

# FERMIONES DE DIRAC EN EL PLANO

**Alfredo Raya (IFM-UMSNH)**

**Reunión General Red FAE**

**Pachuca, Hgo. 10-12 de Noviembre, 2016**

# CONTENIDO

- Motivación
- Ecuación de Dirac Irreducible
- Ecuación de Dirac Reducible
- Transformaciones LKF
- QED Reducida
- Comentarios Finales

# MOTIVACIÓN

- Física de Partículas
  - Condiciones Extremas
  - Temperatura
  - Densidad
  - Campos Magnéticos
  - etc
- Materia Condensada
  - Superconductividad de alta  $T_c$
  - Grafeno
  - Aislantes Topológicos
  - etc

# ECUACIÓN DE DIRAC IRREDUCIBLE

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}$$

Matrices de Pauli

$$\gamma^0 = \sigma_z, \quad \gamma^1 = i\sigma_x, \quad \gamma^2 = \pm i\sigma_y$$

$$\Gamma = \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 = \pm i I_{2 \times 2}$$

# ECUACIÓN DE DIRAC IRREDUCIBLE

- Una sola proyección de espín
- Espectro no invariante bajo paridad
- Espectro no invariante bajo inversión temporal
- Término de masa no respeta paridad ni inversión temporal
- Se pueden considerar las dos representaciones al mismo tiempo

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi + \bar{\phi}(i\gamma^\mu \partial_\mu + m)\phi$$

# ECUACIÓN DE DIRAC REDUCIBLE

- Se pueden considerar ambas representaciones en una sola reducible

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi$$

- Intervienen las matrices 4x4 ordinarias, pero  $\mu = 0, 1, 2$
- $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$

# ECUACIÓN DE DIRAC REDUCIBLE

- Dos orientaciones de espín
- Espectro invariante bajo simetrías discretas
- Dos transformaciones de tipo quiral

$$\psi \rightarrow e^{i\alpha\gamma^5} \psi \qquad \psi \rightarrow e^{i\beta\gamma^3} \psi$$

- Dos términos de masa

$$m\bar{\psi}\psi$$

# ECUACIÓN DE DIRAC REDUCIBLE

$$m_0 \bar{\psi} \tau \psi \quad \tau = \frac{1}{2} [\gamma^3, \gamma^5]$$

- Invariante bajo transformaciones quirales
- Rompe paridad e inversión temporal
- Induce una acción efectiva de Chern-Simons
- Efecto Hall cuántico sin campos magnéticos





# ECUACIÓN DE DIRAC REDUCIBLE

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m - m_0 \tau)\psi$$

- NO es posible encontrar el propagador

Introducimos  $\chi_\pm = (1 \pm \tau)/2$      $\psi_\pm = \chi_\pm \psi$

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}_+(i\gamma^\mu \partial_\mu - m_+) \psi_+ + \bar{\psi}_-(i\gamma^\mu \partial_\mu - m_-) \psi_-$$

# ASPECTOS EXPLORADOS

- En Física de Partículas
  - Generación dinámica de masas
  - Confinamiento
  - Catálisis Magnética
  - Efecto Pseudoquiral Magnético
- En Física de la Materia Condensada
  - Superconductividad de alta  $T_c$
  - Efecto Hall Cuántico
  - Absorción de luz en Grafeno

# TRANSFORMACIONES LKF

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

- LKF → Landau-Khalatnikov-Fradkin
- Son de Naturaleza No Perturbativa
- Nos dicen la manera específica en que transforman las funciones de Green de QED de una norma a otra
- Se escriben en espacio de coordenadas

