade” puede tener un campo de  $10^{13}$  Gauss.
- Pacini (1967) propone el frenado de una estrella de neutrones magnetizada como la fuente de energía.



# 2.4. Pulsares

- Descubiertos por Hewish & Bell (1968).
- El modelo de Pacini (1967) supone que la estrella se comporta como un dipolo rotante, perdiendo energía de acuerdo a,

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{2} I \Omega^2 \rightarrow \frac{dE_{\text{rot}}}{dt} = I \Omega \dot{\Omega} = \frac{dE_{\text{dip}}}{dt} = -\frac{2|\ddot{\mu}|^2}{3c^3} = -\frac{2B_{\perp}^2 R^6 \Omega^4}{3c^3},$$

- lo cual permite estimar el campo magnético ( $I = 10^{45} \text{ g/cm}^2$ ),

$$B = \left( \frac{3Ic^3 P \dot{P}}{8\pi^2 R^6} \right)^{1/2} = 3.8 \times 10^{12} \text{ G} \left( \frac{P}{33 \text{ ms}} \frac{\dot{P}}{4.2 \times 10^{-13}} \right)^{1/2}.$$

# 2.4. Pulsares

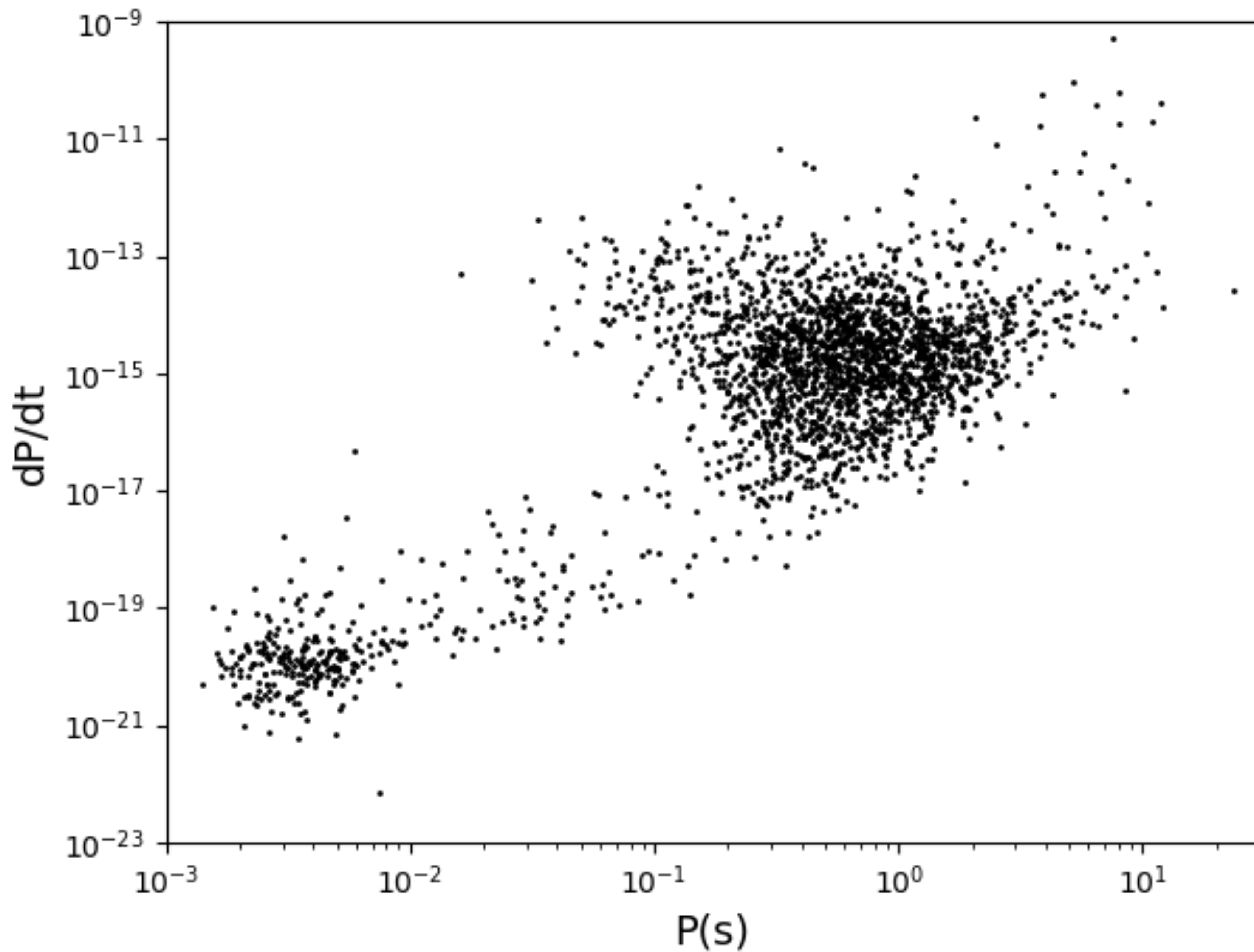
- También se estiman la pérdida de energía,

$$\frac{dE_{\text{rot}}}{dt} = 4\pi^2 I \left( \frac{\dot{P}}{P^3} \right) = 4.46 \times 10^{38} \text{erg/s} \left( \frac{P}{33 \text{ ms}} \right)^{-3} \left( \frac{\dot{P}}{4 \times 10^{-13}} \right),$$

