



Método de Glauber Montecarlo para colisiones Bi+Bi y Au+Au

Francisco Alejandro Padilla Gomez

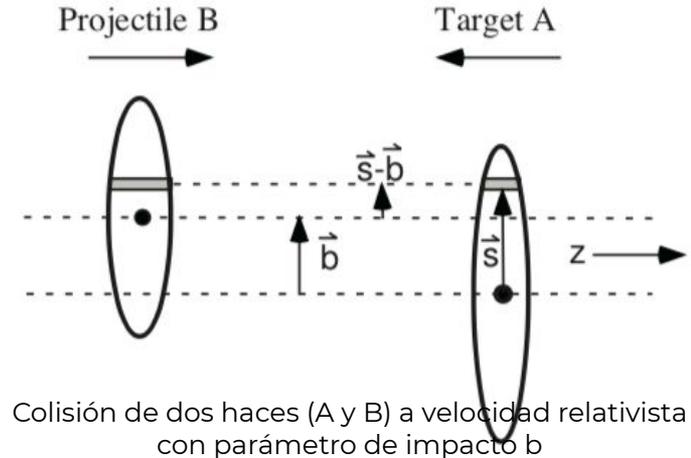
Universidad Autónoma de Baja California

3 de julio de 2020

Método de Glauber

El Modelo de Glauber se utiliza para calcular las **cantidades geométricas** presentes en una simulación de colisiones, típicamente expresados como:

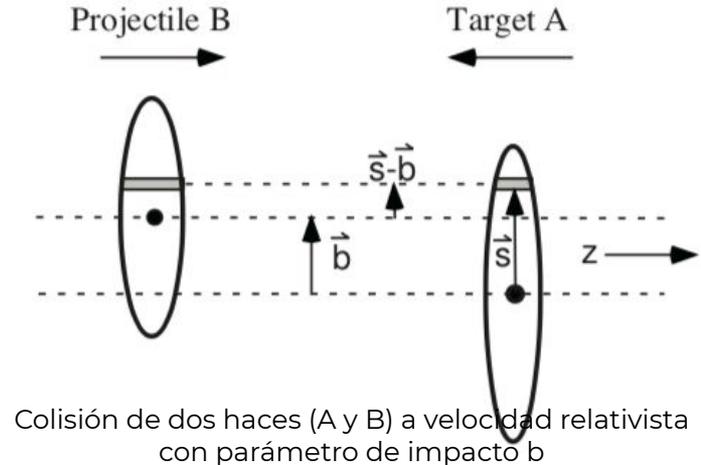
- **Parámetro de impacto (b)**



Método de Glauber

El Modelo de Glauber se utiliza para calcular las **cantidades geométricas** presentes en una simulación de colisiones, típicamente expresados como:

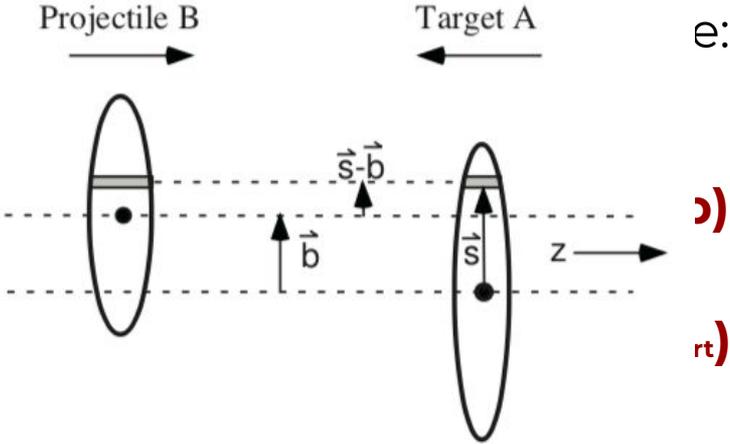
- **Parámetro de impacto b**
- **Número de nucleones (N_{part})**



Método de Glauber

El Modelo de Glauber se utiliza para calcular las **cantidades geométricas** presentes en una simulación de colisiones. Obtiene los valores

- **Parámetro de**
- **Número de**
- **Número de colisiones nucleon-nucleon (N_{coll})**



Colisión de dos iones (A y B) a velocidad relativista con parámetro de impacto b

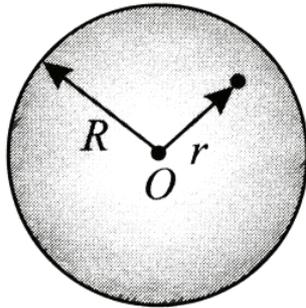
Entradas del Modelo de Glauber

Para realizar una simulación por medio de este modelo, se necesita ingresar información experimental, de donde se obtienen los parámetros:

Entradas del Modelo de Glauber

Para realizar una simulación por medio de este modelo, se necesita ingresar información experimental, de donde se obtienen los parámetros:

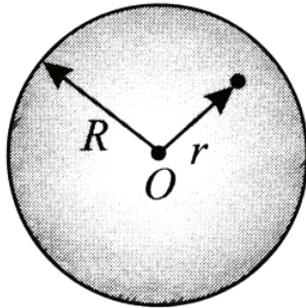
Densidad de carga de los núcleos



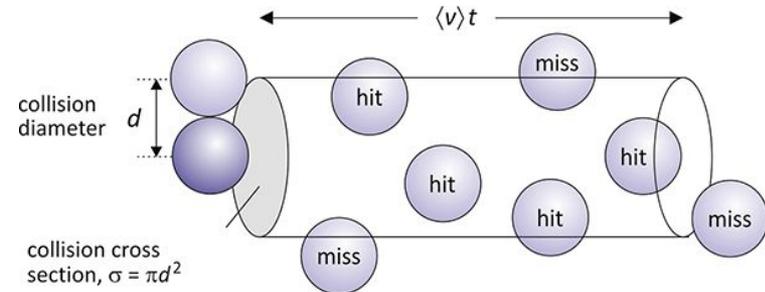
Entradas del Modelo de Glauber

Para realizar una simulación por medio de este modelo, se necesita ingresar información experimental, de donde se obtienen los parámetros:

Densidad de carga de los núcleos



Sección transversal de una colisión nucleón-nucleón.



Densidad de carga de los núcleos.

Su valor usualmente se extrae de una **distribución de probabilidad de Fermi**:

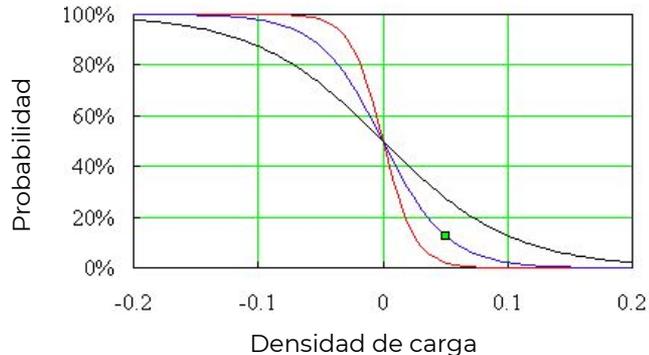
$$\rho(r) = \rho_0 \cdot \frac{1 + w\left(\frac{r}{R}\right)^2}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)}$$

La **profundidad del núcleo** es la diferencia entre el radio que cubre el 90% de la densidad de masa del núcleo y el que cubre el 10% multiplicada por $1/(4\log(3))$: **$s = 4a \cdot \log(3)$**

Densidad de carga de los núcleos.

Su valor usualmente se extrae de una **distribución de probabilidad de Fermi**:

$$\rho(r) = \rho_0 \cdot \frac{1 + w\left(\frac{r}{R}\right)^2}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)}$$



La posición de los nucleones en el núcleo es **uniforme** para los ángulos polares y azimutales, mientras radialmente dependerá de la **densidad de carga**.

Sección transversal en una colisión nucleón-nucleón.

Existen dos tipos de secciones transversales, aquellas que dependen de una sola condición inicial, **secciones transversales diferenciales**, y aquellas que toman en consideración todo posible ángulo de dispersión junto con cualquier otra condición inicial, **secciones transversales completas**.

En el caso de una **colisión inelástica**, el tamaño de la sección transversal depende exclusivamente del tamaño de su partícula.

Sección transversal en una colisión nucleón-nucleón.

Existen dos tipos de secciones transversales, aquellas que dependen de una sola condición inicial, **secciones transversales diferenciales**, y aquellas que toman en consideración todo posible ángulo de dispersión junto con cualquier otra condición inicial, **secciones transversales completas**.

En el caso de una **colisión inelástica**, el tamaño de la sección transversal depende exclusivamente del tamaño de su partícula.

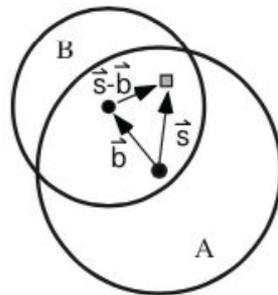
Sin embargo, la sección transversal también depende de la velocidad de los nucleones, la cual es directamente proporcional con la energía de la partícula:

- Para partículas cuya longitud de onda varía entre 1-10 fm ($E = 10-1000$ keV), la sección transversal es inversamente proporcional a la velocidad de la partícula.
- Para partículas con energías arriba de 1 MeV, la sección transversal depende sólo de su tamaño.

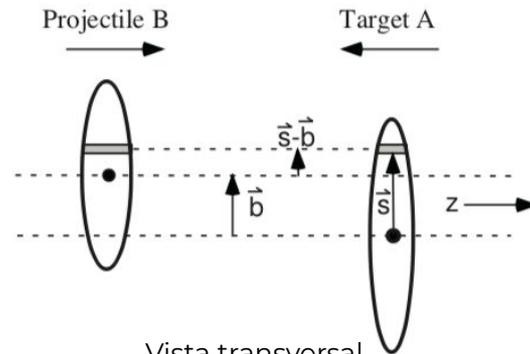
Método de Glauber

El método puede abordarse de dos maneras principales:

- **Límite Óptico:** Integra la **probabilidad conjunta** de que un nucleón se encuentre en una porción de la sección transversal del rayo incidente y que otro se encuentre en la porción de sección transversal del nucleón objetivo que colisionará.



Vista frontal



Vista transversal

Método de Glauber

El método puede abordarse de dos maneras principales:

- **Límite Óptico:** Integra la **probabilidad conjunta** de que un nucleón se encuentre en una porción de la sección transversal del rayo incidente y que otro se encuentre en la porción de sección transversal del nucleón objetivo que colisionará.
- **Monte-Carlo:** Modela al núcleo como un conjunto de nucleones independientes entre sí, con sus propiedades extraídas de diferentes distribuciones de densidad de probabilidad.

Método Glauber-Montecarlo

La colisión entre dos núcleos se maneja como una secuencia de colisiones binarias independientes entre dos nucleones, uno de cada núcleo:

Los nucleones siguen trayectorias rectas y su sección transversal no varía según sus colisiones previas. Además, una colisión entre dos nucleones ocurre cuando la distancia en el plano ortogonal al eje de los haces cumple que:

$$d \leq \sqrt{\frac{\sigma_{inel}^{NN}}{\pi}}$$

Método Glauber-Montecarlo

La colisión entre dos núcleos se maneja como una secuencia de colisiones binarias independientes entre dos nucleones, uno de cada núcleo:

Los nucleones siguen trayectorias rectas y su sección transversal no varía según sus colisiones previas. Además, una colisión entre dos nucleones ocurre cuando la distancia en el plano ortogonal al eje de los haces cumple que:

$$d \leq \sqrt{\frac{\sigma_{inel}^{NN}}{\pi}}$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_{inel}^{NN}}{\pi} = \pi r^2$$

Método Glauber-Montecarlo

La colisión entre dos núcleos se maneja como una secuencia de colisiones binarias independientes entre dos nucleones, uno de cada núcleo:

Los nucleones siguen trayectorias rectas y su sección transversal no varía según sus colisiones previas. Además, una colisión entre dos nucleones ocurre cuando la distancia en el plano ortogonal al eje de los haces cumple que:

$$d \leq \sqrt{\frac{\sigma_{inel}^{NN}}{\pi}}$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_{inel}^{NN}}{\pi} = \pi r^2$$

$$\Rightarrow d \leq r$$

Resultados

Utilizando los parámetros

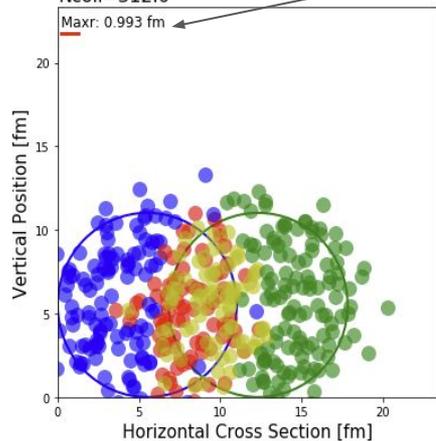
- Número de iteraciones: 1000
- **Partículas:** ^{196}Au y ^{209}Bi
- Modelo de densidad de carga nuclear: 2pF
- Range: 2
- **bRange:** 1.1
- **Energía:** 9 y 11 GeV