# TRANSFORMACIONES LKF

$$S(p; \xi) = \sigma_v(p; \xi) \gamma^\mu p_\mu + \sigma_s(p; \xi)$$

$$S(x; \xi) = \not{x} X(x; \xi) + Y(x; \xi)$$

$$S(p; \xi) = \int d^d x e^{ip \cdot x} S(x; \xi),$$

$$S(x; \xi) = \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} e^{-ip \cdot x} S(p; \xi).$$

$$S(x; \xi) = S(x; 0) e^{-\alpha \xi x / 2}$$

# TRANSFORMACIONES LKF

- En Teoría de Perturbaciones

$$S(x; \xi) = S(x; 0)e^{-i[\Delta_d(0) - \Delta_d(x)]}$$

$$(a_0 + \alpha(b_0 + \xi b_1) + \alpha^2(c_0 + c_1\xi + c_2\xi^2) + \dots) =$$
$$(\tilde{a}_0 + \alpha\tilde{b}_1 + \alpha^2\tilde{c}_0 + \dots)(\hat{a}_0 + \alpha\xi\hat{b}_0 + \alpha^2\xi^2\hat{c}_0 + \dots),$$

Algunos coeficientes de la expansión perturbativa quedan fijos con una transformación de LKF, cuando el propagador involucrado es perturbativo.

# TRANSFORMACIONES LKF

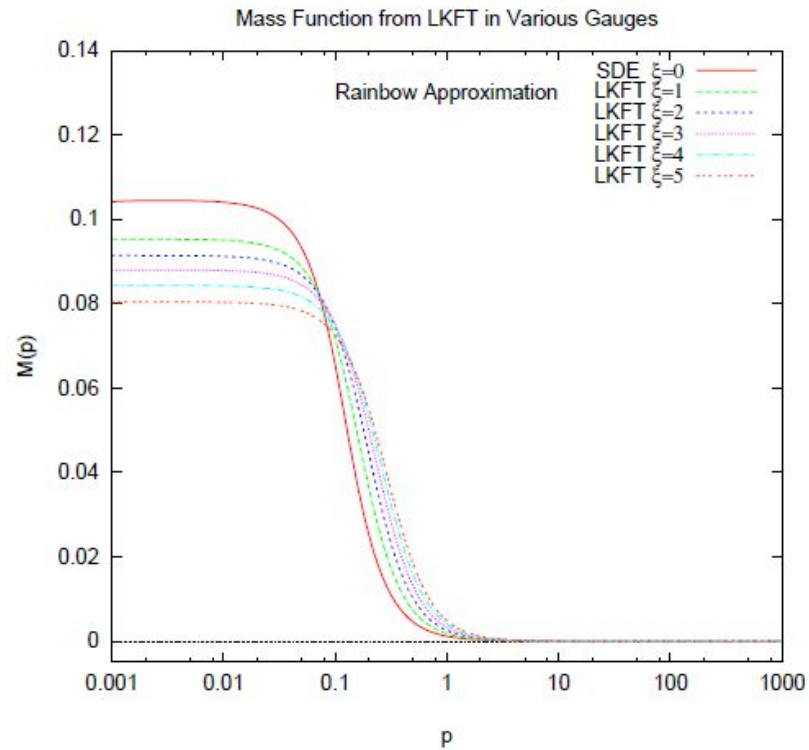
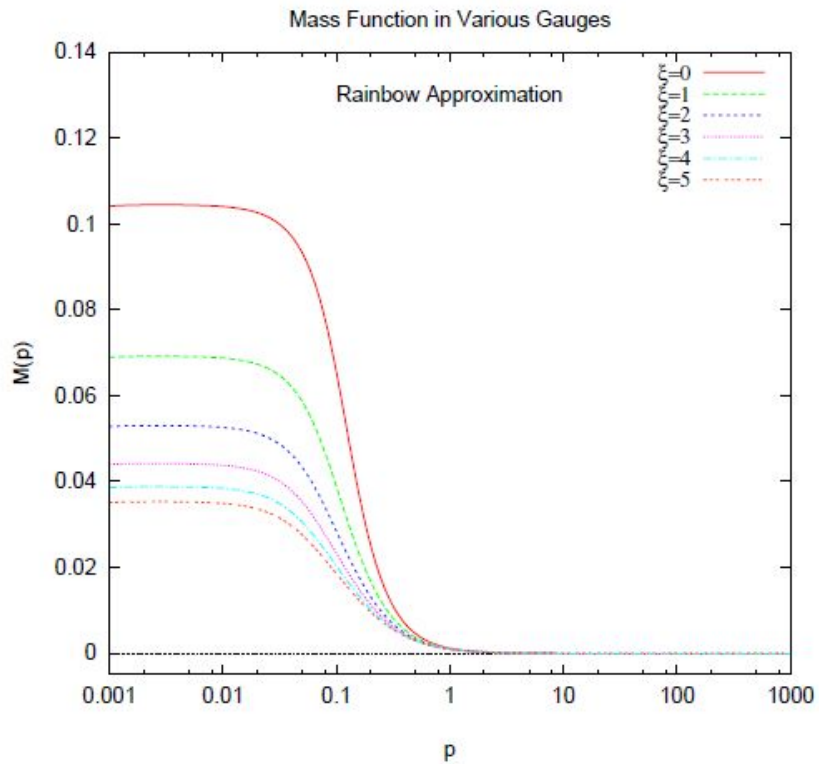
No perturbativamente,