- y la edad dinámica,

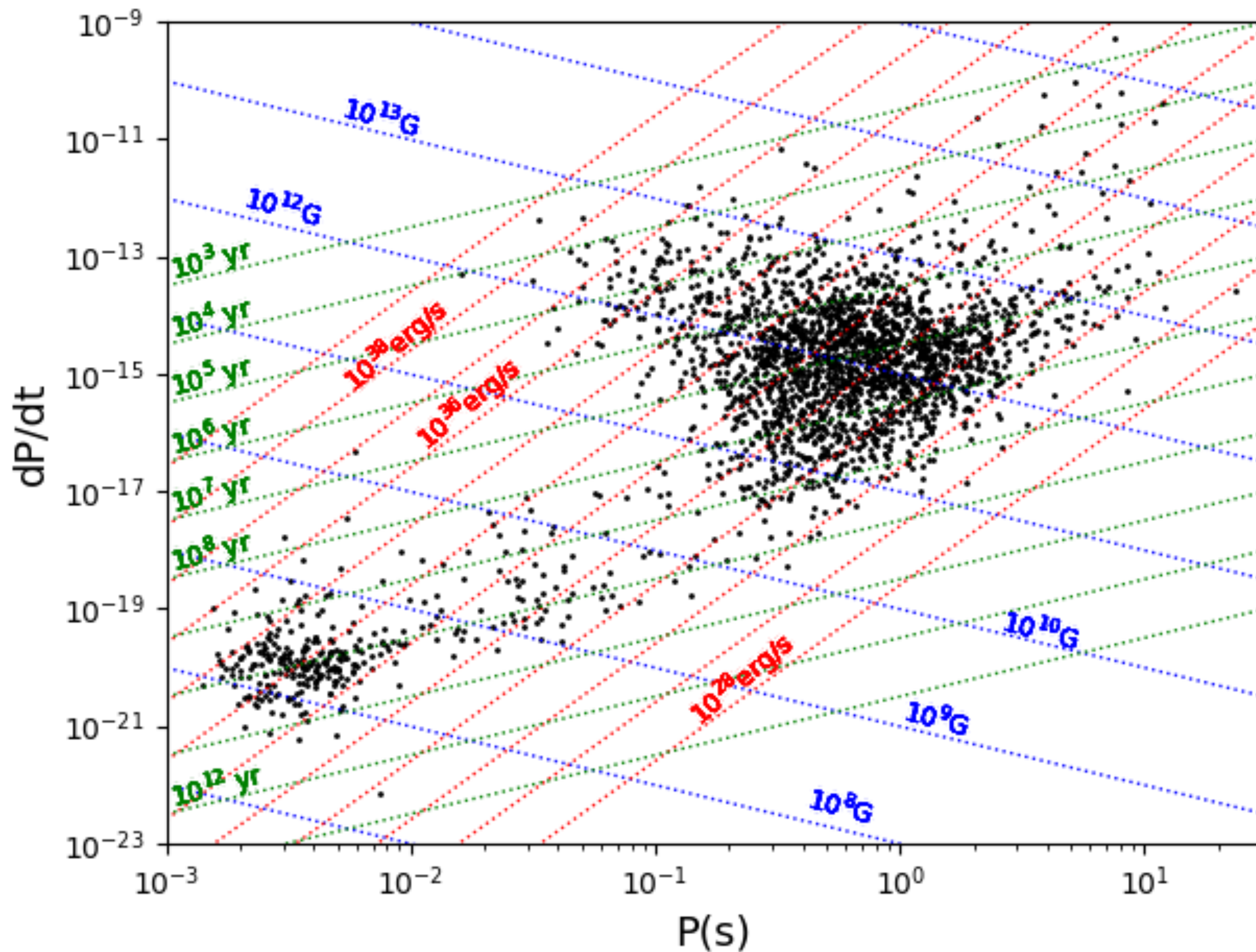
$$t_d = \frac{P}{2\dot{P}} = 1257 \text{ años} \left( \frac{P/33 \text{ ms}}{\dot{P}/4.2 \times 10^{-13}} \right).$$





El diagrama  $P\text{-dot}\{P\}$  da un diagnóstico de la población de pulsares en la Galaxia.





