



Solución de la ecuación de gap del modelo de Nambu-Jona-Lasinio por el método de iteraciones

Angelo Martínez

Instituto de Física y Matemáticas, UMSNH

Dr. Alfredo Raya Montaña

Instituto de Física y Matemáticas, UMSNH



Contenido:

- × *Introducción*
- × *Ecuación de gap del modelo de Nambu-Jona-Lasinio*
- × *Regularizaciones*
- × *Iteraciones*
- × *Resultados para las diferentes regularizaciones*
- × *Conclusiones*

Introducción

El modelo de Nambu-Jona-Lasinio (NJL) es un modelo efectivo de QCD a bajas energías cuyas principales características son:

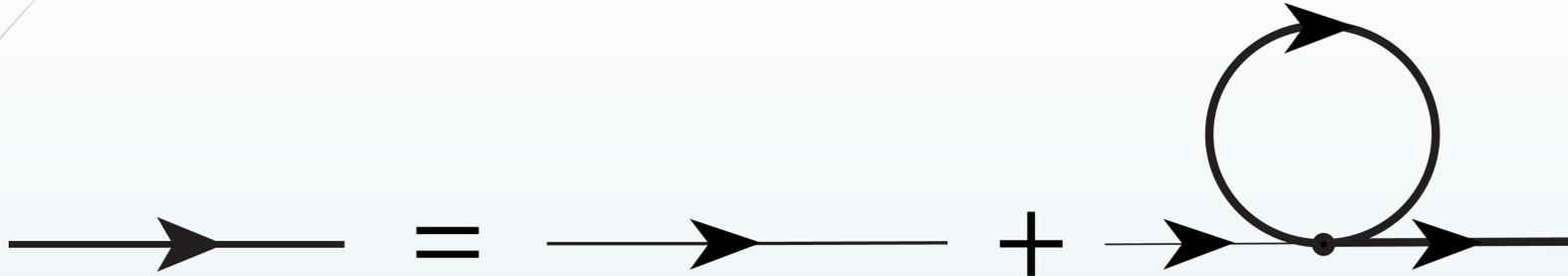
- × Presenta generación dinámica de masa.
- × No contempla confinamiento.
- × Debido a que se descubrió la existencia de los quarks, el modelo fue reinterpretado como un modelo efectivo de interacciones entre quarks.

El lagrangiano del modelo NJL tiene la siguiente estructura:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\cancel{D} - m_q)\psi + G \left\{ (\bar{\psi}\psi)^2 + (\bar{\psi}i\gamma^5\vec{\tau}\psi)^2 \right\}$$

Ecuación de gap del modelo NJL

Utilizando las ecuaciones de Schwinger-Dyson para la auto-energía:



Llegamos a la ecuación de gap para el modelo NJL:

$$m = m_q - 2G \langle \bar{\psi}\psi \rangle$$

$\langle \bar{\psi}\psi \rangle$ es el condensado quiral, definido como:

$$\langle \bar{\psi}\psi \rangle = - \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Tr}[iS(k)]$$

Regularizaciones

- × Debido a que el modelo de NJL no es renormalizable, es necesario aplicar un método de regularización para que las integrales converjan.
- × Existen muchos métodos de regularización en la literatura. En este trabajo tomamos unos cuantos de los más utilizados:
 - × Regularización por corte en el 3-momento (corte 3D).
 - × Regularización por corte en el 4-momento (corte 4D).
 - × Regularización de Pauli-Villars.
 - × Regularización de tiempo propio.
- × Aplicando estos esquemas de regularización a la ecuación de gap del modelo de NJL obtenemos.

Regularizaciones

Tomando el límite quiral, $m_q = 0$, la ecuación de gap para los diferentes esquemas de regularización toma la forma:

Corte 3D

$$m = \frac{GN_f N_c}{\pi^2} m \left[\Lambda_{3D} \sqrt{\Lambda_{3D}^2 + m^2} - m^2 \ln \left(\frac{\Lambda_{3D} + \sqrt{\Lambda_{3D}^2 + m^2}}{m} \right) \right]$$

Corte 4D

$$m = \frac{GN_f N_c}{2\pi^2} m \left[\Lambda_{4D}^2 - m^2 \ln \left(\frac{\Lambda_{4D}^2 + m^2}{m^2} \right) \right]$$

Pauli-Villars

$$m = \frac{GN_f N_c}{2\pi^2} m \left[\Lambda_{PV}^2 - m^2 + m^2 \ln \left[\frac{m^2}{\Lambda_{PV}^2} \right] \right]$$

Tiempo propio

$$m = \frac{GN_f N_c}{2\pi^2} m \int_{\Lambda_{TP}}^{\infty} ds \frac{e^{-m^2 s}}{s^2}$$

Regularizaciones

Haciendo la sustitución $M = \frac{m}{\Lambda}$ para las regularizaciones en corte 3D, 4D y Pauli-Villars llegamos a las versiones adimensionales de la ecuación de gap

Regularización en corte 3D

$$M = G' M \left\{ \sqrt{1 + M^2} - M^2 \ln \left[\frac{1 + \sqrt{1 + M^2}}{M^2} \right] \right\}$$

Regularización en corte 4D

$$M = G' M \{ 1 - M^2 \ln [1 + M^{-2}] \}$$

Regularización de Pauli-Villars

$$M = G' M \{ 1 - M^2 + M^2 \ln [M^2] \}$$

Con $G' = \frac{N_f N_c}{\pi^2} G \Lambda^2$ para corte 3D y $G' = \frac{N_f N_c}{2\pi^2} G \Lambda^2$ para corte 4D y Pauli-Villars.