Bi+Bi variando
energía

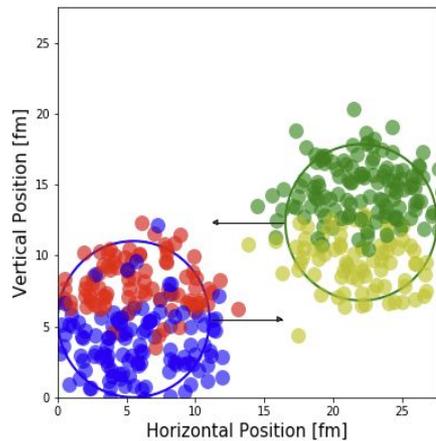
9 GeV

Npart=168.0
Ncoll=312.0

Maxr: 0.993 fm



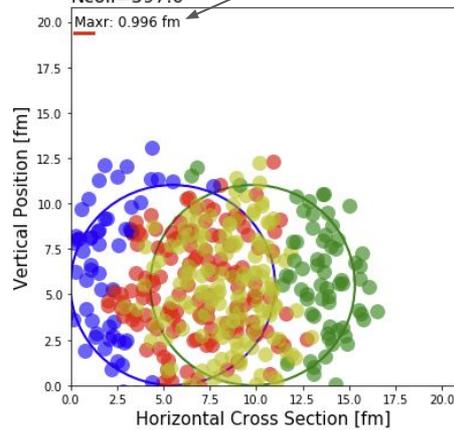
$$\frac{N_{coll}}{N_{part}} \Big| \approx 1.9$$



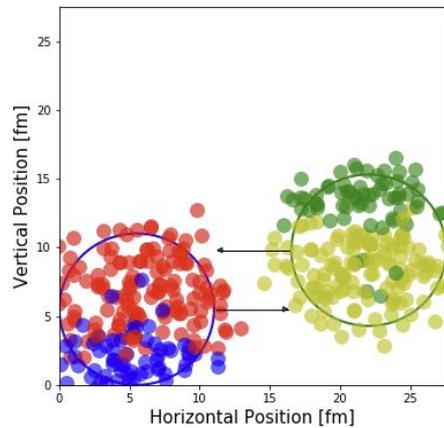
11 GeV

Npart=281.0
Ncoll=597.0

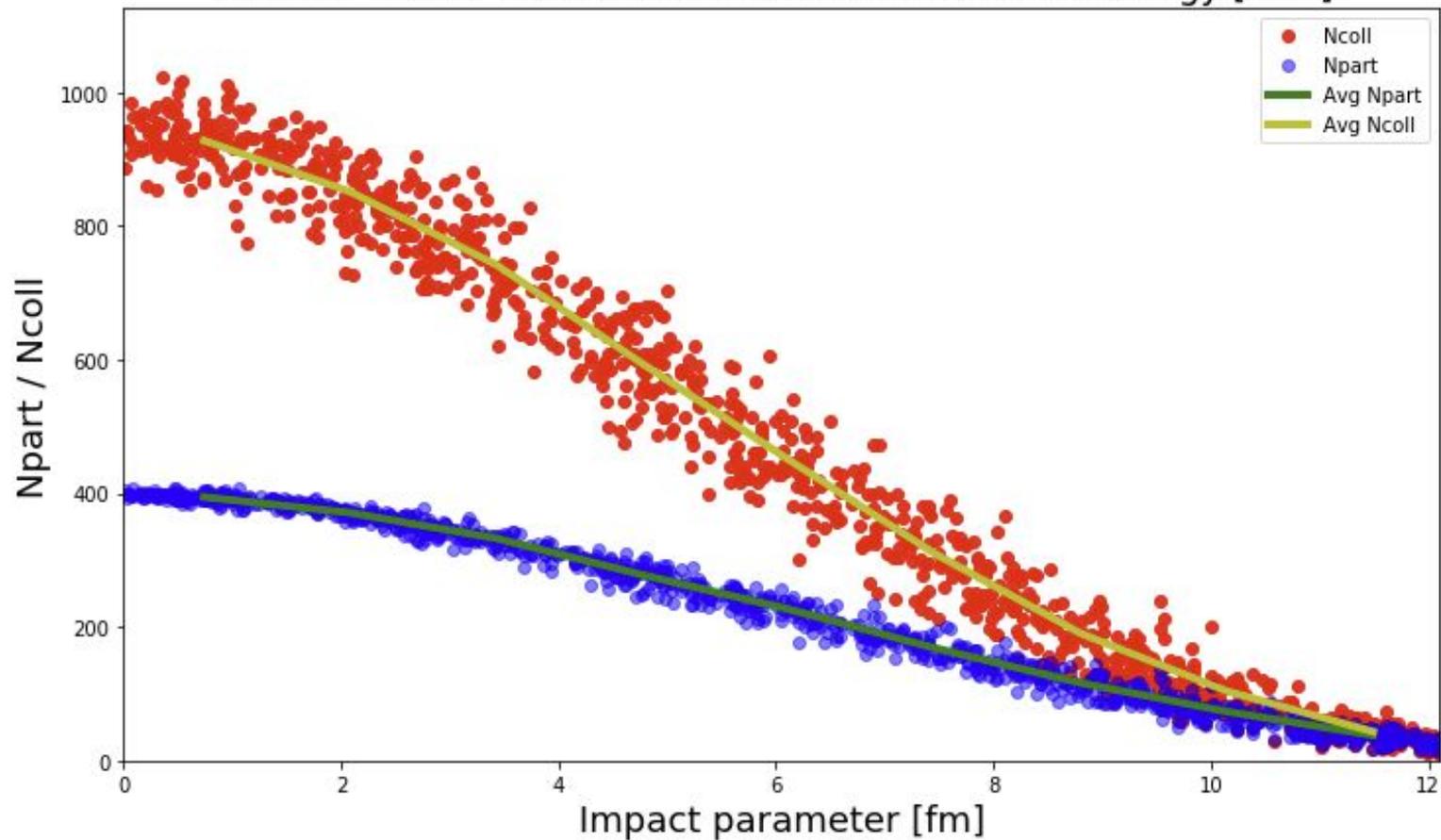
Maxr: 0.996 fm



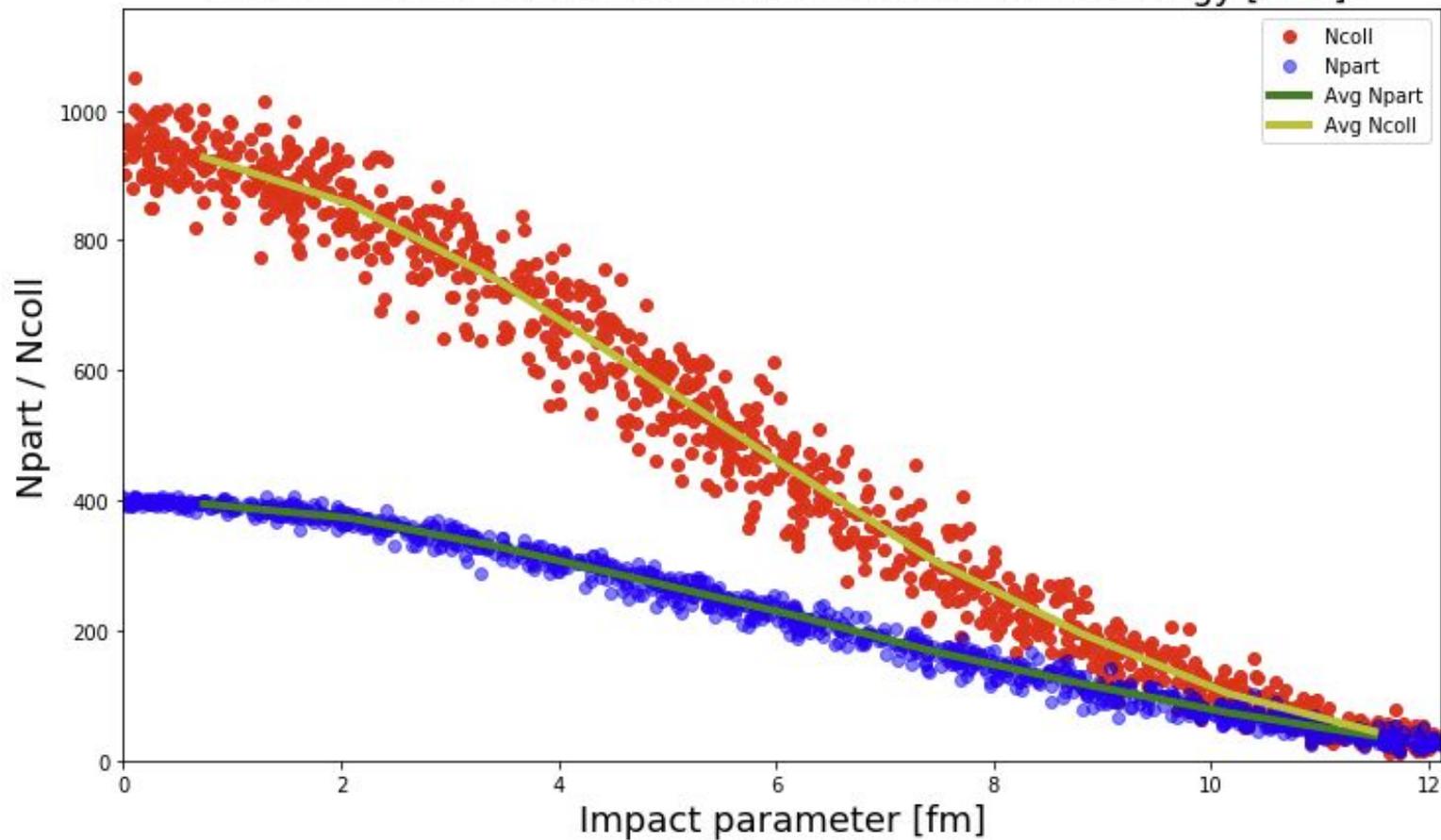
$$\frac{N_{coll}}{N_{part}} \Big| \approx 2.1$$



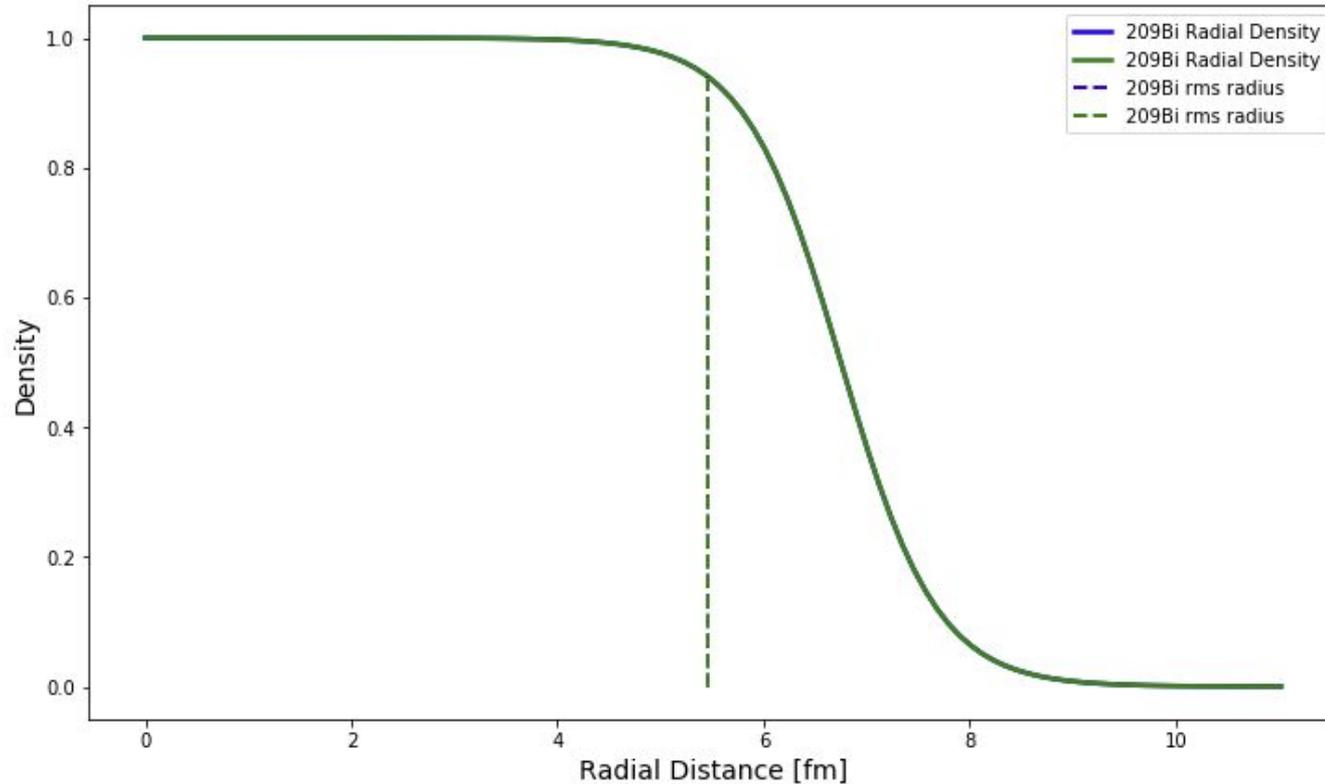
209Bi + 209Bi. 1000 iterations. 9 center-of-mass energy [GeV].