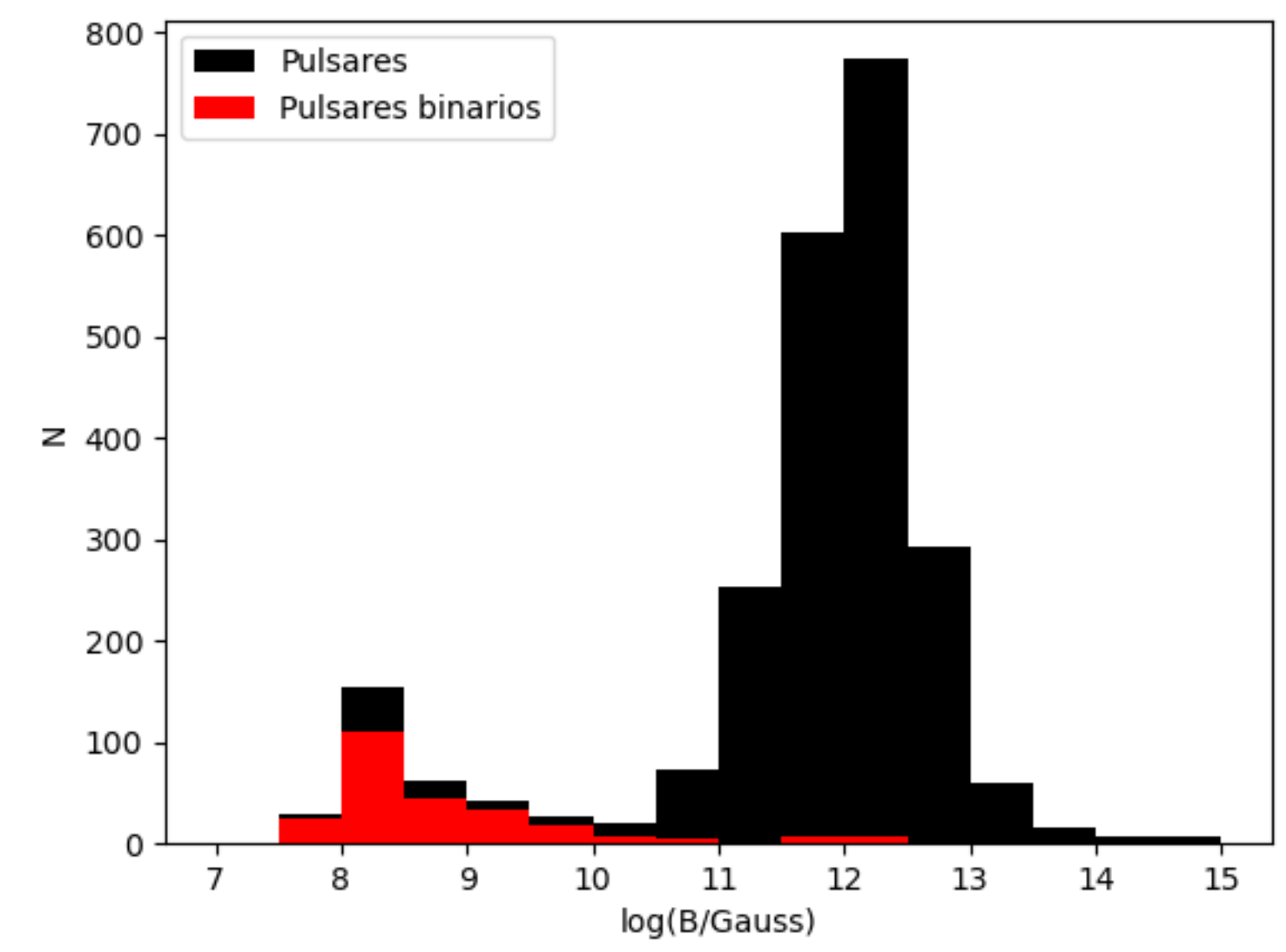
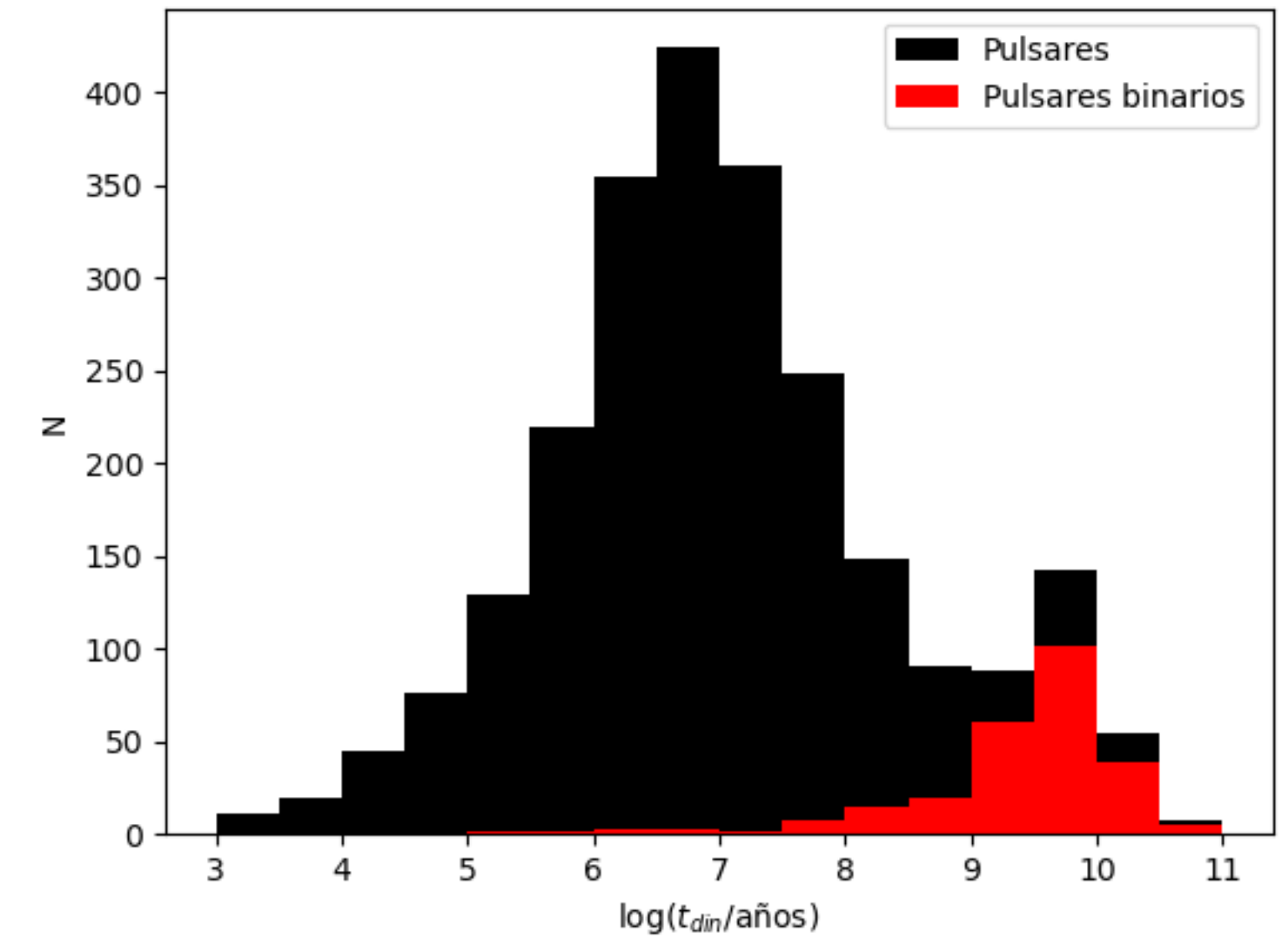
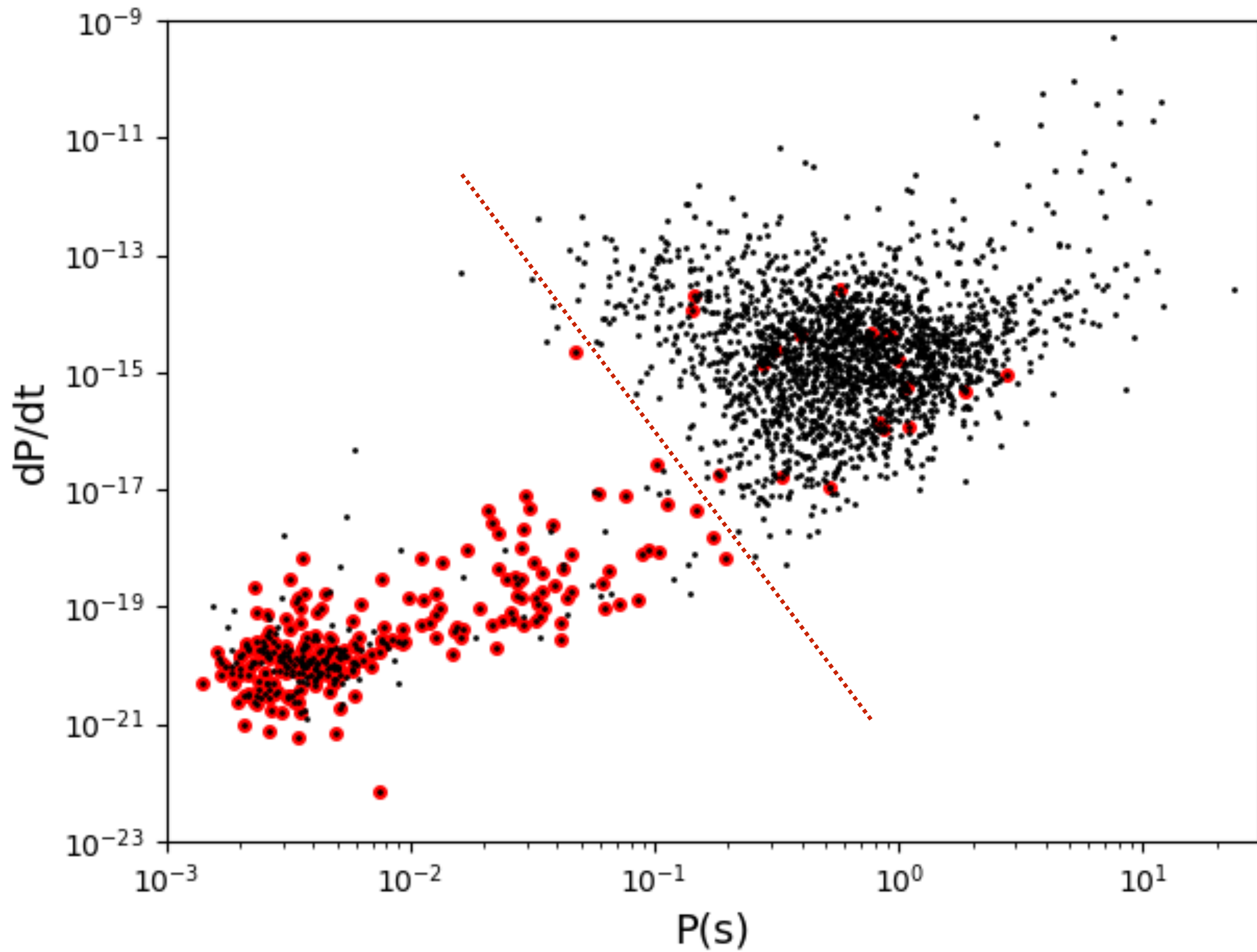
El diagrama  $P\text{-}\dot{P}$  da un diagnóstico de la población de pulsares en la Galaxia,

$$B \propto \sqrt{P\dot{P}},$$

$$\dot{E}_{\text{rot}} \propto \dot{P}/P^3,$$

$$t_{\text{dyn}} = P/2\dot{P}.$$







# Pulsares: magnetósfera

- En el vacío la rotación de la estrella induce un campo eléctrico,

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} (\vec{\Omega} \times \vec{r}) \times \vec{B} \Rightarrow \Delta\Phi \approx \frac{\Omega^2 B_* R^3}{2c^2} \approx 1.1 \times 10^{16} \text{ V} \left( \frac{P}{33 \text{ ms}} \right)^{-3/2} \left( \frac{\dot{P}}{4.2 \times 10^{-13}} \right)^{1/2}$$