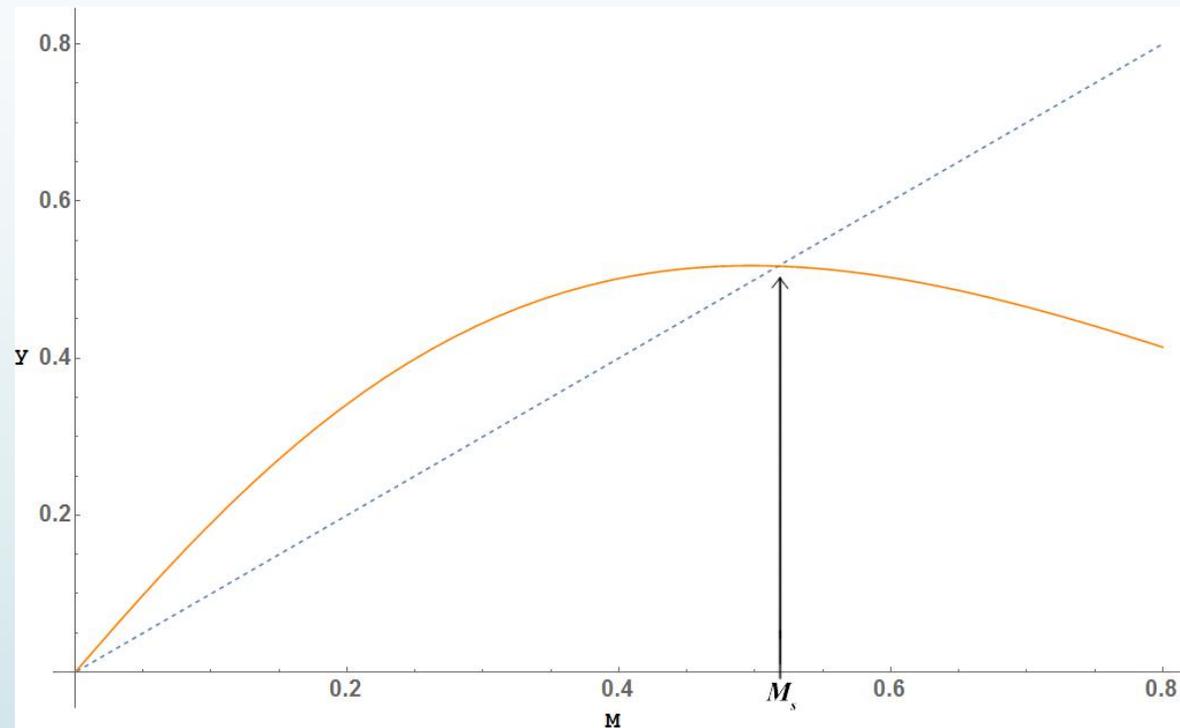
Para regularización en tiempo propio hacemos $M^2 = m^2 \Lambda$ y $s = \tau \Lambda$