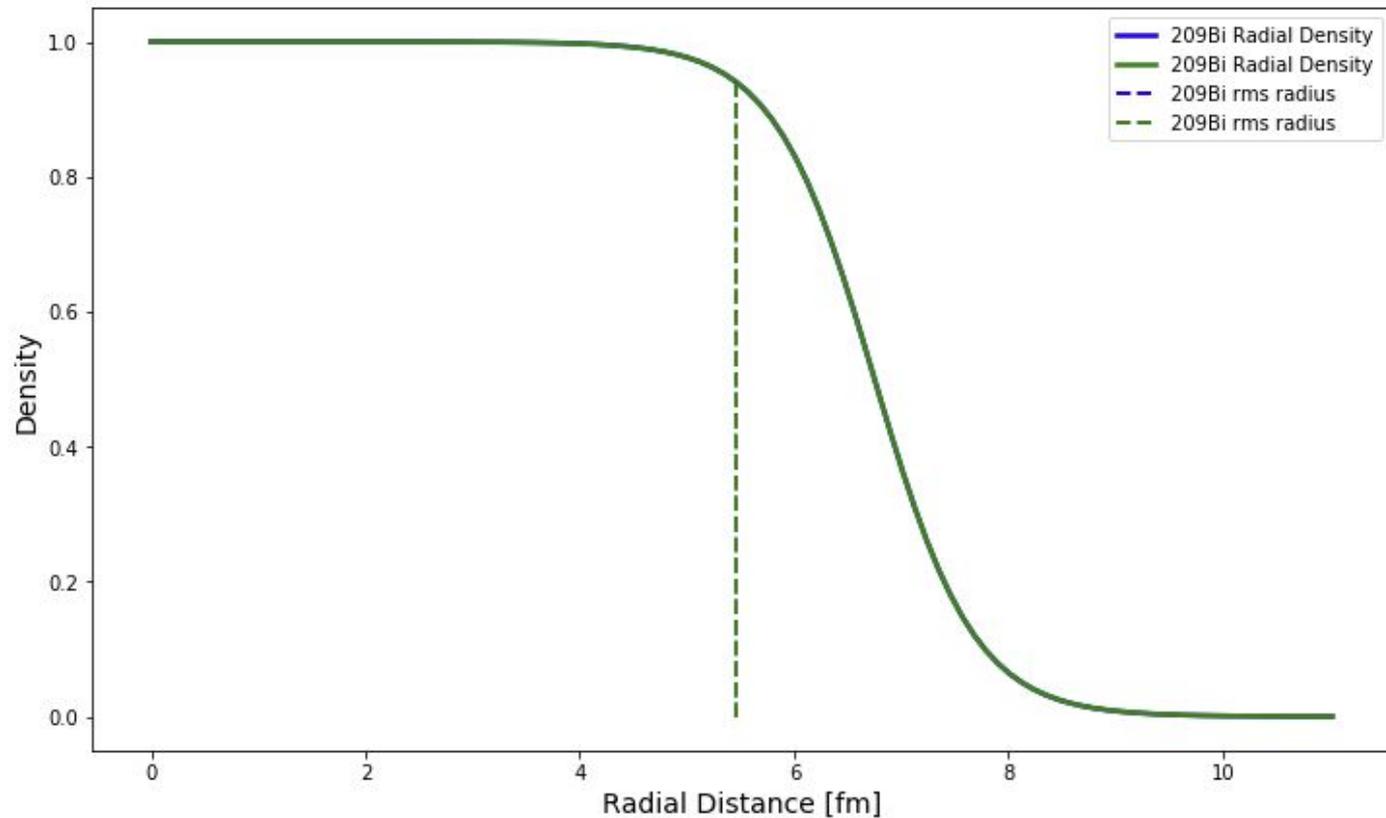
209Bi + 209Bi. 1000 iterations. 11 center-of-mass energy [GeV].



Densidad de carga nuclear para Bi a 9 GeV



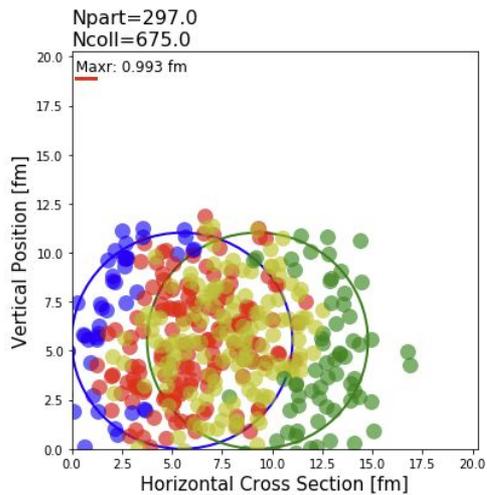
Densidad de carga nuclear para Bi a 11 GeV



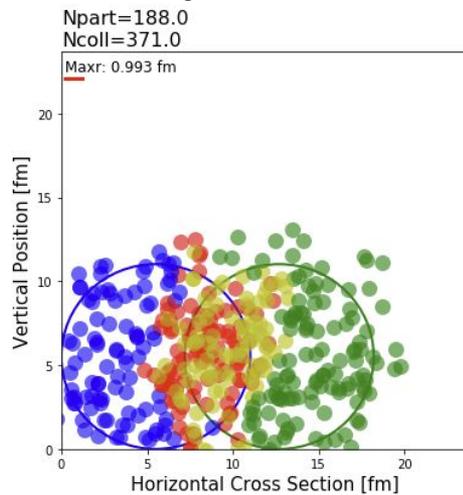
Ahora variando
bRange:

9GeV

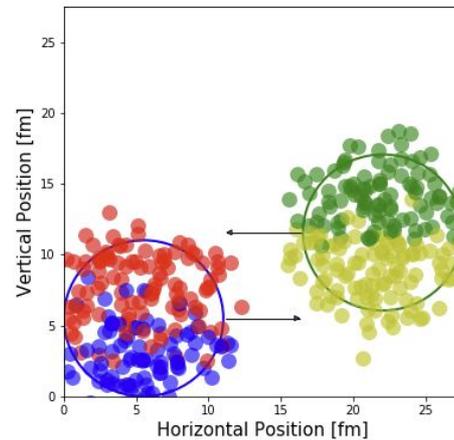
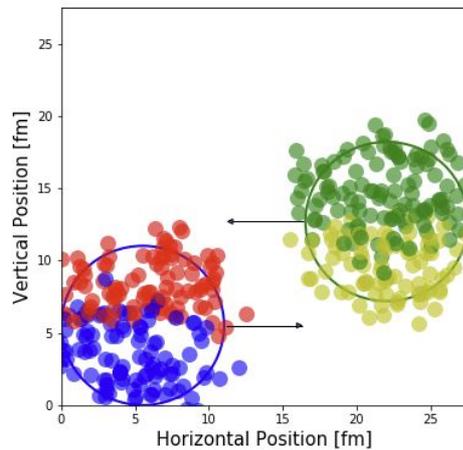
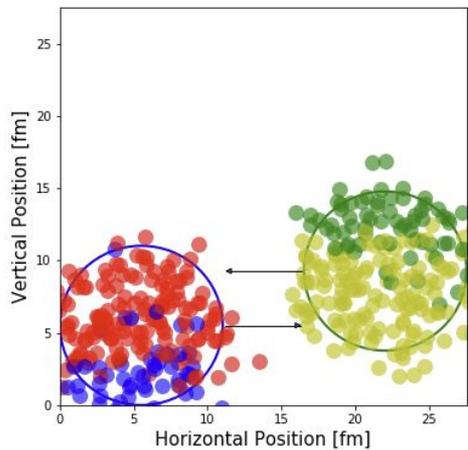
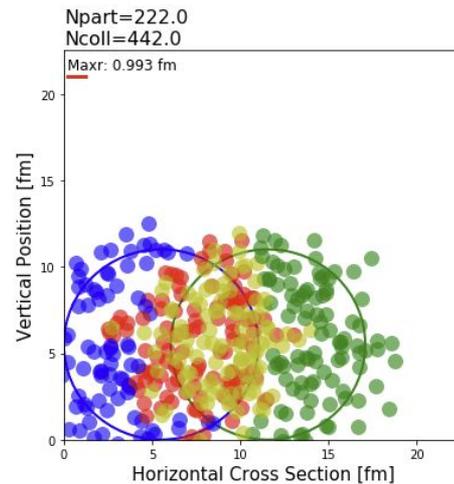
bRange: 0.9



bRange: 1

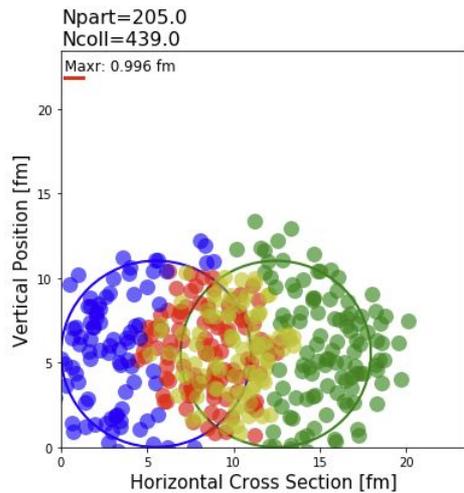


bRange: 1.2

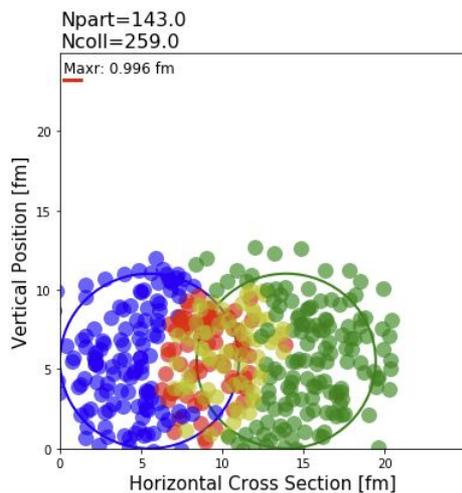


11 GeV

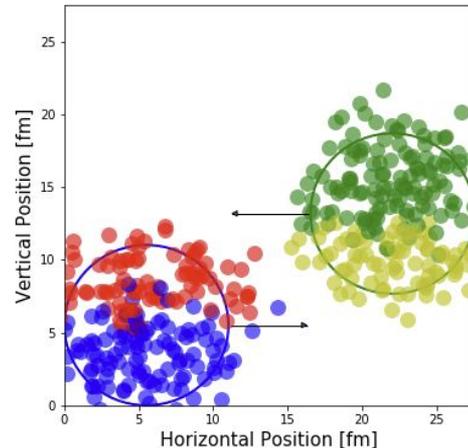
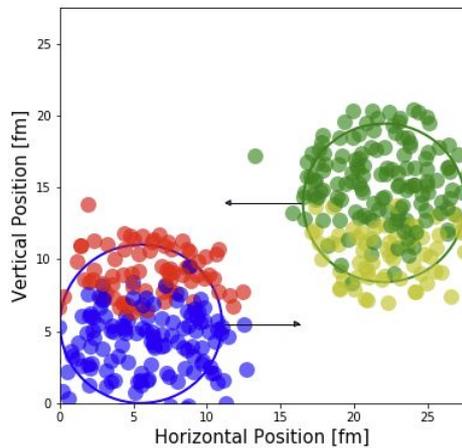
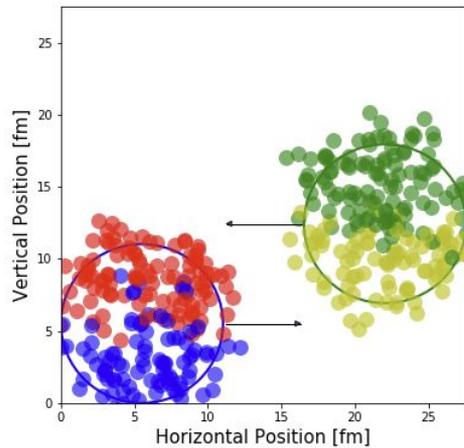
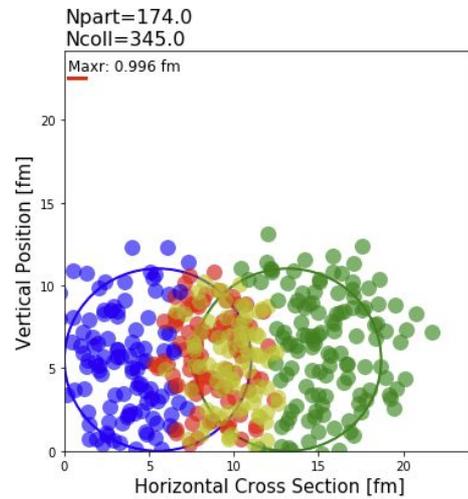
bRange: 0.9