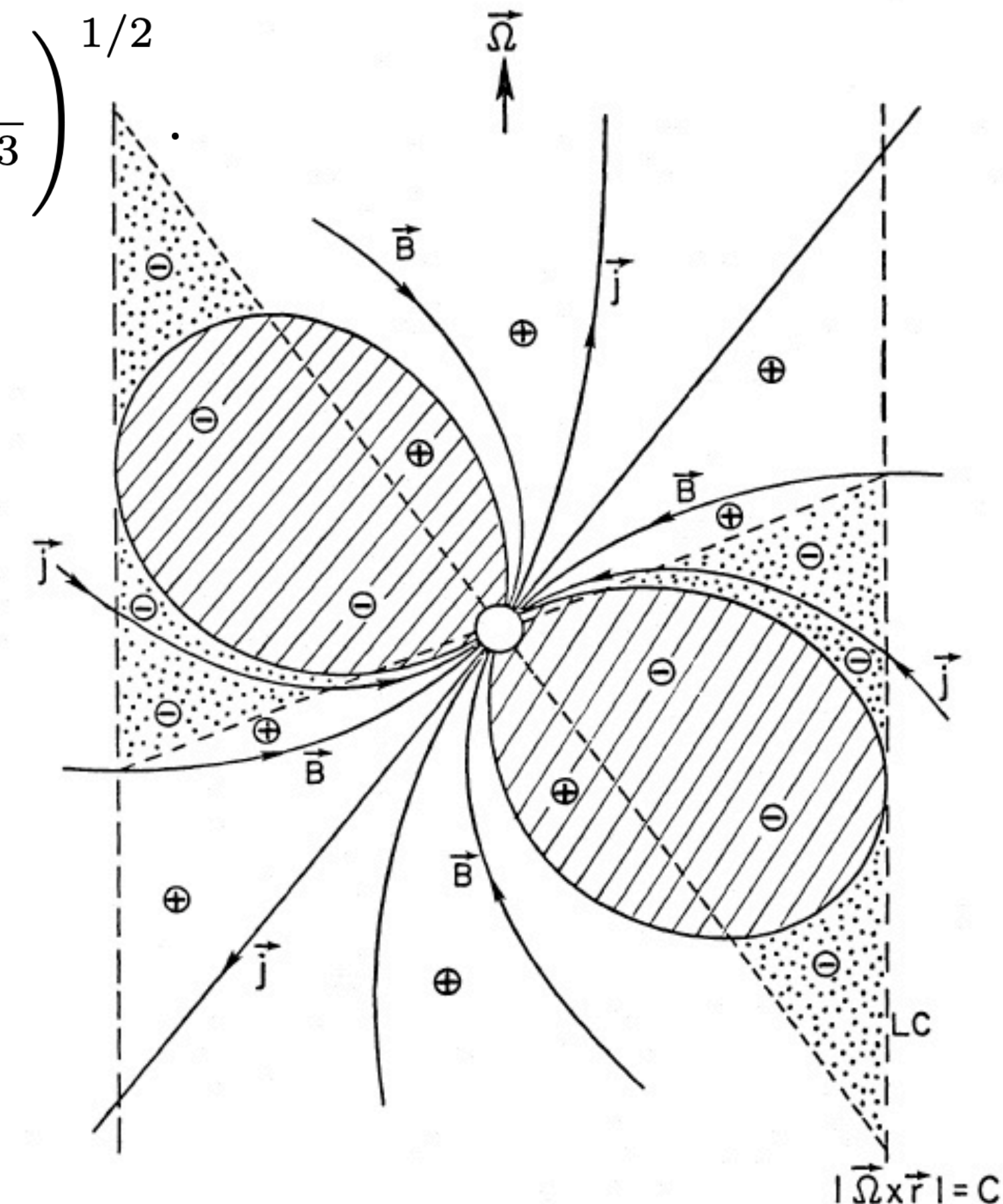
- El campo es neutralizado por la densidad de carga (Goldreich & Julian 1969),

$$\rho = \frac{\nabla \cdot \vec{E}}{4\pi c} = \frac{\vec{\Omega} \cdot \vec{B}}{2\pi c},$$

que permea la magnetósfera dentro del cilindro de luz,  $r_\ell = c/\Omega$ .

- Los modelos suponen que una fracción del potencial del vacío está disponible para la aceleración de partículas.

CHENG, HO, AND RUDERMAN





# 2.5. Mas estrellas de neutrones

- **Magnetares:** invocados en SGR (Soft Gamma-ray Repeaters) y AXP (Anomalous X-ray Pulsars): rotación lenta  $\leftrightarrow$  campos magnéticos extremos ( $\sim 10^{14}$  G). Emisión por liberación de energía magnética.
- **GRB (Gamma Ray Burst):** fusión de estrellas de neutrones como origen de GRBs cortos.
- **FRB (Fast Radio Bursts):** procesos intensos y breves en estrellas de neutrones; algunos repetitivos; es SGR J1935+2154 un FRB Galáctico?
- **Binarias de rayos X:** sistemas en acreción con objeto compacto.



# Sobre acreción y discos

- Modelos desarrollados para interpretar binarias de rayos X (búsqueda de hoyos negros) y núcleos activos.
- Acreción desde infinito hasta  $R_*$  puede proporcionar una luminosidad,

$$L_{ac} = \frac{GM\dot{M}}{R_*} = \eta\dot{M}c^2,$$

siendo  $dM/dt$  la tasa de acreción. La eficiencia depende de  $R_*$ , hasta un límite teórico  $\eta=1/2$  para un hoyo negro ( $\eta=0.007$  en la fusión de hidrógeno a helio).

- En un disco de acreción delgado y con rotación Kepleriana se radía térmicamente la mitad de la luminosidad.
- En enanas blancas o estrellas de neutrones se dan choques de capa límite donde se puede emitir radiación de mayor energía.



# Disco delgado con rotación Kepleriana y supersónica

$$v_\phi(R) = v_k(R) = \sqrt{GM/r}, \quad H \ll R.$$

$$L_{disco} = \frac{GM\dot{M}}{2R_*} = \frac{1}{2}L_{ac}$$

$$T(R) = T_* \left( \frac{R}{R_*} \right)^{-3/4}, \quad \text{con } T_* = \left( \frac{3GM\dot{M}}{8\pi\sigma R_*^3} \right)^{1/4} = 1.3 \times 10^7 \text{K } \dot{M}_{17}^{1/4} M_1^{1/4} R_6^{-3/4}$$