$$M = G' M \int_1^\infty d\tau \frac{e^{-M^2 \tau}}{\tau^2}$$

con $G' = \frac{N_f N_c G}{2\pi^2 \Lambda}$

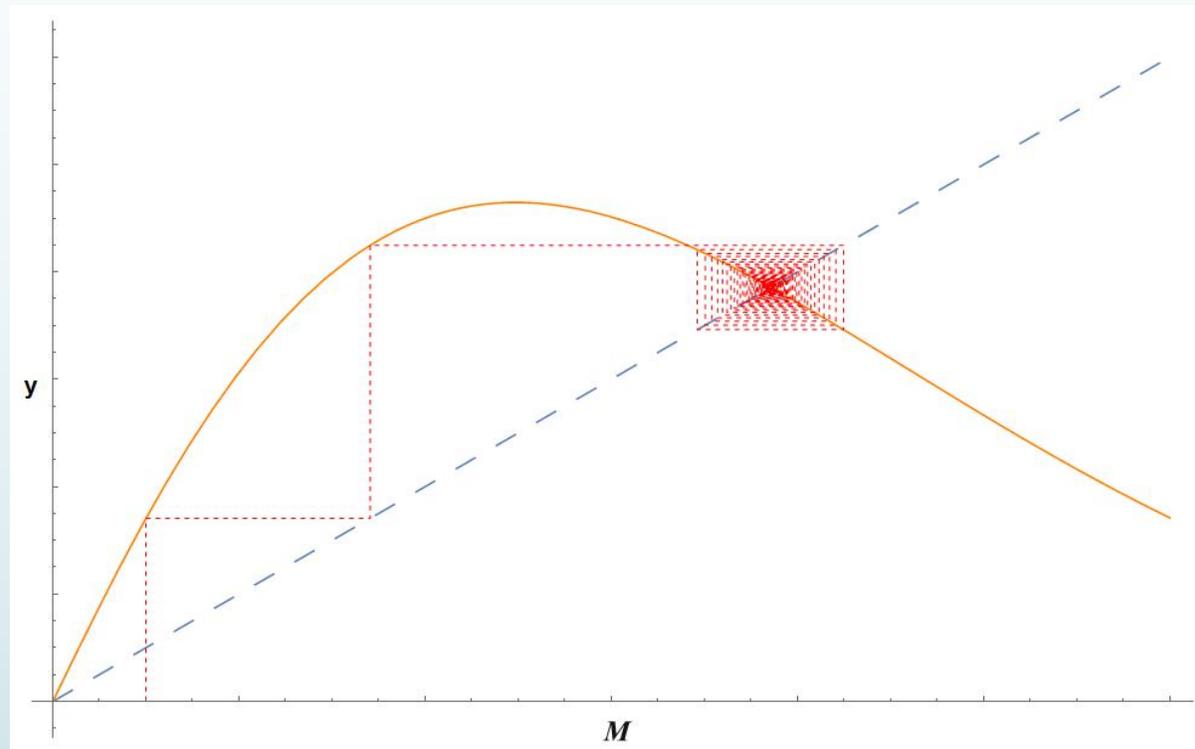
Iteraciones

Graficando el lado derecho e izquierdo de la ecuación de gap de manera independiente, obtenemos:



Iteraciones

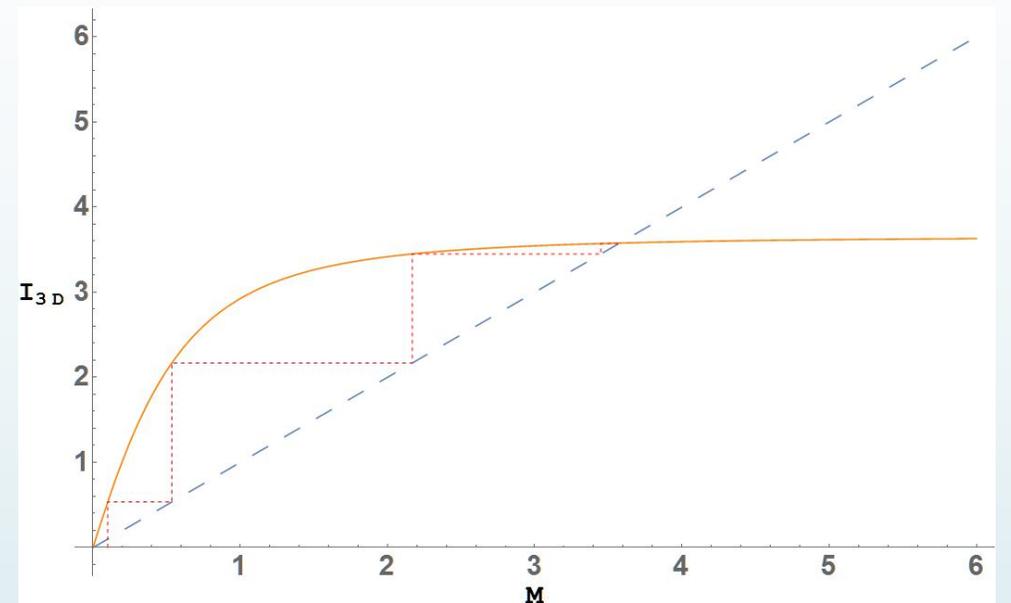
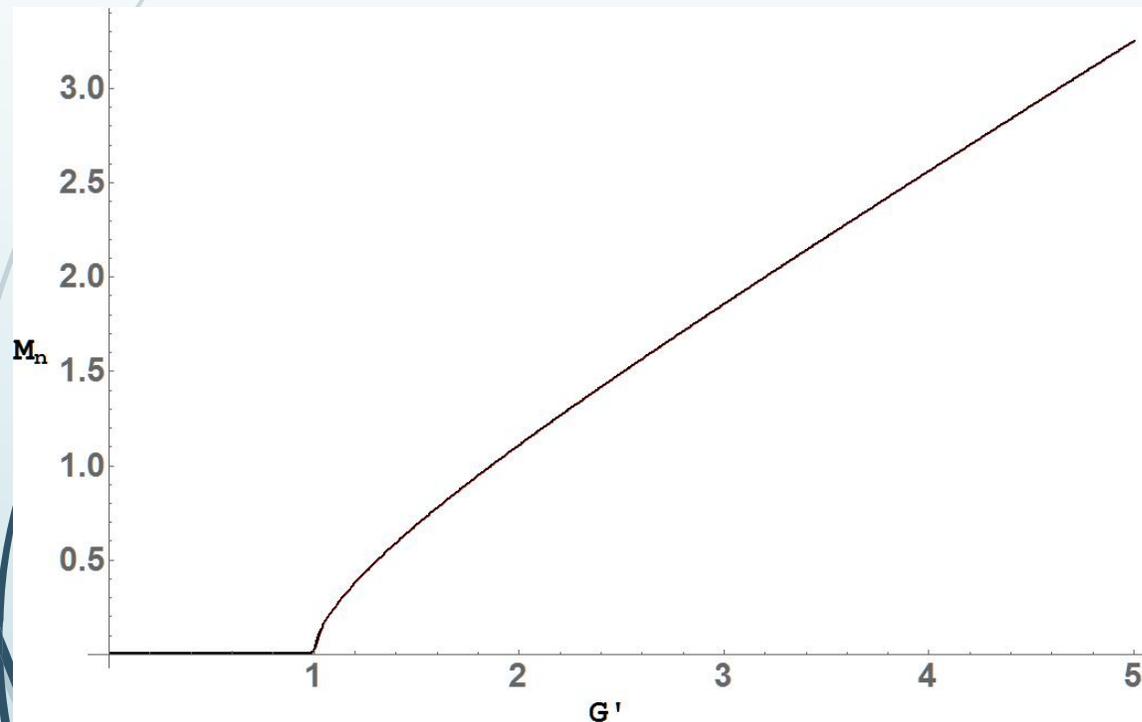
Si iteramos la ecuación anterior, obtenemos una gráfica como la siguiente:



Resultados para las diferentes regularizaciones

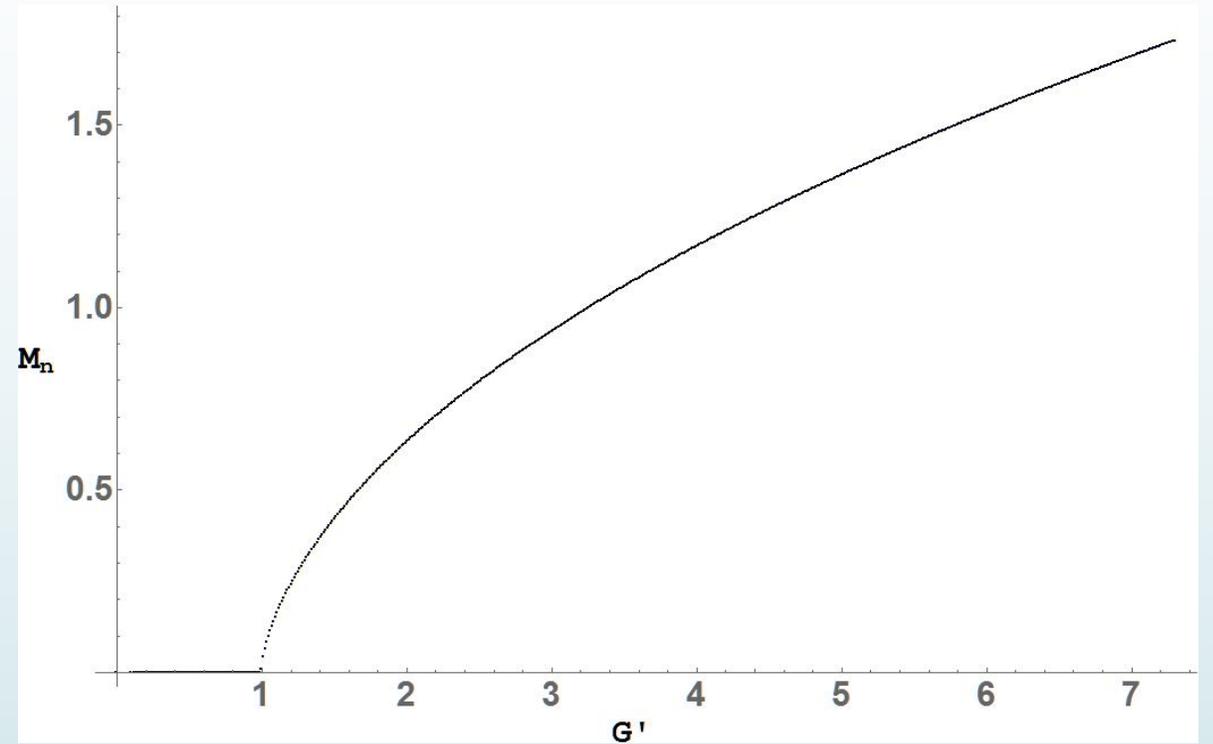
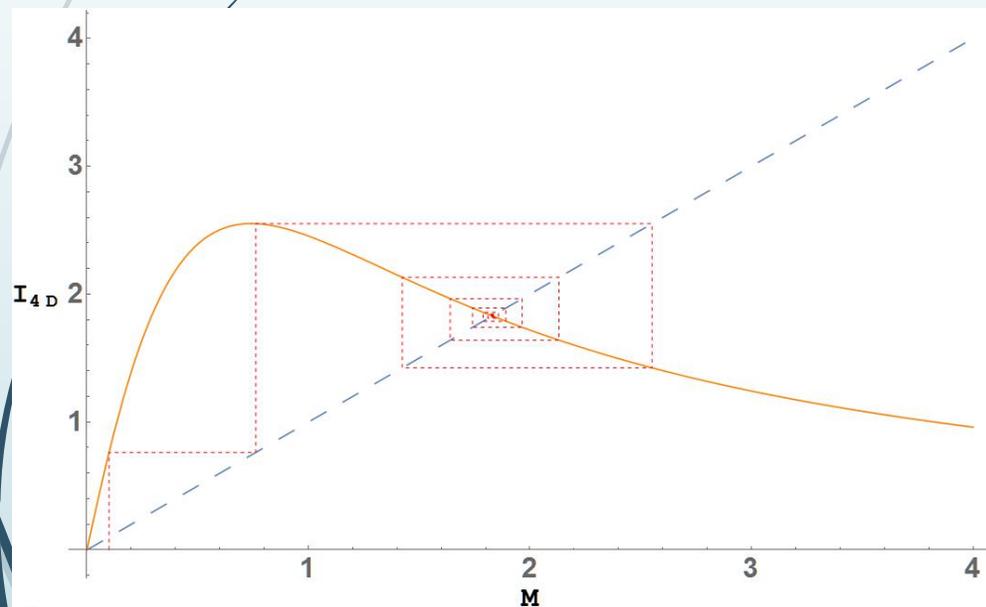
Aplicamos este método a las diferentes ecuaciones de gap:

Ecuación de gap: Corte 3D



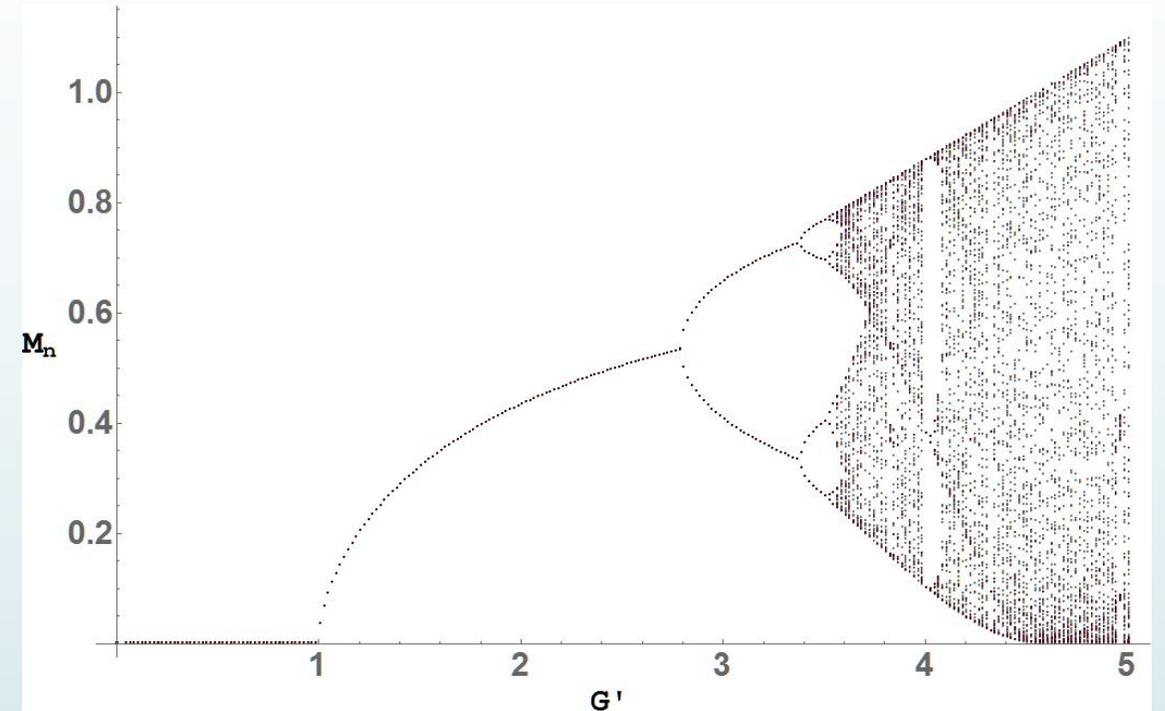
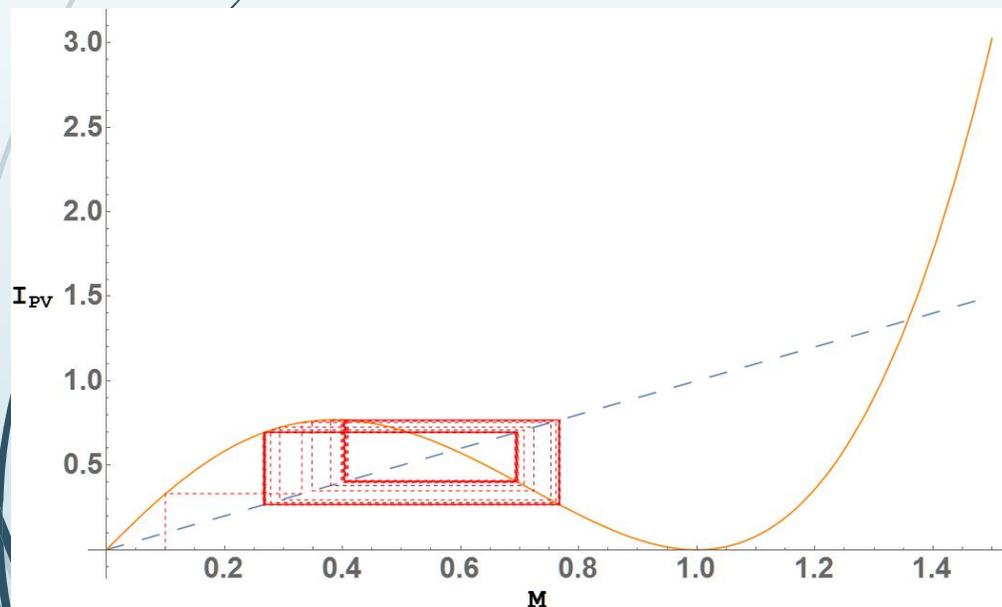
Resultados para las diferentes regularizaciones