bRange: 1



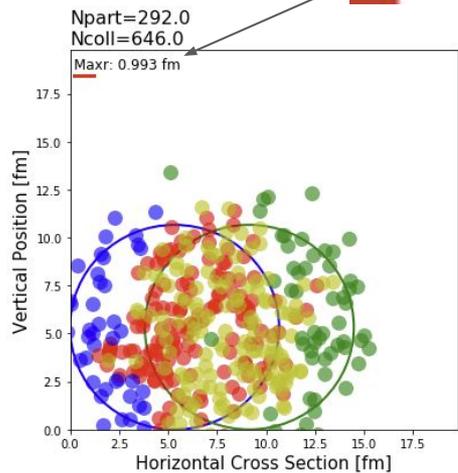
bRange: 1.2



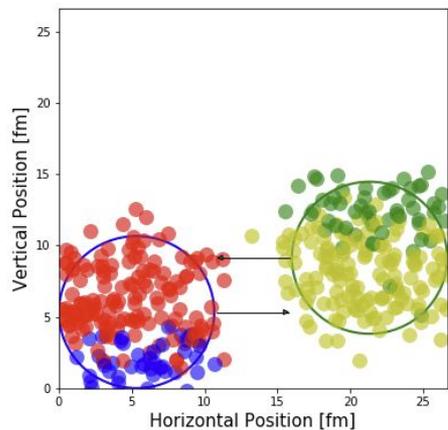
Au+Au variando
energía

9 GeV

Maxr: 0.993 fm

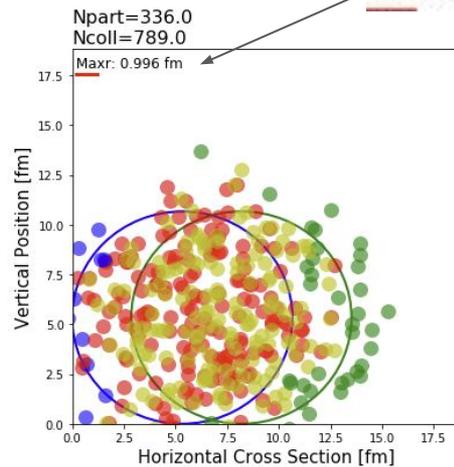


$$\left. \frac{N_{coll}}{N_{part}} \right| \approx 2.2$$

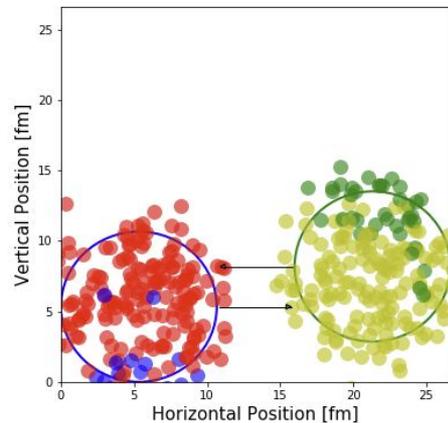


11 GeV

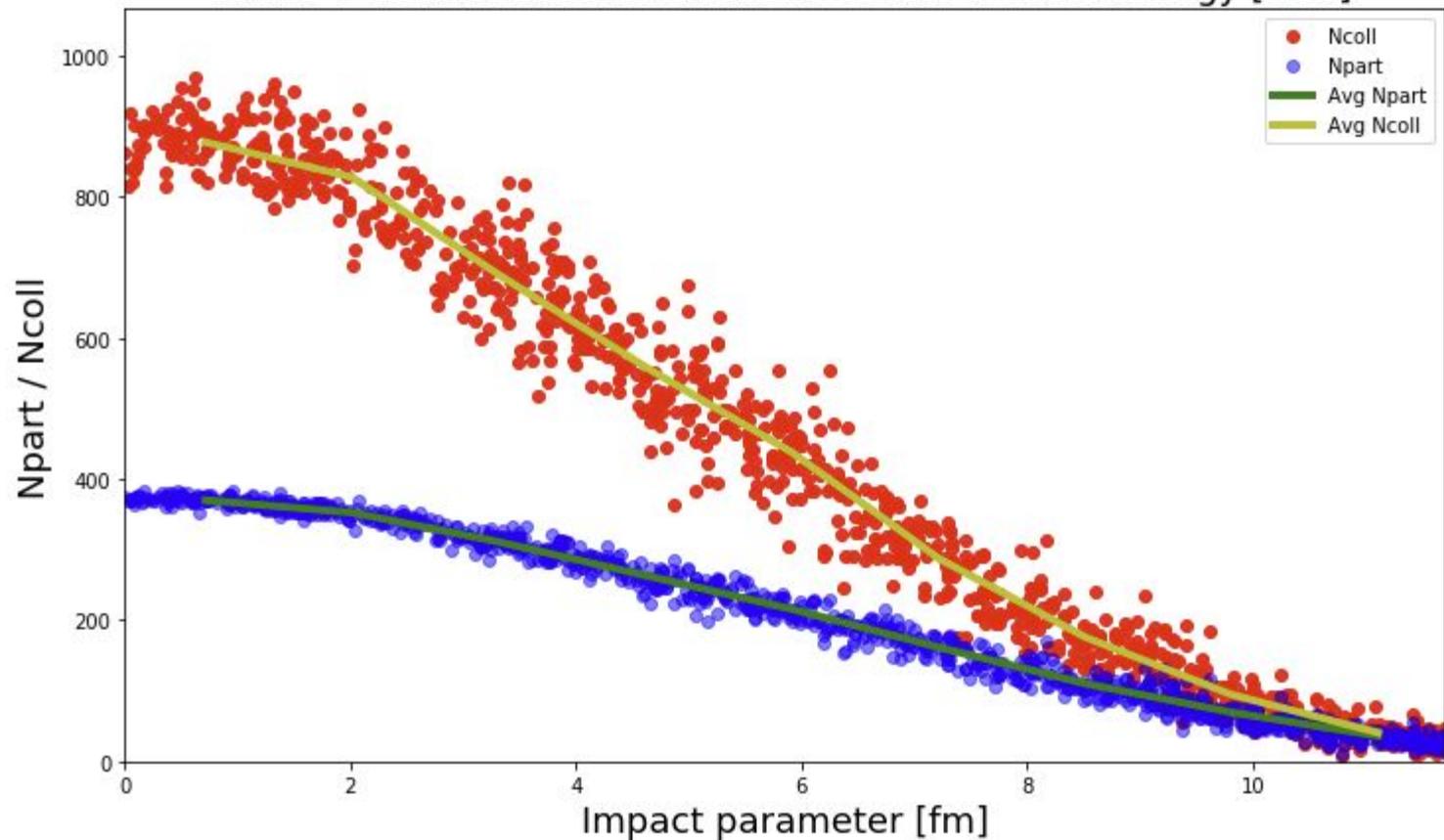
Maxr: 0.996 fm



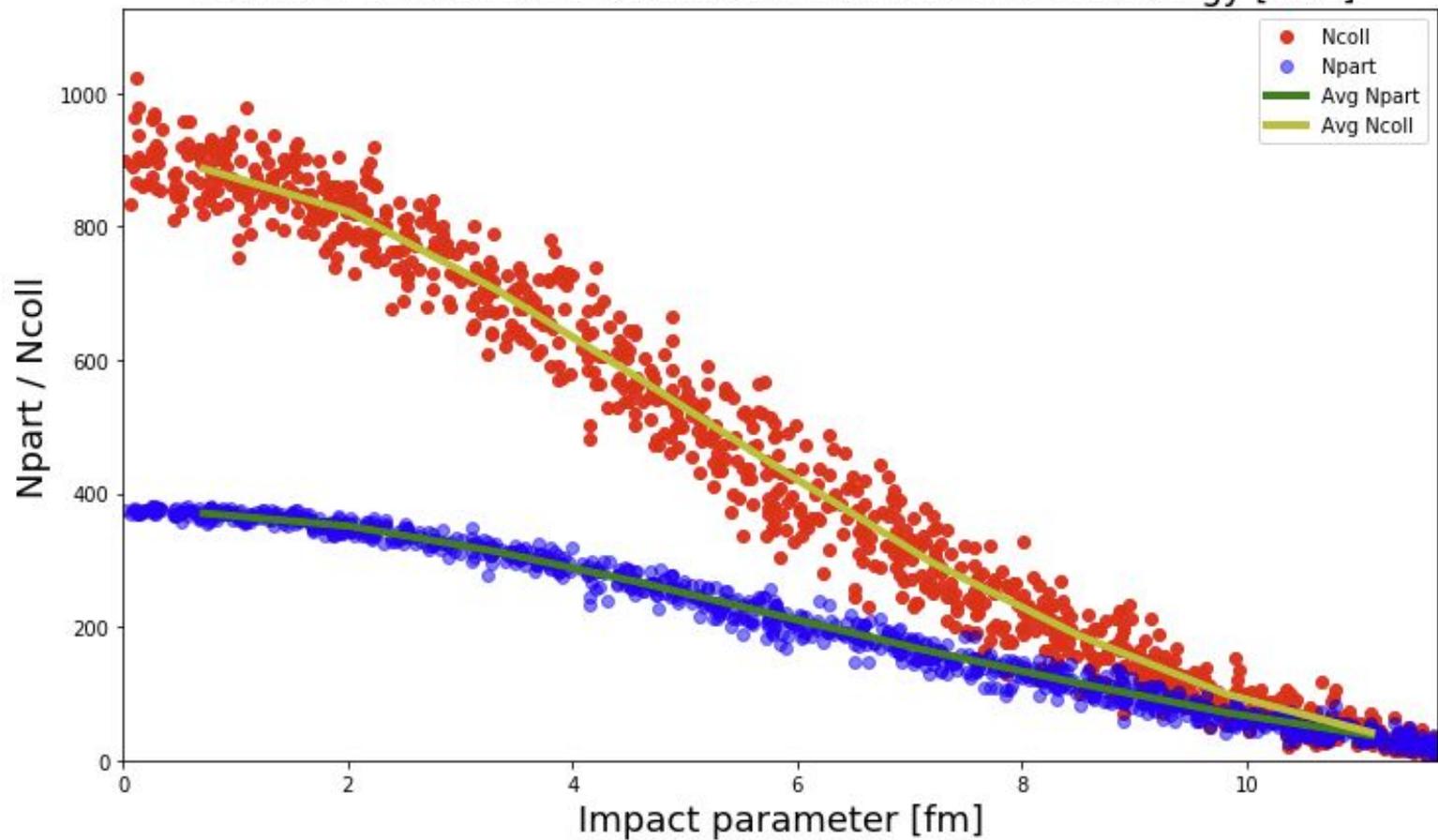
$$\left. \frac{N_{coll}}{N_{part}} \right| \approx 2.3$$