The emitted spectrum

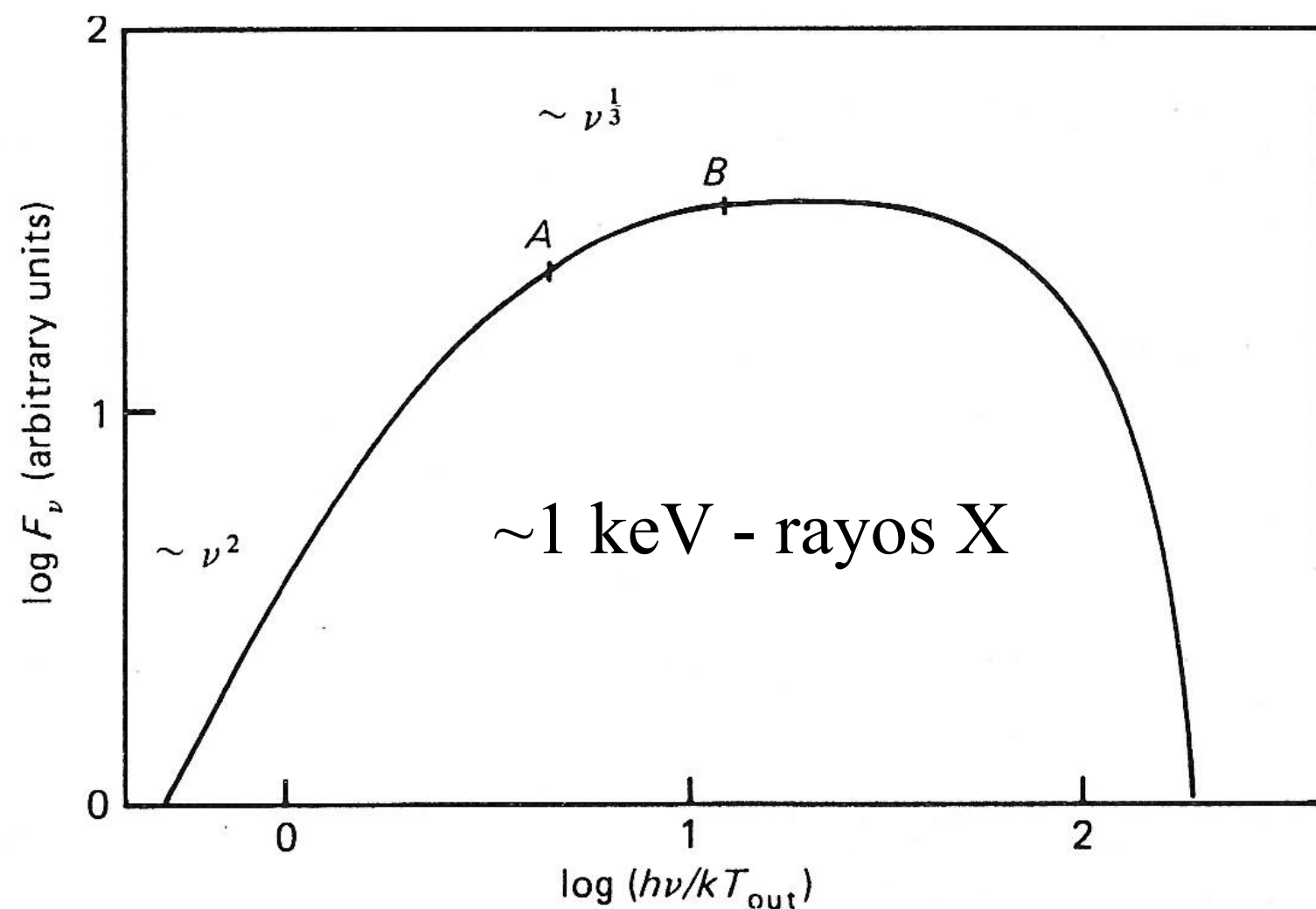


Figure 20. The continuum spectrum  $F_\nu$  of a steady optically thick accretion disc radiating locally as a black body. Here the outer radius  $R_{out} = 250R_*$ , and  $T_{out} = T(R_{out})$ . Points  $A$  and  $B$  have 'spectral index'  $d(\ln F_\nu)/d(\ln \nu)$  equal to 0.38 and 0.28 respectively, showing the relative shortness of the ' $\nu^{1/3}$ ' section of the continuum.

## Capa límite: zona de choque con emisión de radiación "dura".

120 Accretion on to a compact object

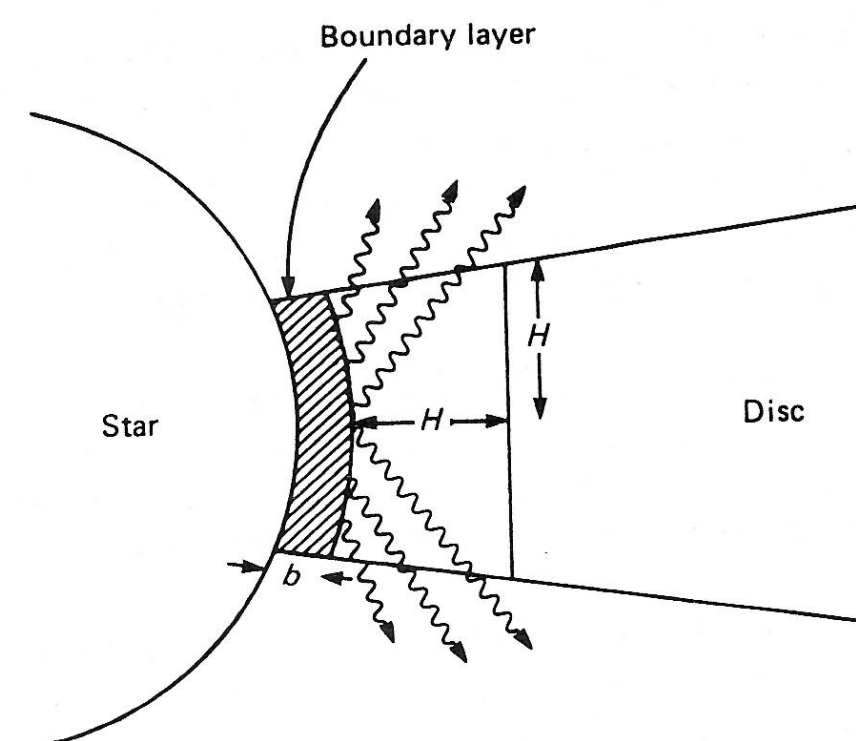


Figure 39. Schematic view (in a plane  $\phi = \text{constant}$ ) of an optically thick boundary layer (not to scale).