Ecuación de gap: Corte 4D



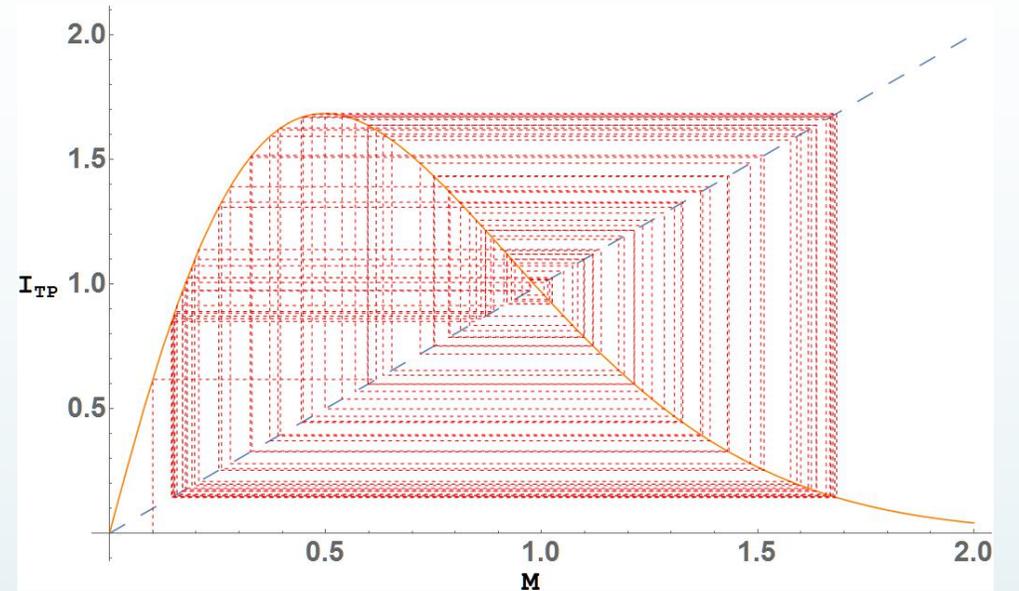
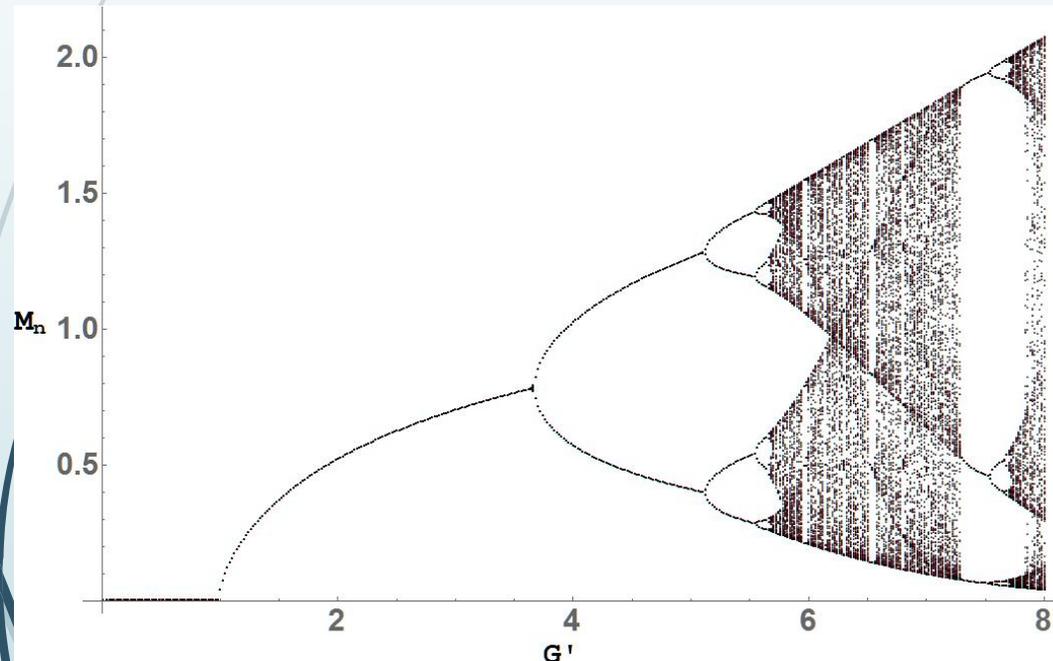
Resultados para las diferentes regularizaciones