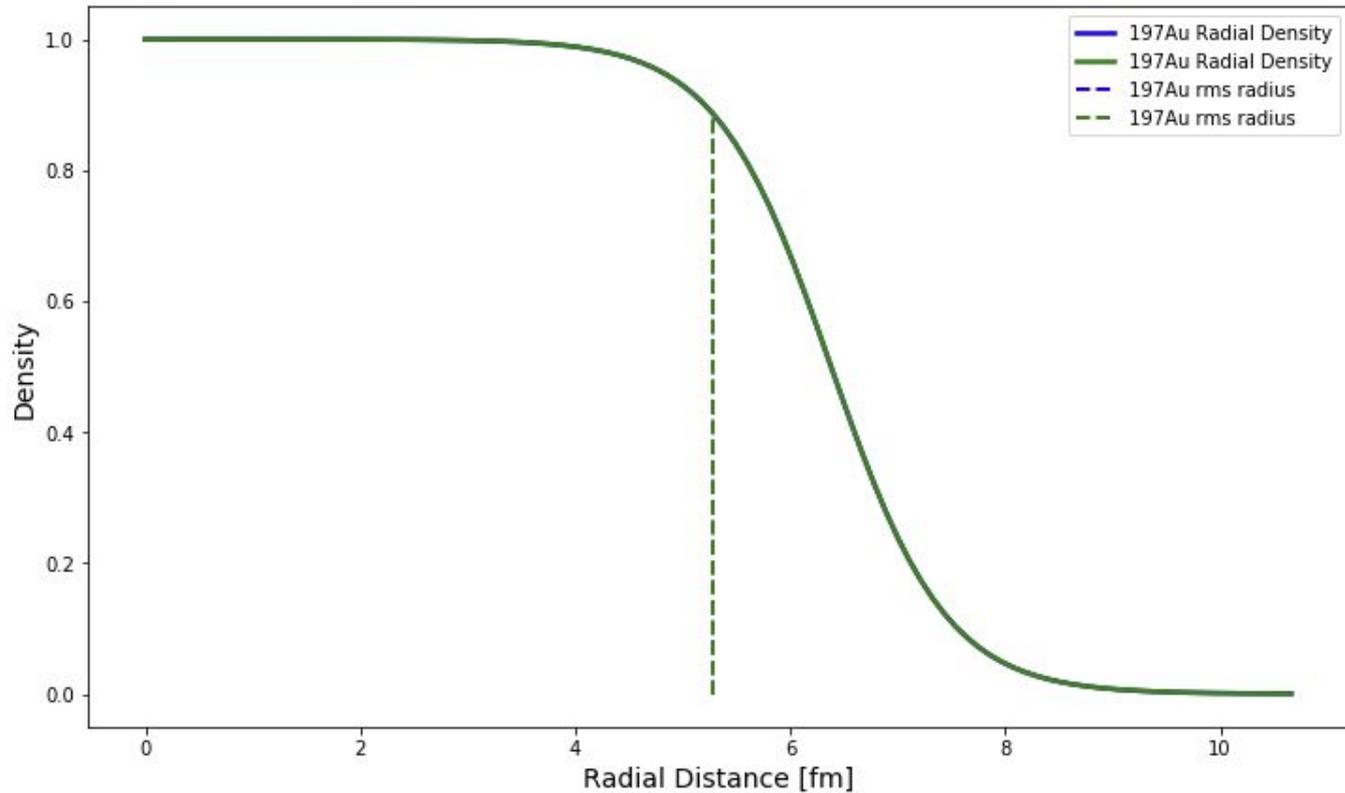
197Au + 197Au. 1000 iterations. 9 center-of-mass energy [GeV].



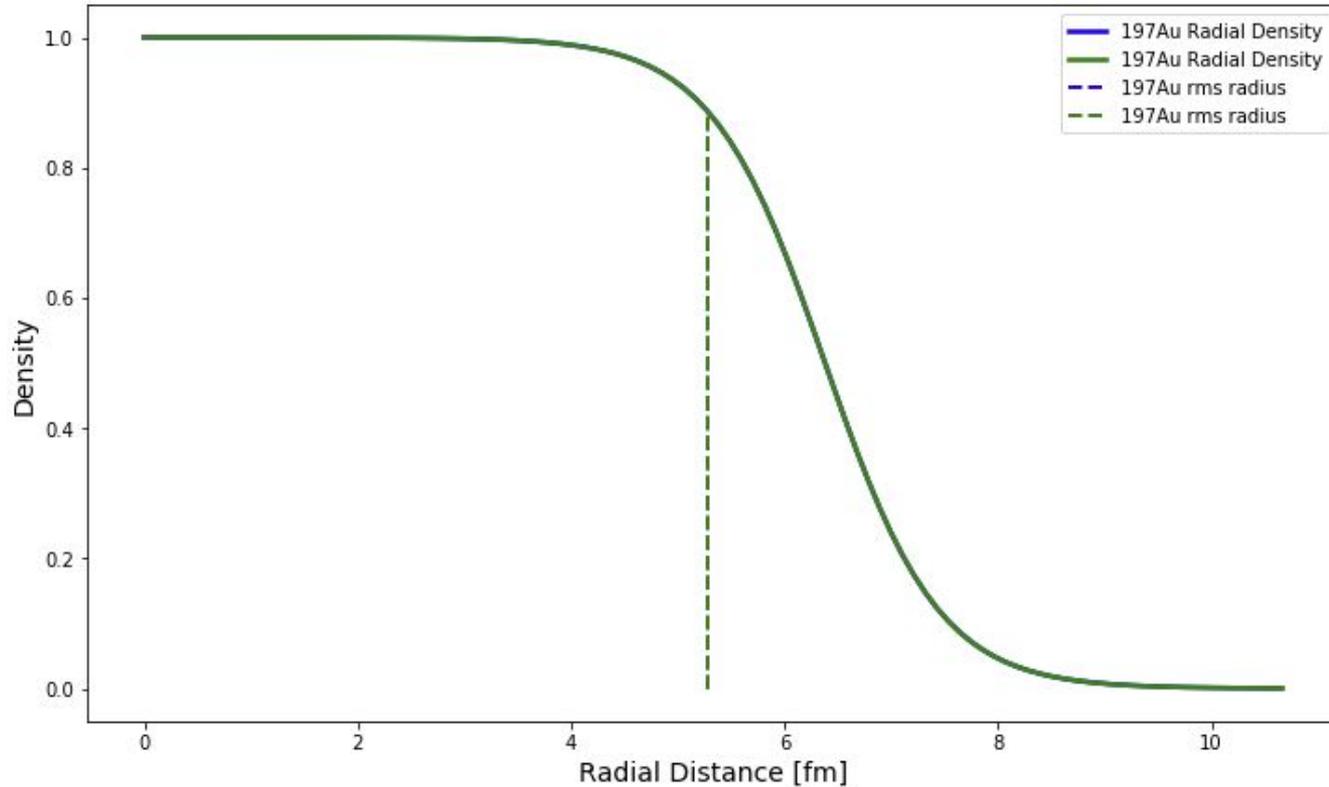
197Au + 197Au. 1000 iterations. 11 center-of-mass energy [GeV].



Densidad de carga nuclear para Au a 9 GeV



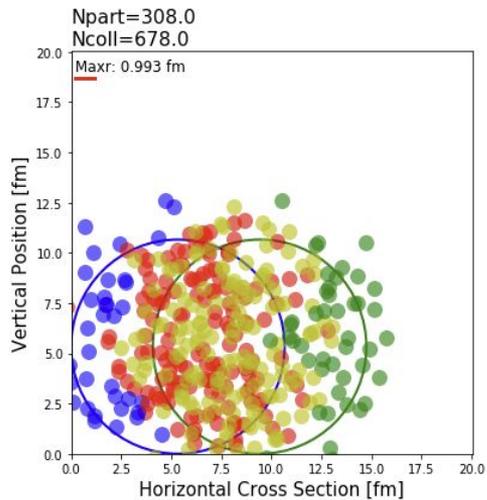
Densidad de carga nuclear para Au a 11 GeV



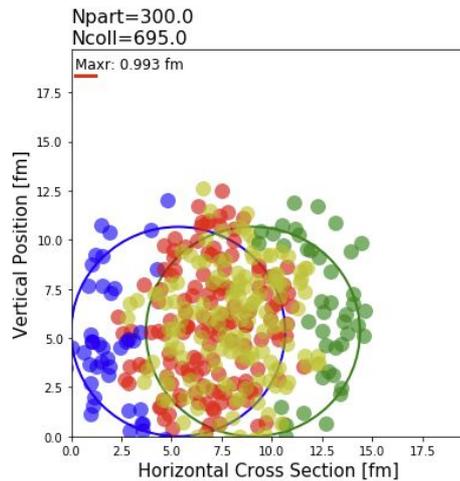
Ahora variando
bRange:

9 GeV

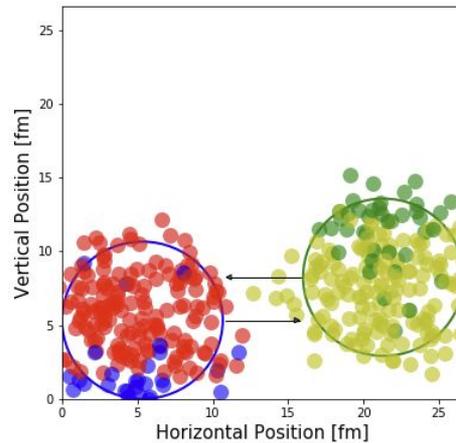
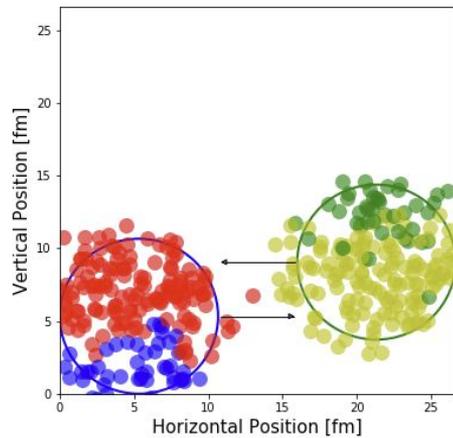
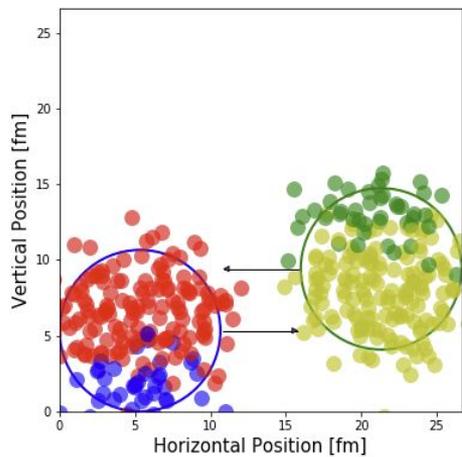
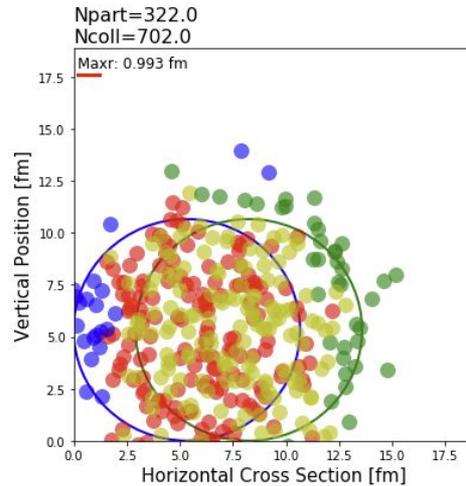
bRange: 0.9