Accretion columns: the white dwarf case

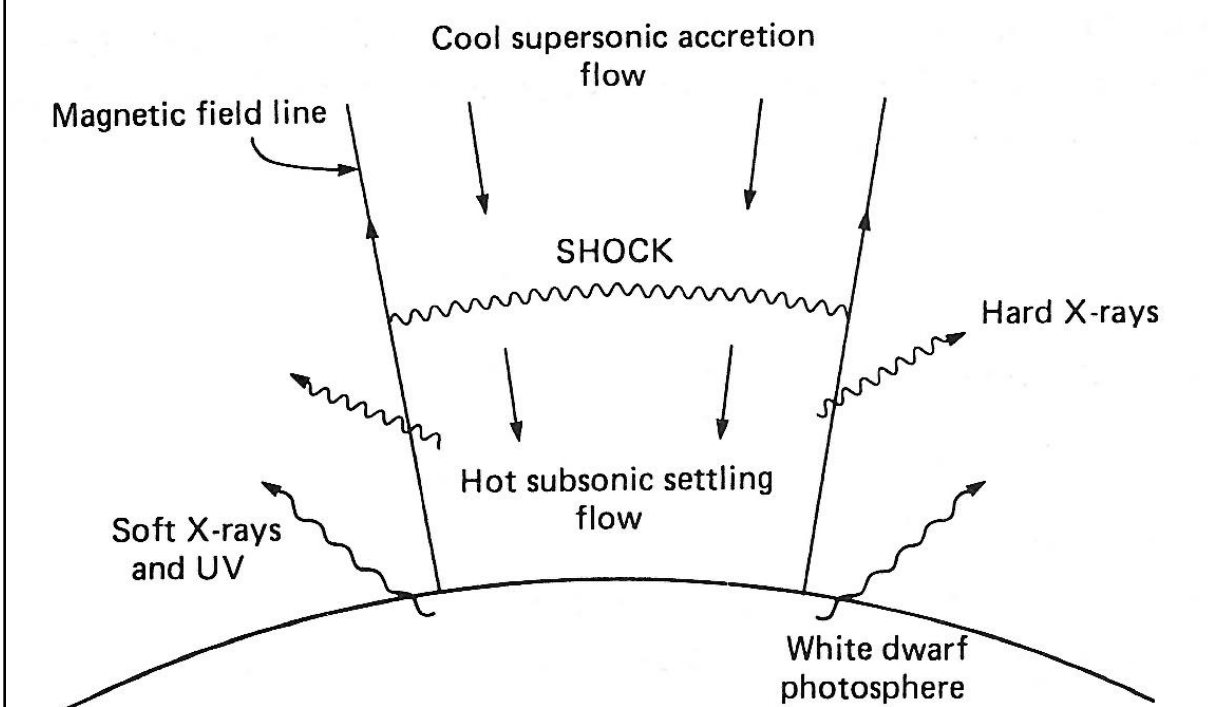
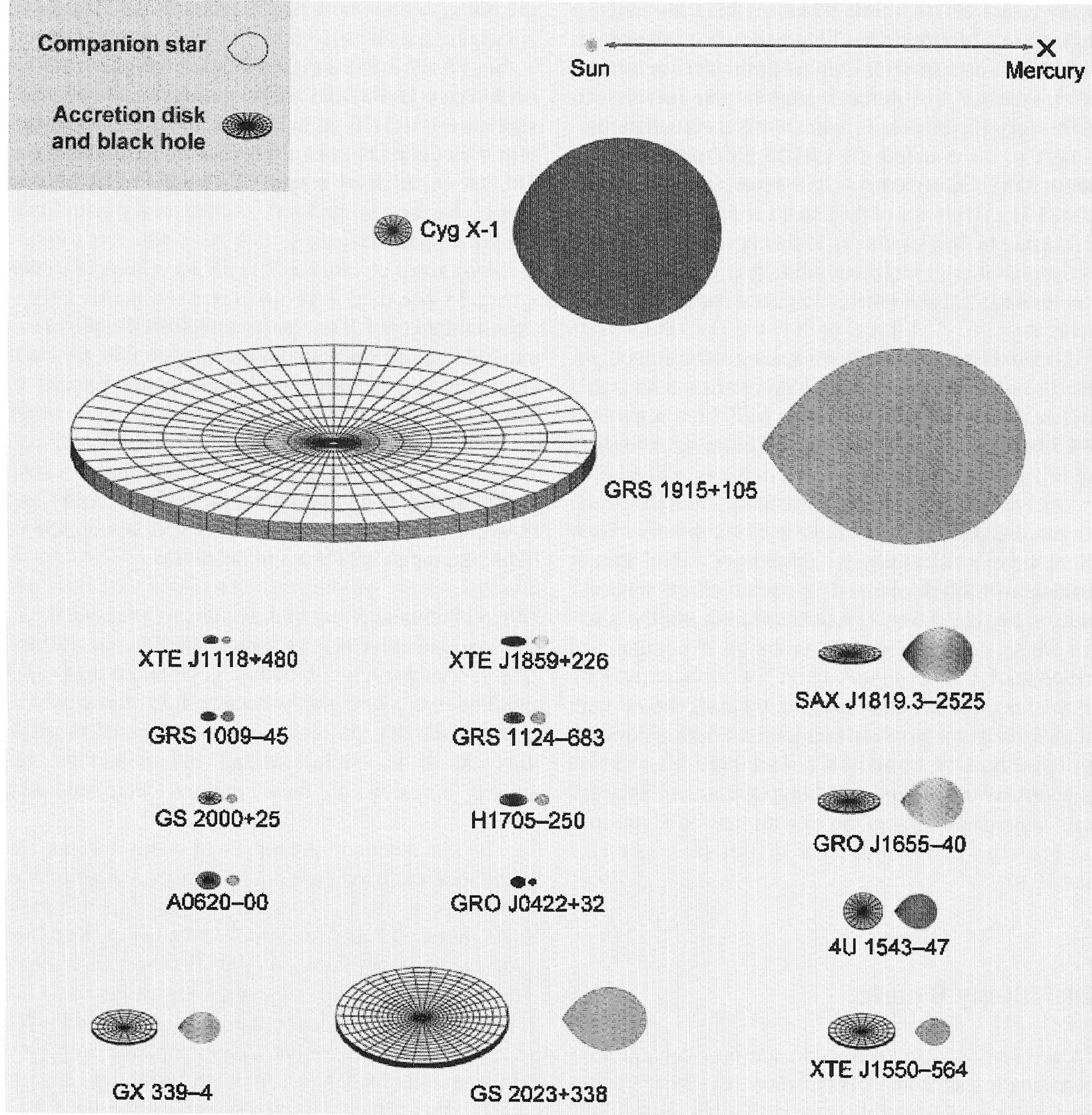


Figure 46. Accretion column geometry for a magnetized white dwarf.





# Binarias de rayos X

- Varios tipos de binarias de rayos X (XRP, X-ray Bursters, X-ray Novae, HMXRB, LMXRB, microcuasares...).
- Asociación a un hoyo negro en base a la masa del objeto compacto: HMXRB y microcuasares.

Fig. 14.12. Scale drawings of 16 black-hole binaries in the Milky Way (courtesy of J.Orosz). The Sun–Mercury distance (0.4AU) is shown at the top. The estimated binary inclination is indicated by the tilt of the accretion disk. The colour of the companion star roughly indicates its surface temperature. (R.A.Remillard, J.E.McClintock 2006, ARAA 44, 54)



# 3. Hoyos negros

3.1. Hoyos de Schwarzschild.

3.2. Hoyos de Kerr.

3.3. Hoyos negros en la Galaxia.



## Un ejemplo: la m3trica de Schwarzschild

Soluci3n 3nica a las ecuaciones de Einstein en el vac3o,  $R_{\mu\nu} = 0$ , con simetr3a esf3rica, correspondientes a una masa  $M$  en el origen. Fue comunicada a Einstein por Schwarzschild en diciembre de 1915, y se expresa como ( $c = 1$ ),

$$ds^2 = - \left( 1 - \frac{2GM}{r} \right) dt^2 + \left( 1 - \frac{2GM}{r} \right)^{-1} dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2. \quad (20)$$

Las componentes no nulas son las diagonales:  $g_{tt}$ ,  $g_{rr}$ ,  $g_{\theta\theta}$ ,  $g_{\phi\phi}$ . Una masa prueba se mueve a lo largo de cuatro trayectorias geod3sicas  $x^\mu(\lambda)$ , definidas por,

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\lambda^2} + \Gamma_{\rho\sigma}^\mu \frac{dx^\rho}{d\lambda} \frac{dx^\sigma}{d\lambda} = 0. \quad (21)$$