$$\sigma_v(p; \xi) = \frac{\alpha\xi}{2\pi p^2} \int_0^\infty dk k^2 \sigma_v(k; 0) \left[ \frac{1}{\lambda^-} + \frac{1}{\lambda^+} + \frac{1}{2kp} \ln \left| \frac{\lambda^-}{\lambda^+} \right| \right],$$

$$\sigma_s(p; \xi) = \frac{\alpha\xi}{2\pi p} \int_0^\infty dk k \sigma_s(k; 0) \left[ \frac{1}{\lambda^-} - \frac{1}{\lambda^+} \right],$$

$$\lambda^\pm = (\alpha\xi/2)^2 + (k \pm p)^2$$

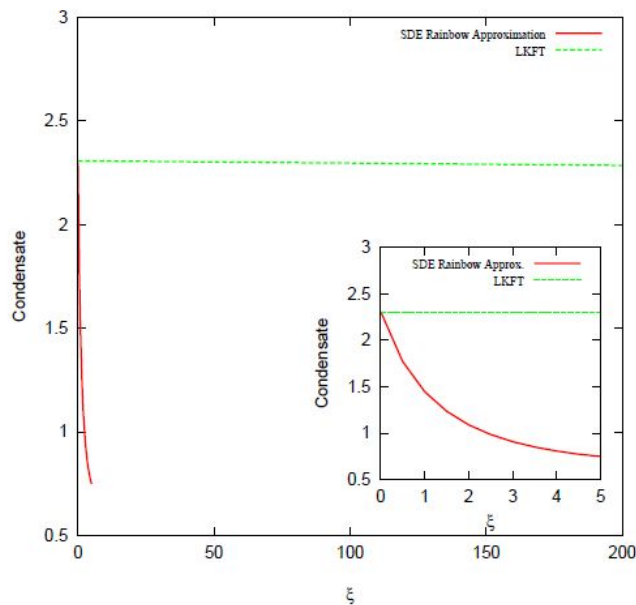
# TRANSFORMACIONES LKF



# TRANSFORMACIONES LKF

$$\begin{aligned}\langle \bar{\psi} \psi \rangle_{\xi} &= -\text{Tr} S(x=0; \xi) \\ &= -\text{Tr} S(x=0; 0) \exp[-i[\Delta_d(0) - \Delta_d(x=0)]] \\ &= -\text{Tr} S(x=0; 0) = \langle \bar{\psi} \psi \rangle_0\end{aligned}$$

$$\Delta_d(x) = -i\xi e^2 \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} \frac{\exp[-ip \cdot x]}{p^4}$$





# ELECTRODINÁMICA CUÁNTICA REDUCIDA

$$I_{d_\gamma, d_e}[A_{\mu_\gamma}, \psi_{(d_e)}] = \int d^{d_\gamma} x \mathcal{L}_{d_\gamma, d_e}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{d_\gamma, d_e} = & \bar{\psi}(x) i \gamma^{\mu_e} D_{\mu_e} \psi(x) \delta^{(d_\gamma - d_e)}(x) - \frac{1}{4} F_{\mu_\gamma \nu_\gamma} F^{\mu_\gamma \nu_\gamma} \\ & - \frac{1}{2\xi} (\partial_{\mu_\gamma} A^{\mu_\gamma})^2 \end{aligned}$$