bRange: 1

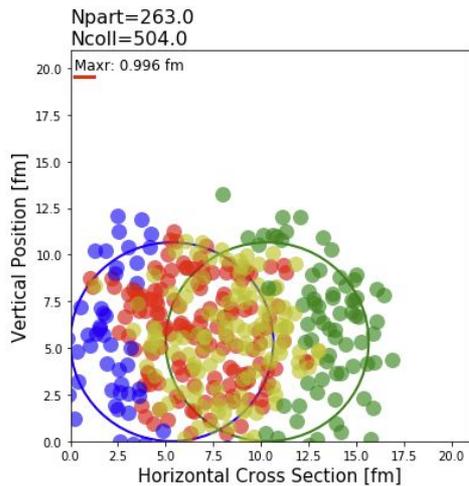


bRange: 1.2

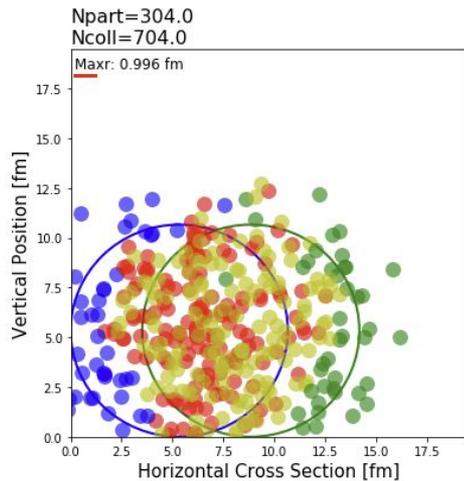


11 GeV

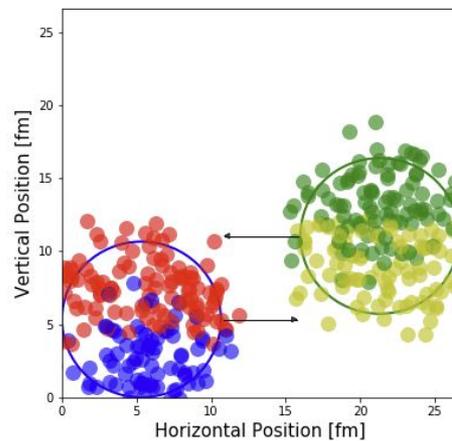
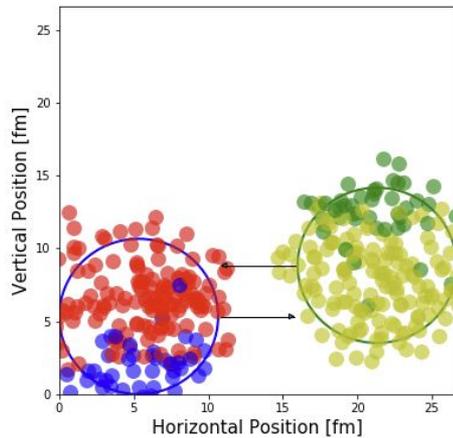
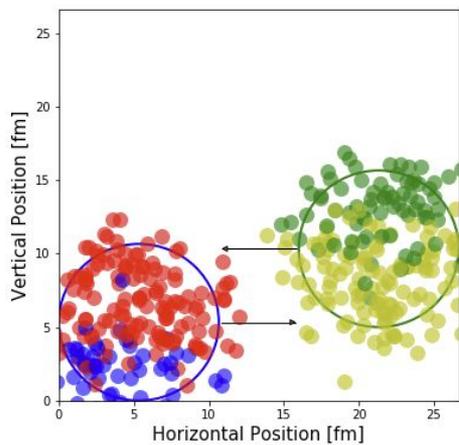
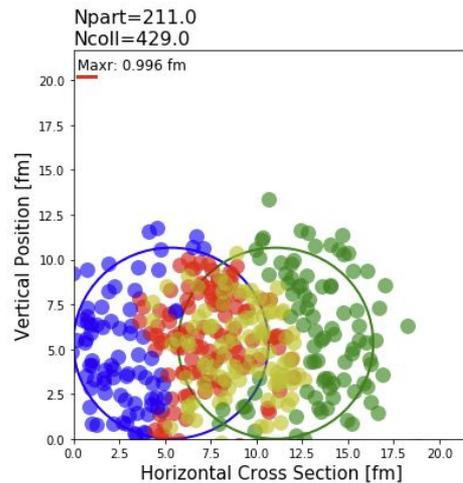
bRange: 0.9



bRange: 1

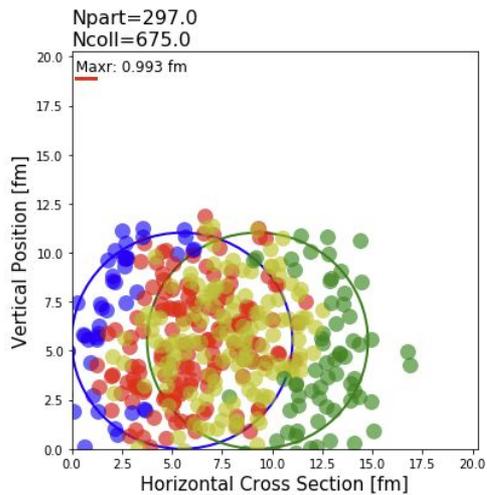


bRange: 1.2

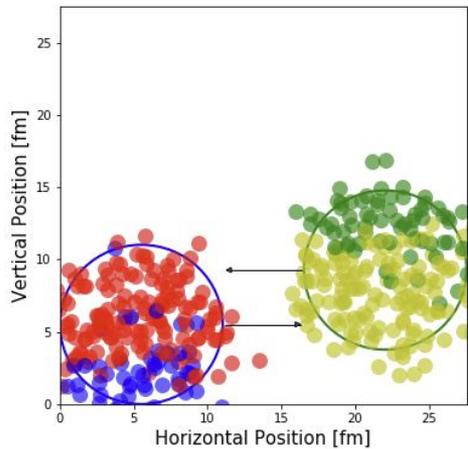


Comparación entre Bi
y Au con los mismos
parámetros

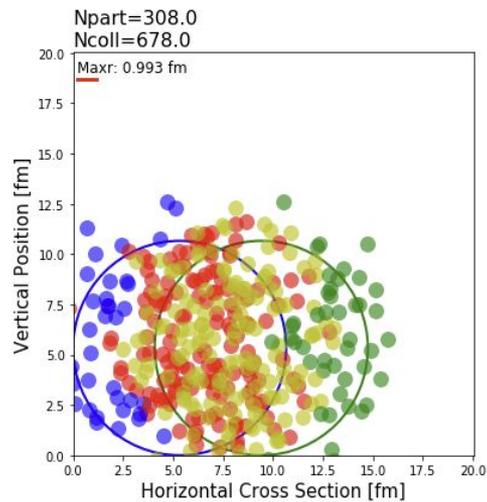
Bi a 9 GeV con bRange 0,9



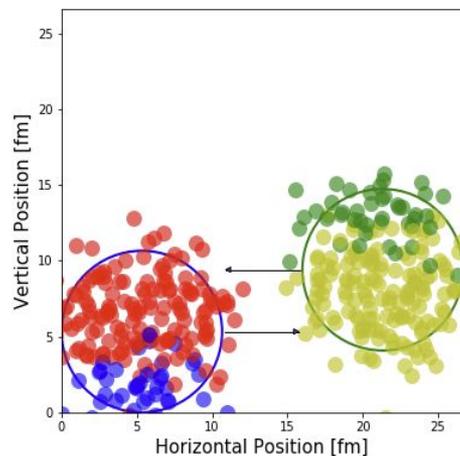
$$\frac{N_{coll}}{N_{part}} \approx 2.3$$



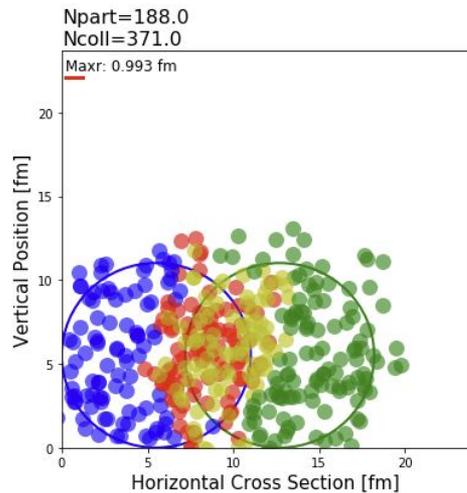
Au a 9 GeV con bRange 0,9



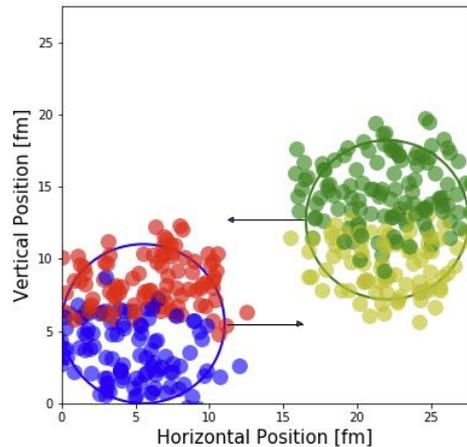
$$\frac{N_{coll}}{N_{part}} \approx 2.2$$



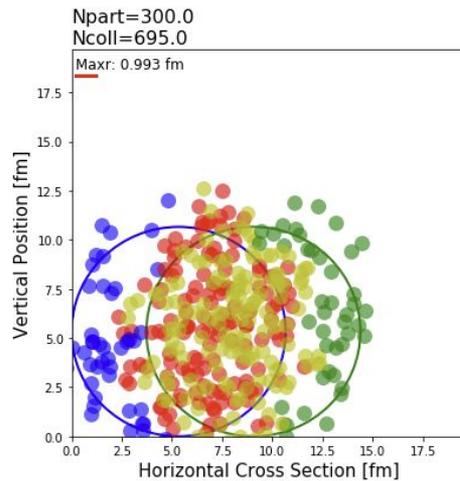
Bi a 9 GeV con bRange 1



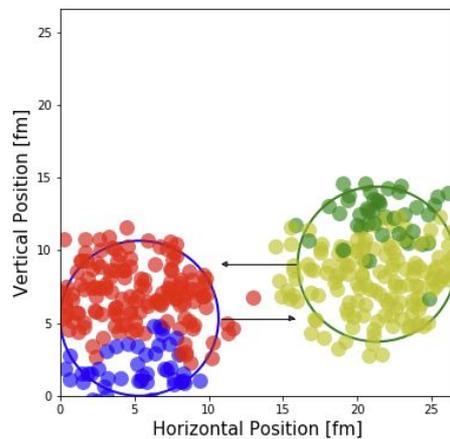
$$\frac{N_{coll}}{N_{part}} \Big| \approx 2 \Big|$$



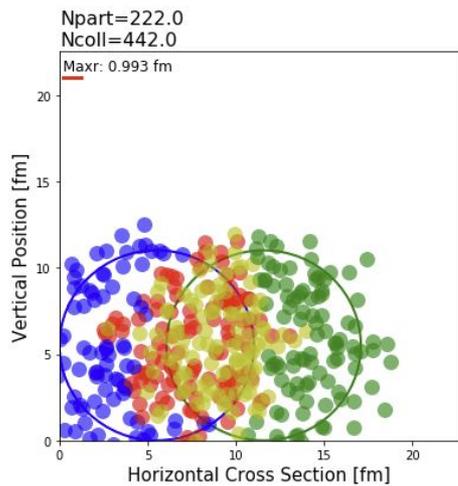
Au a 9 GeV con bRange 1



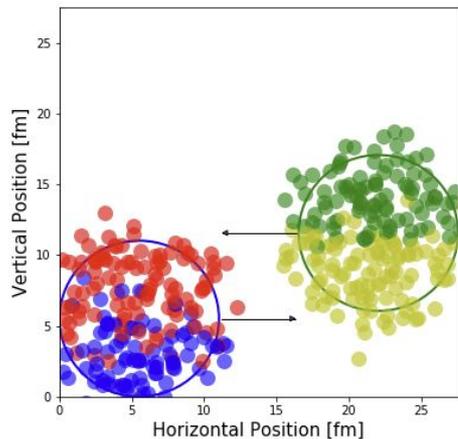
$$\frac{N_{coll}}{N_{part}} \Big| \approx 2.3 \Big|$$



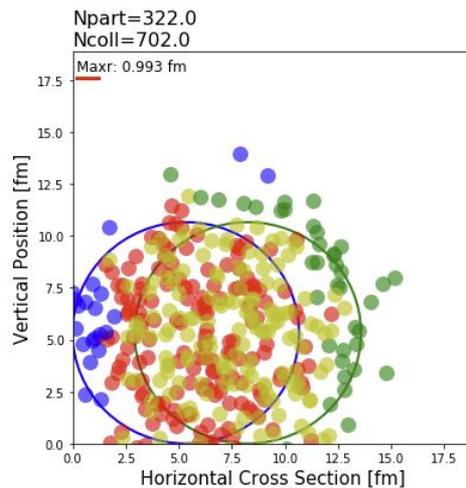
Bi a 9 GeV con bRange 1.2



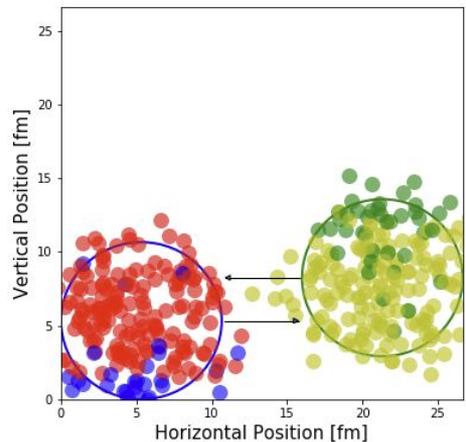
$$\frac{N_{coll}}{N_{part}} \Big| \approx 2$$



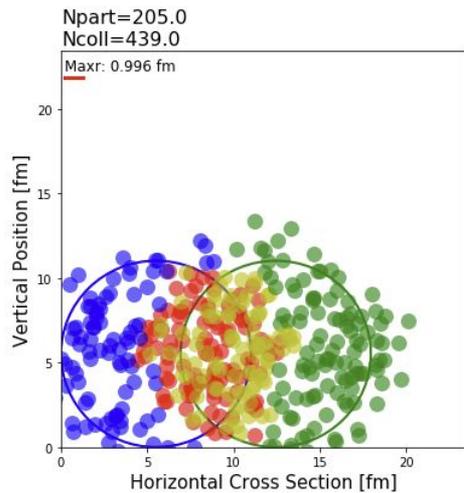
Au a 9 GeV con bRange 1.2



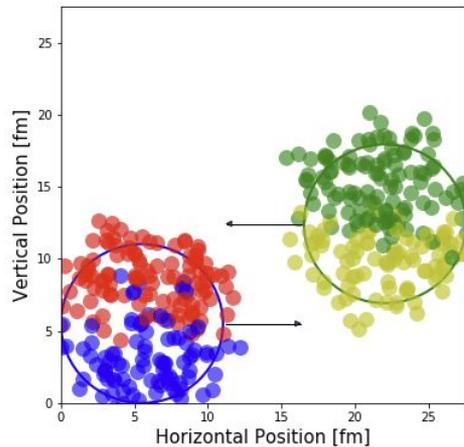
$$\frac{N_{coll}}{N_{part}} \Big| \approx 2.2$$