Con los s3mbolos de Christoffel correspondientes,  $\Gamma_{\rho\sigma}^\mu$ , se obtienen las ecuaciones geod3sicas



## La m3trica de Schwarzschild (IV)

Se obtiene

$$\frac{1}{2} \left( \frac{dr}{d\lambda} \right)^2 + V(r) = \mathcal{E}, \quad (26)$$

donde  $\mathcal{E} = E^2/2$ , y el equivalente al potencial efectivo,

$$V(r) = \frac{1}{2}\mathcal{E} - \mathcal{E}\frac{GM}{r} + \frac{L^2}{r^2} - \frac{GML^2}{r^3}. \quad (27)$$

El 3ltimo t3rmino es el relativista. Las 3rbitas circulares se obtienen de  $dV/dr = 0$ , es decir

$$\mathcal{E}GMr_c^2 - L^2r_c + 3GML^2 = 0 \Rightarrow r_c = \frac{L^2 \pm \sqrt{L^4 - 12G^2M^2L^2}}{2GM}.$$

De las dos soluciones la externa es estable y la interna inestable. Ambas se juntan en  $L = \sqrt{12} GM \Rightarrow r_c = 6GM$ , radio de la 3ltima 3rbita estable.



## Hoyos negros: Schwarzschild - 3rbitas

- ▶ Los radios de 3rbitas circulares,  $r_c$ , se obtienen de  $dV/dr = 0$ , es decir ( $\epsilon = 1$ ),

$$r_c = \frac{L^2}{2GM} \left\{ 1 \pm \sqrt{1 - 12 \left( \frac{GM}{L} \right)^2} \right\}.$$

La externa (+) es estable y la interna (−) inestable.

- ▶ Se juntan en  $L = \sqrt{12} GM \Rightarrow r_c = 6GM = 3r_s$ , la 3rbita estable.
- ▶ La energ3a de ligadura de una masa  $m$  a una distancia  $r$  es,

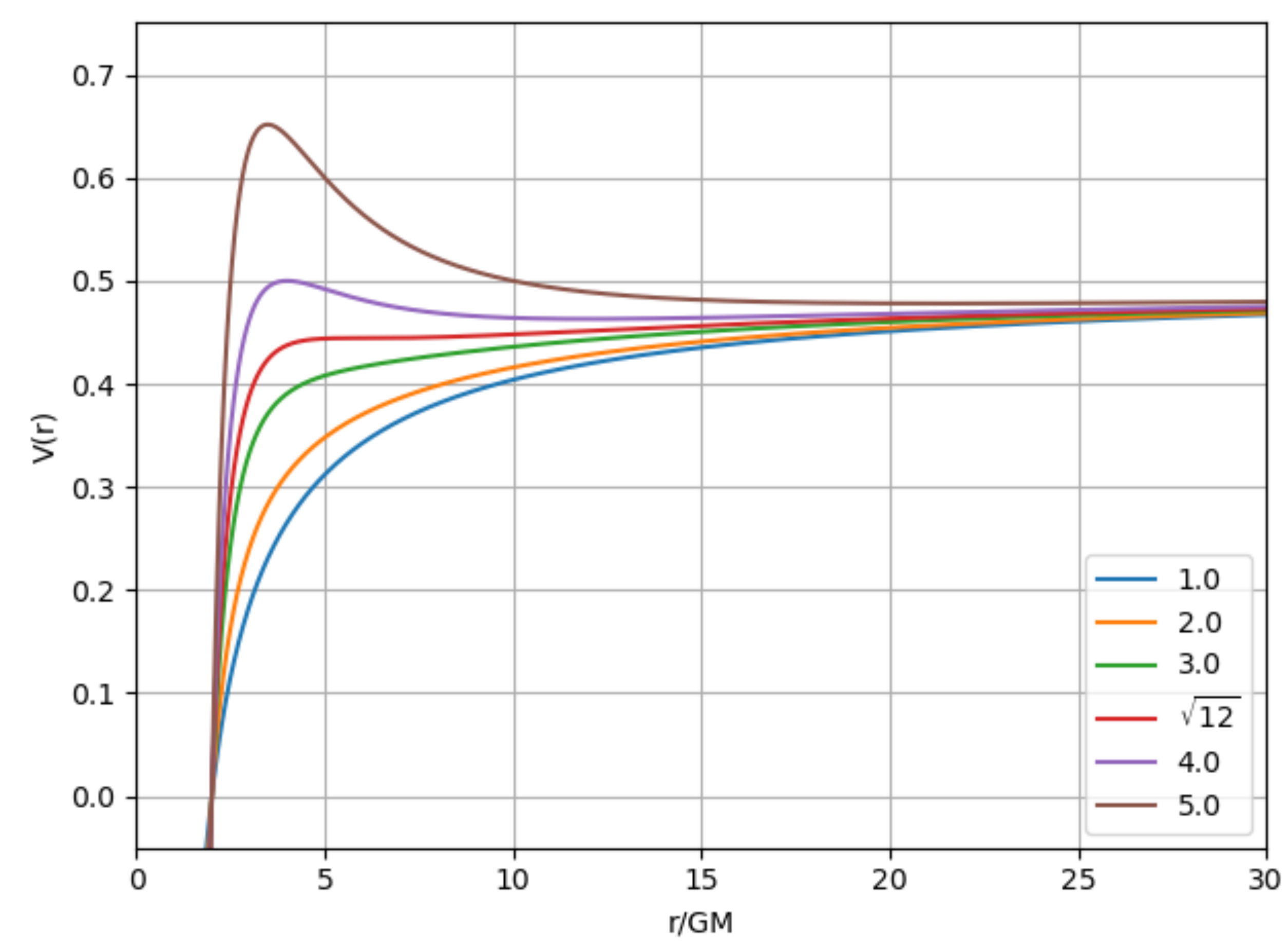
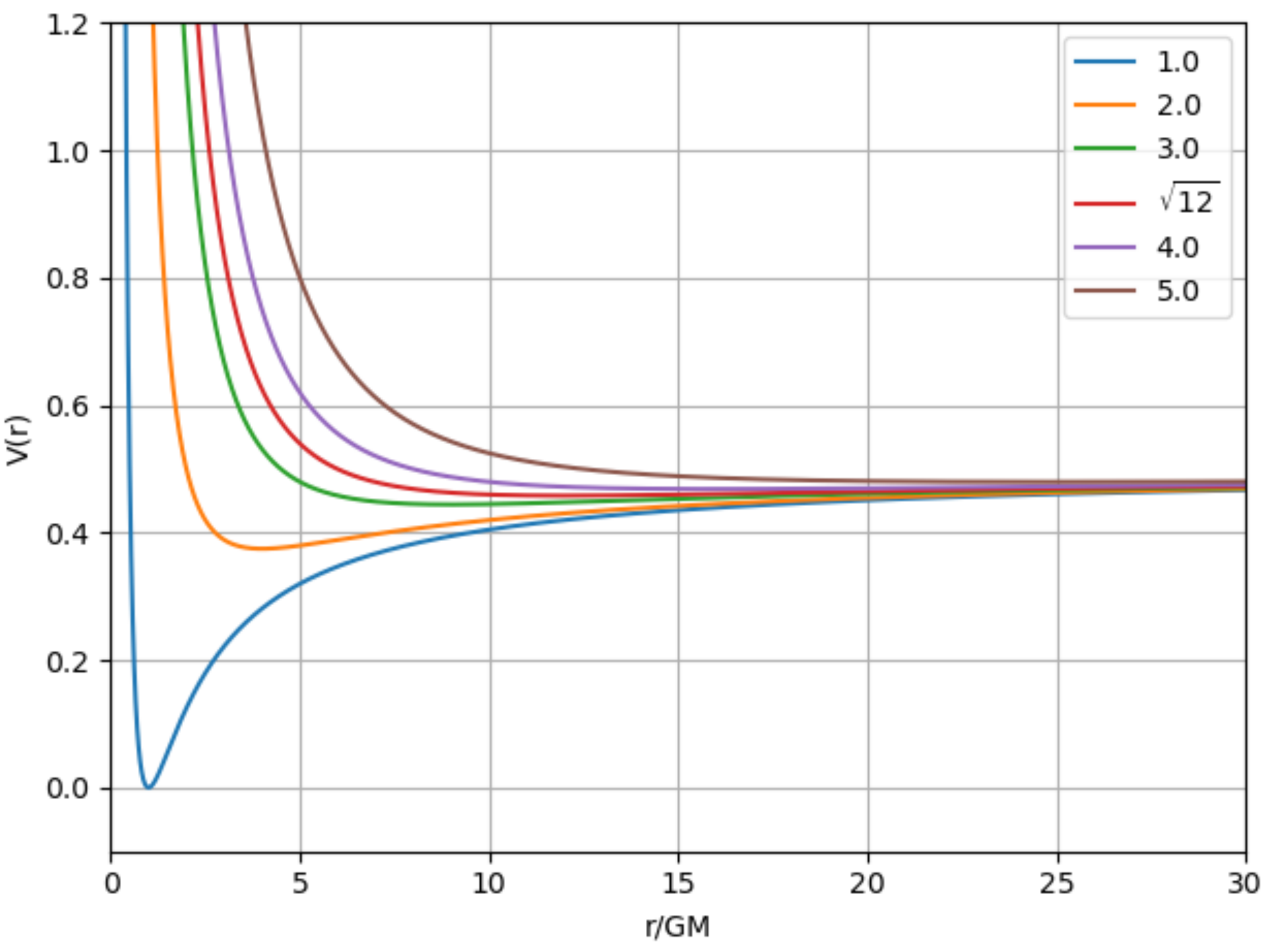
$$E = mc^2 \left[ 1 - \frac{r - r_s}{\sqrt{r^2 - 3rr_s/2}} \right], \quad (16)$$