Ecuación de gap: Pauli-Villars

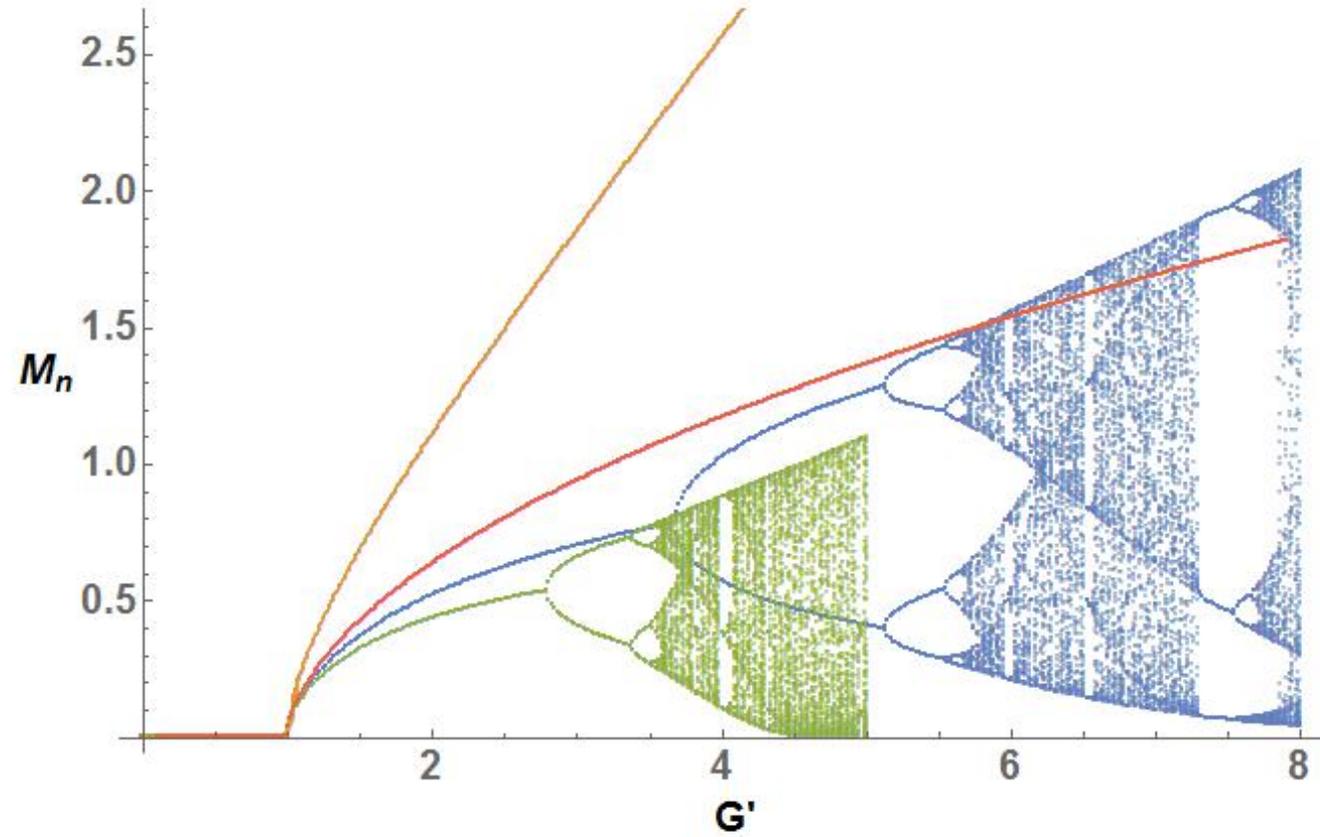


Resultados para las diferentes regularizaciones

Ecuación de gap: Tiempo propio



Resultados para las diferentes regularizaciones



Resultados para las diferentes regularizaciones

Tradicionalmente se obtiene información de la ecuación de gap utilizando los valores de la masa del pion y la constante de decaimiento del pion