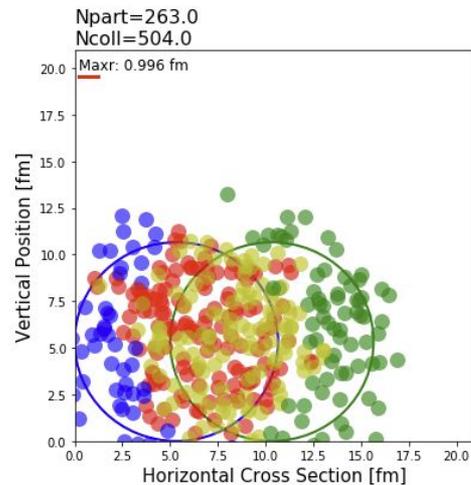
Bi a 11 GeV con bRange 0,9



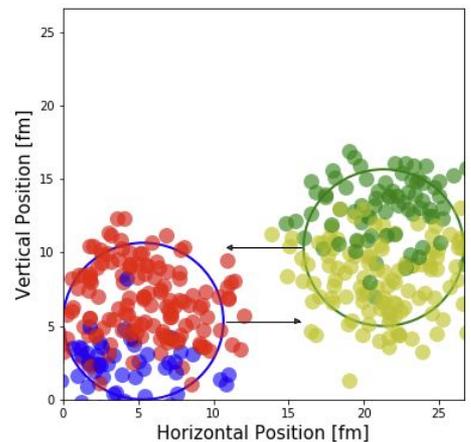
$$\left. \frac{N_{coll}}{N_{part}} \right| \approx 2.1$$



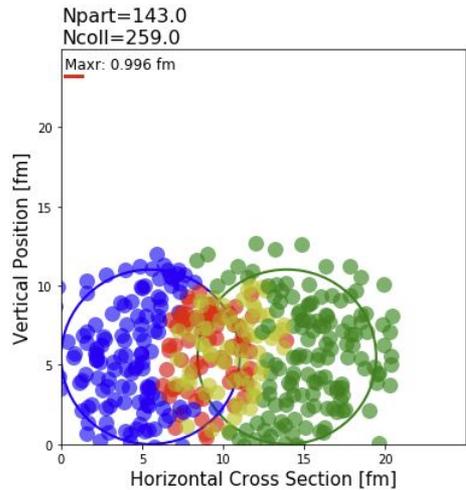
Au a 11 GeV con bRange 0,9



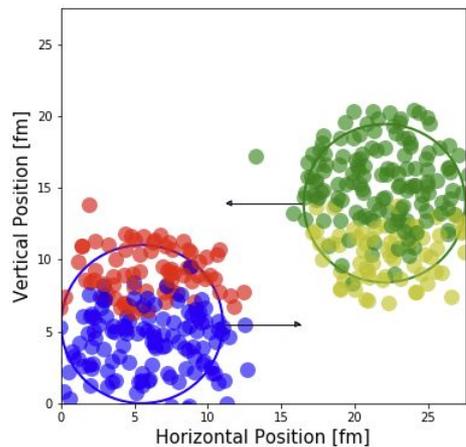
$$\left. \frac{N_{coll}}{N_{part}} \right| \approx 1.9$$



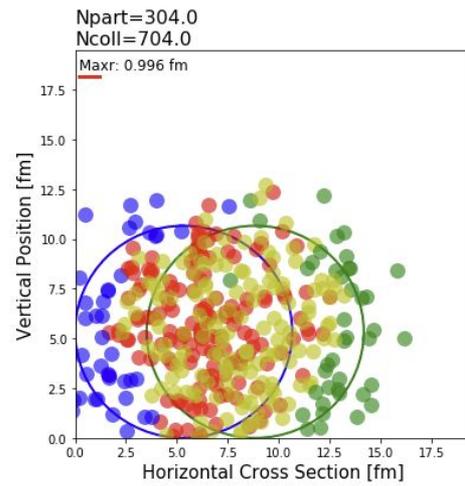
Bi a 11 GeV con bRange 1



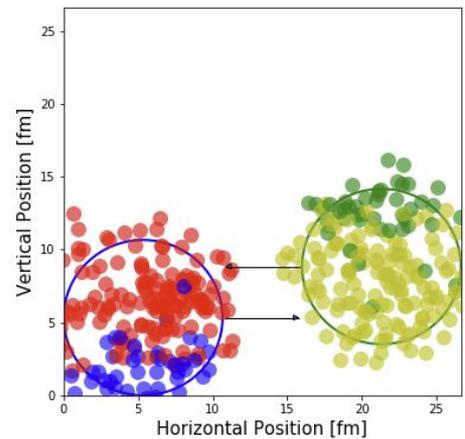
$$\frac{N_{coll}}{N_{part}} \Big| \approx 1.8$$



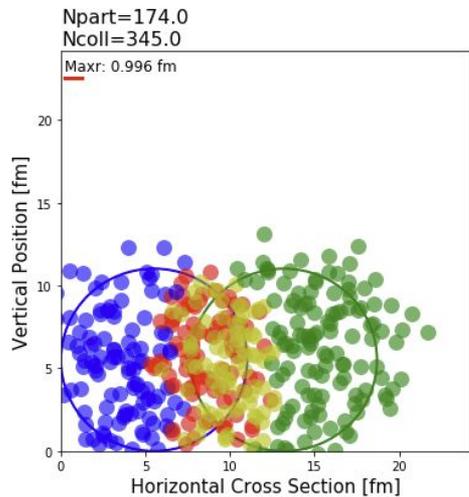
Au a 11 GeV con bRange 1



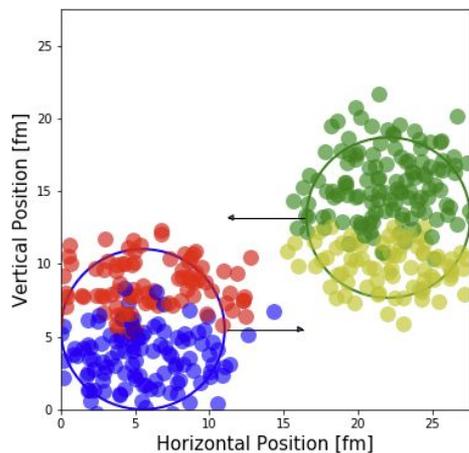
$$\frac{N_{coll}}{N_{part}} \Big| \approx 2.3$$



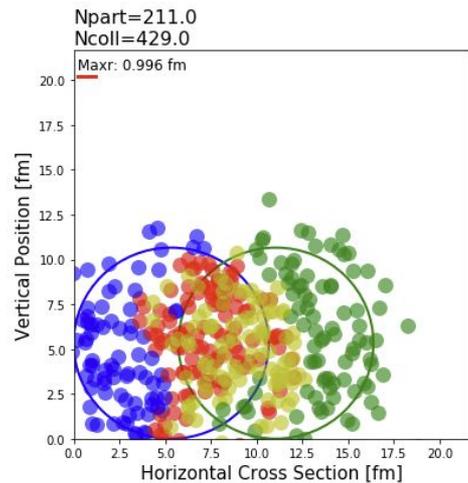
Bi a 11 GeV con bRange 1.2



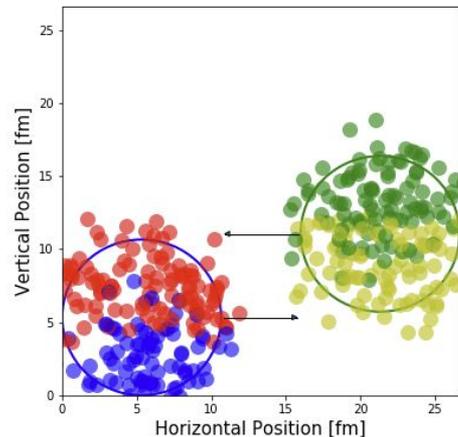
$$\frac{N_{coll}}{N_{part}} \Big| \approx \Big| 2 \Big|$$

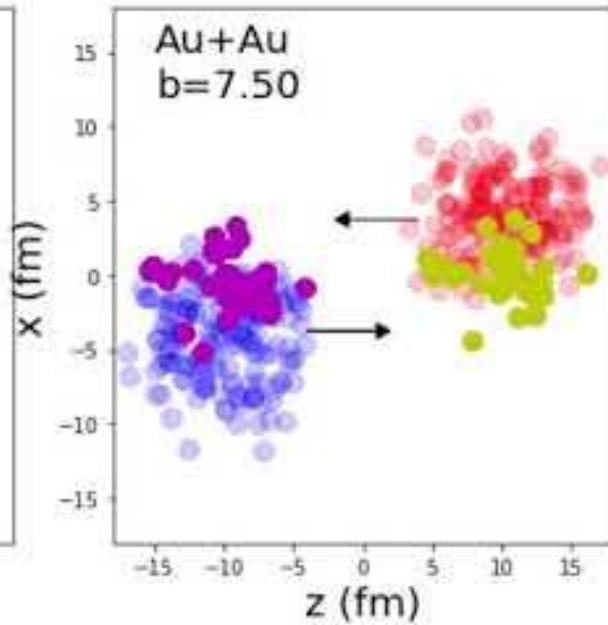
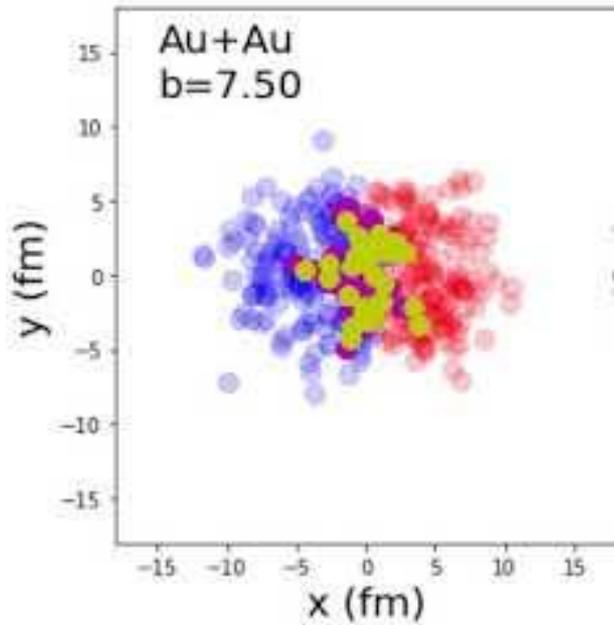