con m3ximo en  $r = 3r_s \Rightarrow E \simeq 0.057mc^2$ .



# Órbitas clásicas

# Órbitas Schwarzschild





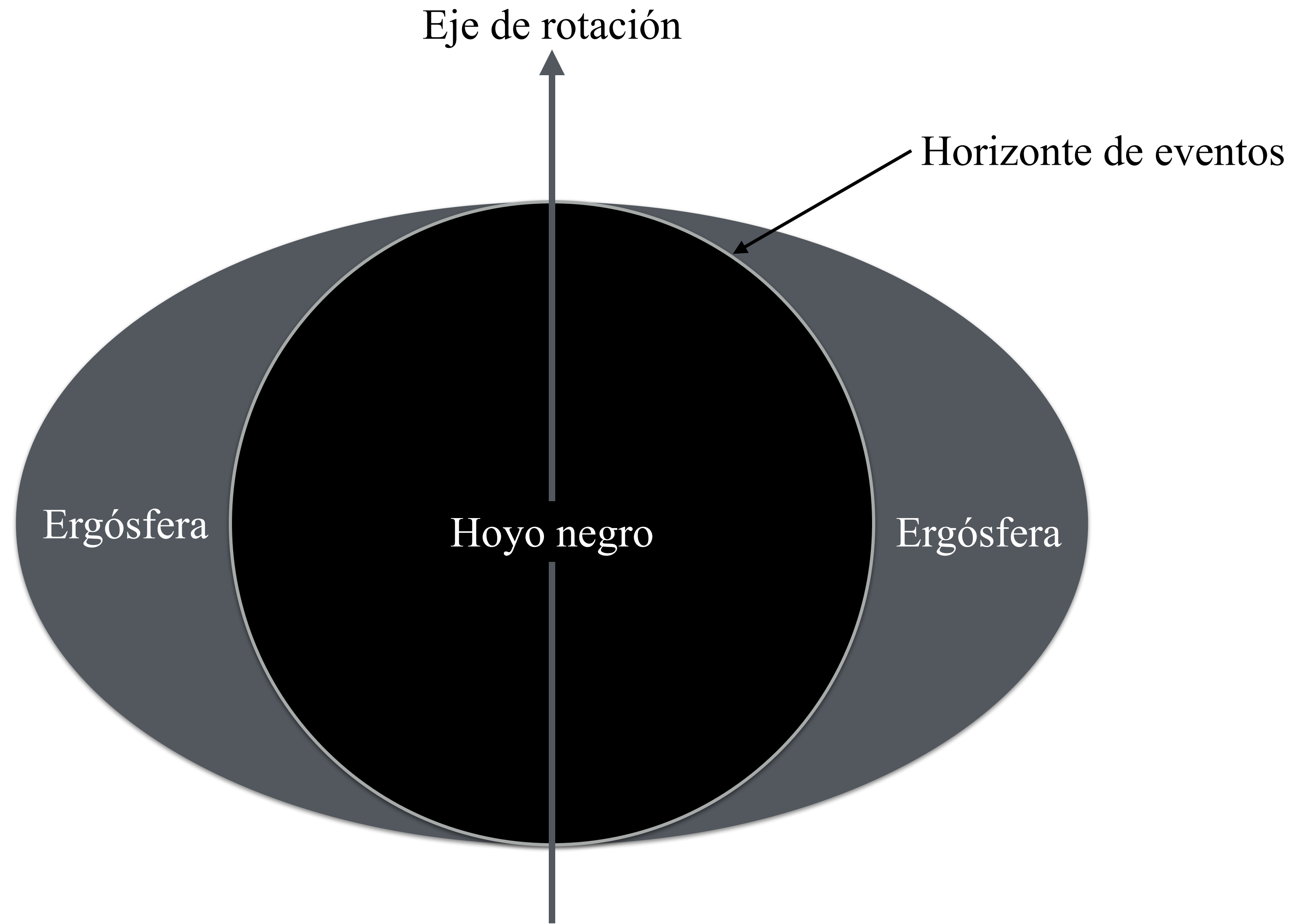
## 3.2. Hoyos negros de Kerr

- La métrica de Kerr representa hoyos negros con momento angular  $\ell$ , parametrizado tal que  $0 \leq \ell < m$ .
- Hay dos horizontes de eventos,

$$r_{\pm} = GM \pm \sqrt{G^2 M^2 - \ell^2}.$$

- Las órbitas estables son más cercanas: si la materia corota con el hoyo, la última órbita estable tiende a  $3r_s/2$  para  $\ell \rightarrow 1$ , de donde la fracción de energía extraíble es  $\eta \rightarrow 1 - 1/\sqrt{3} \simeq 0.42$ .
- Es posible la extracción de energía rotacional del hoyo negro penetrando la ergósfera (Penrose 1969; Blandford & Znajek 1977).







1992

10 light days