# ELECTRODINÁMICA CUÁNTICA REDUCIDA

$$S_{d_e}(x; \xi) = S_{d_e}(x; 0) e^{-i[\tilde{\Delta}_{d_e}(0; \varepsilon_e) - \tilde{\Delta}_{d_e}(x; \varepsilon_e)]},$$

$$\tilde{\Delta}_{d_e}(x; \varepsilon_e) = -if(\varepsilon_e)\xi e^2 \mu^{4-d_e} \int \frac{d^{d_e} q}{(2\pi)^{d_e}} \frac{e^{-iq \cdot x}}{q^{4-2\varepsilon_e}}$$

$$= -if(\varepsilon_e)\xi e^2 \frac{\Gamma(\frac{d_e-a}{2})}{2^a \pi^{d_e/2} \Gamma(\frac{a}{2})} (\mu x)^{a-d_e}$$

$$f(\varepsilon_e) = \Gamma(1 - \varepsilon_e)(1 - \varepsilon_e)/(4\pi)^{\varepsilon_e} \text{ and } a = 4 - 2\varepsilon_e$$

# ELECTRODINÁMICA CUÁNTICA REDUCIDA

Grafeno  $d_\gamma = 4$ ,  $d_e = 3$ ,  $\varepsilon_e = 1/2$

$$S(x; \xi) = S(x; 0) \left( \frac{x^2}{x_{min}^2} \right)^\nu, \quad \nu = \frac{\xi\alpha}{4\pi}$$

Comenzamos con fermiones no masivos, nivel de árbol, Norma de Landau

$$S(p; \xi) = -\frac{F(p; \xi)}{p^2 + M^2(p; \xi)} (i\not{p} + M(p; \xi))$$

# ELECTRODINÁMICA CUÁNTICA REDUCIDA

$$F(p; \xi) = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2\nu+1}} \frac{\Gamma(1-\nu)}{\Gamma(\frac{3}{2} + \nu)} (x_{min}^2 p^2)^\nu$$

$$F(p, \xi) = 1 + \frac{\xi\alpha}{4\pi} F_1 + \left(\frac{\xi\alpha}{4\pi}\right)^2 F_2 + \mathcal{O}(\alpha^3),$$

$$\begin{aligned} F_1 &= \ln\left(\frac{p^2}{\Lambda^2}\right) - \gamma_E - \psi\left(\frac{3}{2}\right) & F_2 &= \frac{1}{2} \left[ \left( \ln\left(\frac{p^2}{\Lambda^2}\right) - \gamma_E - \psi(3/2) \right)^2 - 2\zeta(2) + 4 \right] \\ &= \ln\left(\frac{p^2}{\Lambda^2}\right) + 2\gamma_E + \ln(4) - 2, & &= \frac{1}{2} \left[ \left( \ln\left(\frac{p^2}{\Lambda^2}\right) + 2\gamma_E + \ln(4) - 2 \right)^2 - 2\zeta(2) + 4 \right] \end{aligned}$$

# COMENTARIOS FINALES

- Estudiar fermiones en el plano es interesante por méritos propios
- Nos ayudan a describir situaciones realistas de Física de Partículas en Condiciones Extremas
- Nos permiten proponer esquemas BSM
- Describen los grados de libertad efectivos de varios sistemas de materia condensada
- Topología, simetrías rotas, etc

# COMENTARIOS FINALES

- LKF
  - Reglas de transformación poderosas de las funciones de Green en distintas normas
  - Preservan la forma covariante de las ecuaciones de campo e identidades de norma
  - Imponen restricciones perturbativas fuertes a las funciones de Green
  - Aseguran invariancia de norma de cantidades no perturbativas
  - Se pueden extender a otras teorías
  - Podrían aparecer en libros de texto



GRACIAS