$$m_{\pi} = 135 \text{ MeV}$$

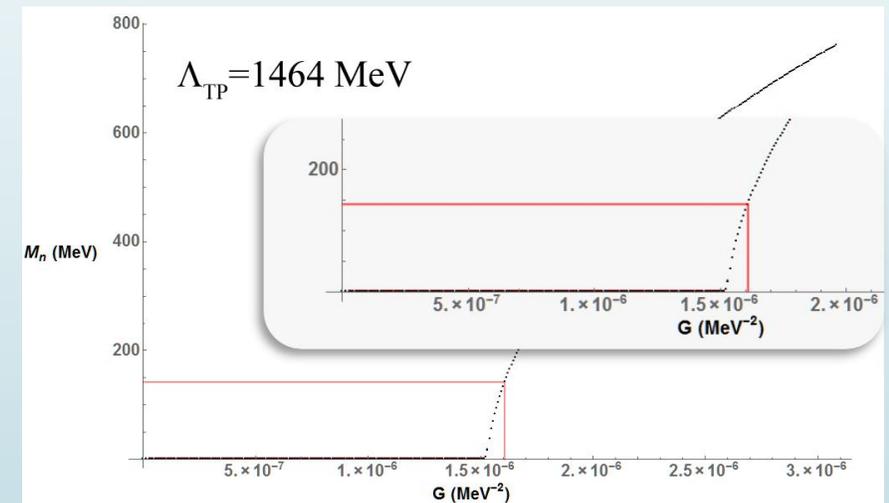
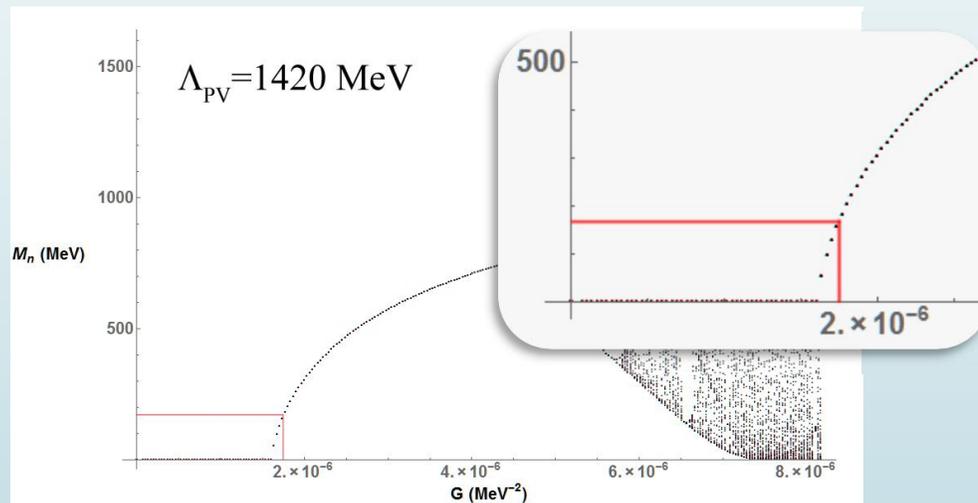
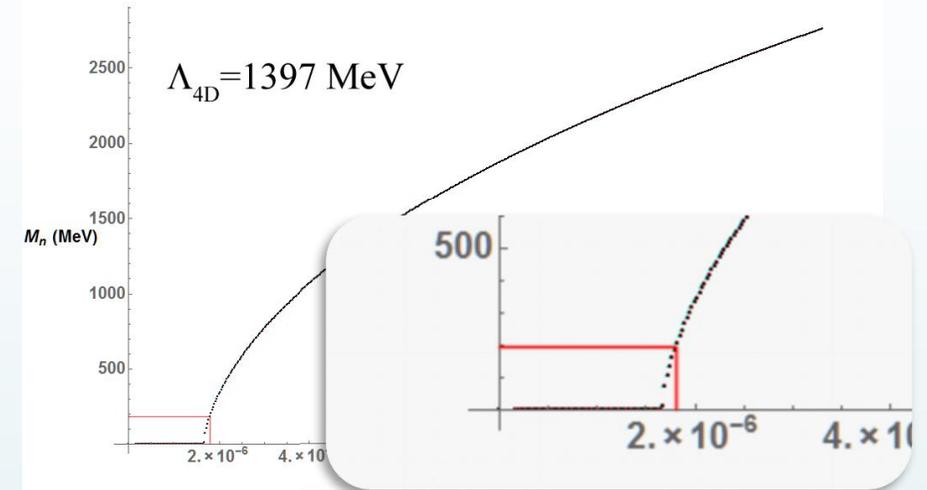
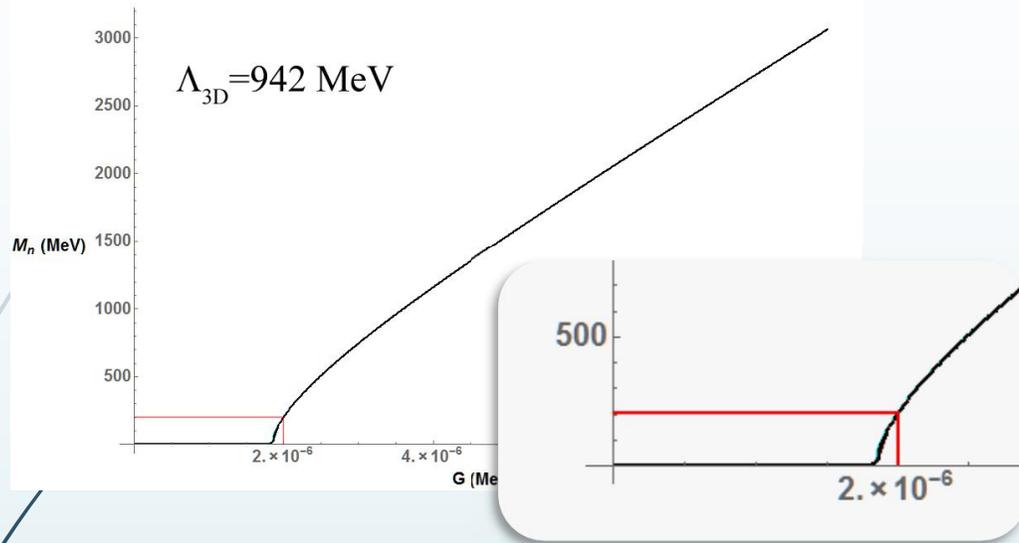
$$f_{\pi} = 94 \text{ MeV}$$

Algunos valores ajustados se presentan en la siguiente tabla (1)

<i>Regularización</i>	$\Lambda(\text{MeV})$	$G \cdot 10^{-6} (\text{MeV}^{-2})$	$m^* (\text{MeV})$
<i>3D</i>	942	2.00	220
<i>4D</i>	1397	1.80	198
<i>PV</i>	1420	1.77	195
<i>TP</i>	1464	1.61	178

(1) H. Kohyama, D. Kimura, T. Inagaki, Regularization dependence on phase diagram in Nambu–Jona-Lasinio model, Nuclear Physics B, Volume 896, July 2015, Pages 682–715, ISSN 0550-3213, <http://dx.doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2015.05.015>.

Resultados para las diferentes regularizaciones



Conclusiones

- × *Con este método numérico se logró obtener la solución de la ecuación de gap para el modelo NJL.*
- × *La sucesión de iteraciones converge muy rápidamente para dos de las ecuaciones de gap que consideramos.*
- × *Sin embargo para las ecuaciones de gap regularizadas con los esquemas de Pauli-Villars y tiempo propio existe un valor de G' a partir del cual la sucesión no converge. Lo que es más, si G' sigue creciendo la sucesión de iteraciones se vuelven caóticas.*