Au a 11 GeV con bRange 1.2



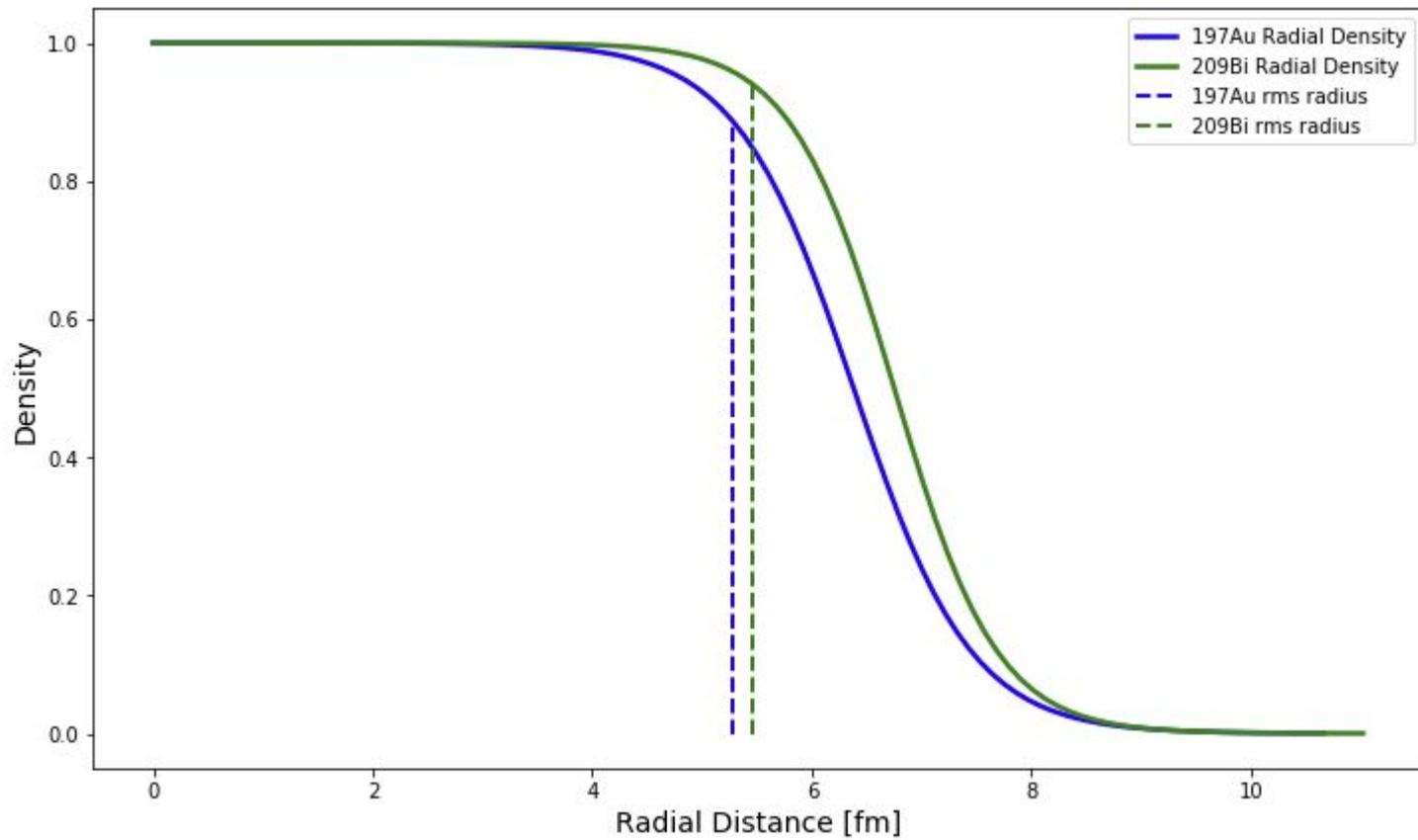
$$\frac{N_{coll}}{N_{part}} \Big| \approx \Big| 2 \Big|$$



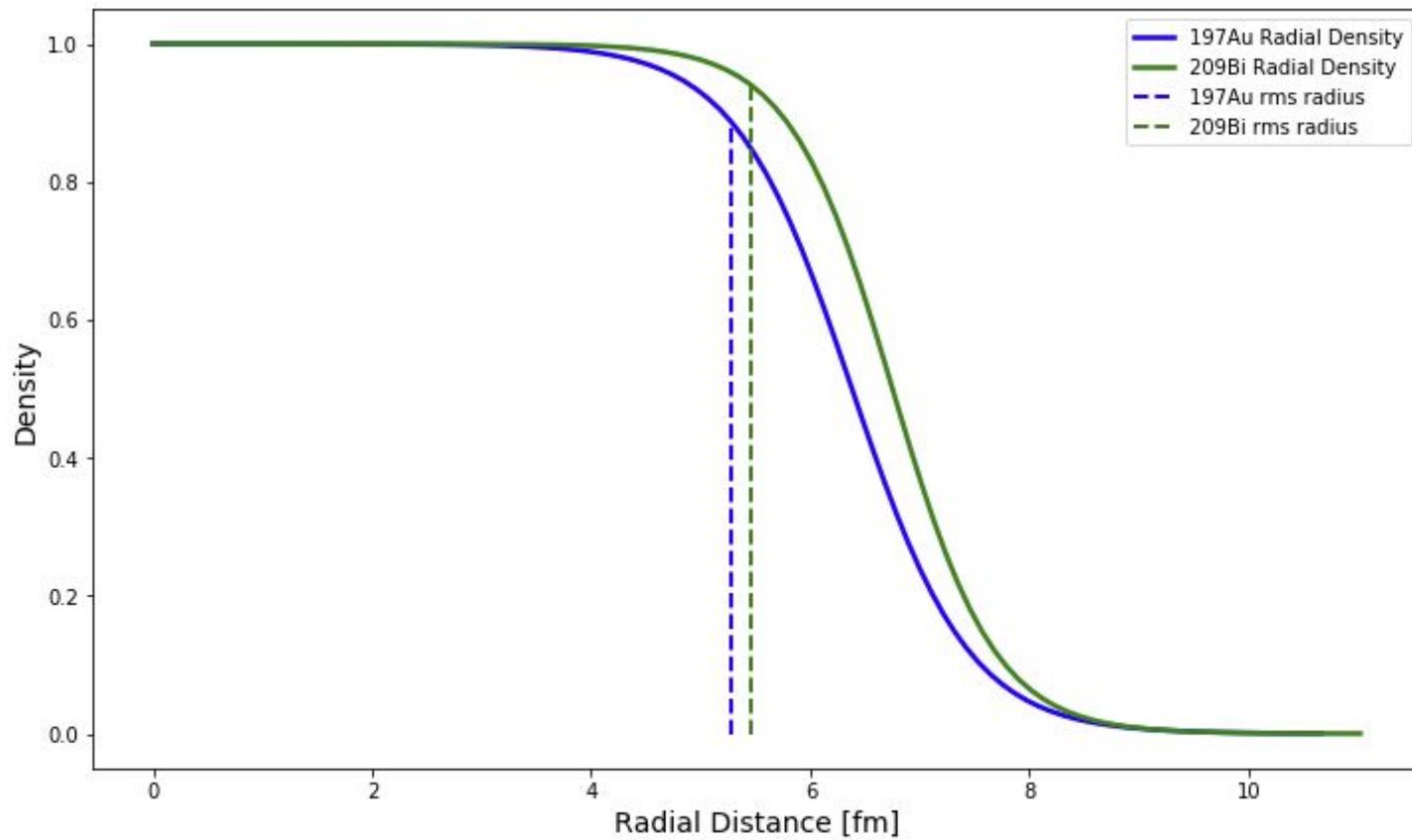


Comparando densidad
de carga nuclear de
Au y Bi

9 GeV



11 GeV



Observaciones

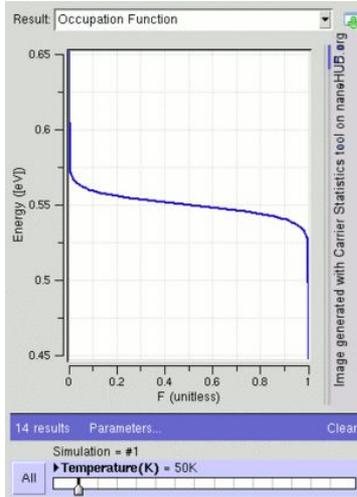
- El radio en el cual dos nucleones interactúan aumenta, aumentando la energía de la partícula. No depende del cambio de b_{Range} el cual es el rango en el cual se puede “dibujar” el parámetro de impacto b .
- Se presenta una variación entre las distribuciones de Au y Bi, en la cual, el Bi presenta una densidad máxima en la mayoría de su distancia radial.
- Los datos con los que se obtuvieron los resultados puede que solo estén para experimentos a 200GeV

Preguntas

Posibles preguntas

Función de Fermi-Dirac

$$F(\varepsilon) = \frac{1}{e^{(\varepsilon-\mu)/k_B T} + 1}$$



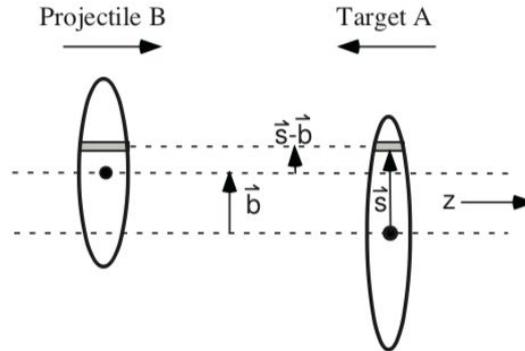
Función de probabilidad
“límite óptico”

$$\hat{T}_A(\mathbf{s}) = \int \hat{\rho}_A(\mathbf{s}, z_A) dz_A$$

Probabilidad para encontrar un nucleón en la sección transversal del flujo del blanco

$$\hat{T}_A(\mathbf{s}) \hat{T}_B(\mathbf{s} - \mathbf{b}) d^2 s$$

Probabilidad conjunta



Al integrar el flujo en todos los valores, nos dá toda el área en donde dos nucleones pueden colisionar.

$$\hat{T}_{AB}(\mathbf{b}) = \int \hat{T}_A(\mathbf{s}) \hat{T}_B(\mathbf{s} - \mathbf{b}) d^2 s.$$

La probabilidad de que colisionen es:

$$\hat{T}(\mathbf{b}) \sigma_{\text{inel}}^{\text{NN}}$$

Luego, la probabilidad de tener n interacciones de este tipo entre ambos núcleos es:

$$P(n, \mathbf{b}) = \binom{AB}{n} [\hat{T}_{AB}(\mathbf{b}) \sigma_{\text{inel}}^{\text{NN}}]^n [1 - \hat{T}_{AB}(\mathbf{b}) \sigma_{\text{inel}}^{\text{NN}}]^{AB-n}$$

Donde se consideran las combinaciones para encontrar n colisiones de entre todas las interacciones entre nucleones.

Posibles preguntas

Función uniforme para b

Se utiliza la función `np.random.random_sample`

```
(b - a) * random_sample() + a
```

En el código:

```
*bRange*np.random.random_sample(N)
```

Arroja valores aleatorios restringidos por un intervalo, de manera que:

$Unif[a, b], b > a$

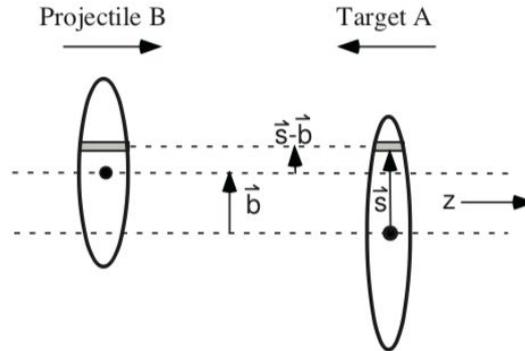
Función de probabilidad “límite óptico”

$$\hat{T}_A(\mathbf{s}) = \int \hat{\rho}_A(\mathbf{s}, z_A) dz_A$$

Probabilidad para encontrar un nucleón en la sección transversal del flujo del blanco

$$\hat{T}_A(\mathbf{s}) \hat{T}_B(\mathbf{s} - \mathbf{b}) d^2 s$$

Probabilidad conjunta



Al integrar el flujo en todos los valores, nos dá toda el área en donde dos nucleones pueden colisionar.

$$\hat{T}_{AB}(\mathbf{b}) = \int \hat{T}_A(\mathbf{s}) \hat{T}_B(\mathbf{s} - \mathbf{b}) d^2 s.$$

La probabilidad de que colisionen es:

$$\hat{T}(\mathbf{b}) \sigma_{\text{inel}}^{\text{NN}}$$

Luego, la probabilidad de tener n interacciones de este tipo entre ambos núcleos es:

$$P(n, \mathbf{b}) = \binom{AB}{n} [\hat{T}_{AB}(\mathbf{b}) \sigma_{\text{inel}}^{\text{NN}}]^n [1 - \hat{T}_{AB}(\mathbf{b}) \sigma_{\text{inel}}^{\text{NN}}]^{AB-n}$$

Donde se consideran las combinaciones para encontrar n colisiones de entre todas las interacciones entre nucleones.

Referencias

- C. Loizides, J. Nagle, P. Steinberg. (Enero 14,2019). "Improved version of the PHOBOS Glauber Monte Carlo".
- Michael L. Miller, Klaus Reygers, Stephen J. Sanders, Peter Steinberg. (Enero 17, 2007). "Glauber Modeling in High Energy Nuclear Collisions".
- M. Nastasi, J.W Mayer. (2006). Cross-Section. En "Ion Implantation and Synthesis of Materials(39-42)". Berlin, Germany: Springer.
- "ENDF/B-VII Incident-Neutron Data". T2.lanl.gov. 2007-07-15. Retrieved 2011-11-08. ^
- DOE Fundamentals Handbook, Nuclear Physics and Reactor Theory, DOE-HDBK-1019/1-93 "Archived copy" (PDF). Archived from the original(PDF) on 2014-03-19. Retrieved 2010-06-03..
- R. W. Bauer, J. D. Anderson, S. M. Grimes, V. A. Madsen, Application of Simple Ramsauer Model to Neutron Total Cross Sections, <http://www.osti.gov/bridge/servlets/purl/641282-MK9s2L/webviewable/641282.pdf>
- JANIS software, <http://www.oecd-nea.org/janis/>