El grupo de renormalización funcional, tetrámeros y el gas unitario de Fermi

Benjamín Raziel Jaramillo Ávila
(supervisado por **Michael C. Birse**, U. de Manchester)
raziel@fisica.ugto.mx
23 de mayo de 2016

¿Qué hacemos?

- **Usamos un método no perturbativo para calcular fluctuaciones cuánticas**
  - Grupo de renormalización funcional
  - ¿Cómo funciona? Reorganizando cálculo de fluctuaciones
- **Aplicamos a sistemas de tres y cuatro cuerpos**
  - Efecto Efimov y resonancias de cuatro cuerpos
- **Perspectiva: podemos intentar diversos sistemas**
  - Fluctuaciones IR en sistemas fuertemente acoplados

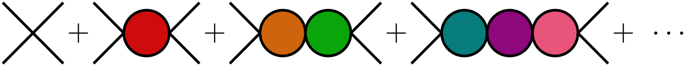
Fluctuaciones cuánticas y grupo de renormalización funcional

¿Cómo calcular fluctuaciones cuánticas?

$S[\Phi]$		$\Gamma[\Phi_{\text{cls}}]$
ACCIÓN	$\Longrightarrow$	ACCIÓN EFECTIVA
dicta la dinámica		dinámica y fluctuaciones

Serie perturbativa

- Cada orden incluye todos los momentos



$$\int \frac{\mathrm{d}^d p}{(2\pi)^d} \qquad \int \frac{\mathrm{d}^d p_1}{(2\pi)^d} \frac{\mathrm{d}^d p_2}{(2\pi)^d} \qquad \int \frac{\mathrm{d}^d p_1}{(2\pi)^d} \frac{\mathrm{d}^d p_2}{(2\pi)^d} \frac{\mathrm{d}^d p_3}{(2\pi)^d}$$

- Divergencias se reparametrizan (renormalización perturbativa)

Reorganizando el cálculo de fluctuaciones

Sumar fluctuaciones cuánticas en otro orden

En este trabajo nos interesa

- $\triangleright$ Interacción con: $|$*longitud de dispersión*$| \gg$ (*rango*)
- $\triangleright$ Límite de energía cinética pequeña

$\Rightarrow$ **Queremos teoría efectiva a bajas energías**

Grupo de renormalización funcional: comenzamos en UV y **gradualmente** sumamos momentos pequeños

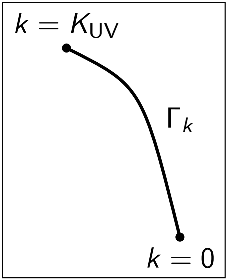
No perturbativo: pero no es exacto, permite introducir aproximaciones

Renormalización funcional modifica la dinámica

- **Se introduce escala de momento:** k
  no es física

- **Suprimimos fluctuaciones con momento** $\lesssim k$
  ¿Cómo? Reguladores

- **Dinámica modificada** (no es física)



$$S[\Phi] \to S[\Phi]_{\mathrm{MOD}} = S[\Phi] - \frac{1}{2}\,\Phi^{\dagger} \cdot \mathbf{R}(k) \cdot \Phi$$

- Partimos de **acción efectiva en UV** (de la dinámica modificada)

- **Ecuación de flujo**: $K_{\mathrm{UV}} \to k \to 0$
  $k \to 0$ es el límite físico: obtenemos efectiva física

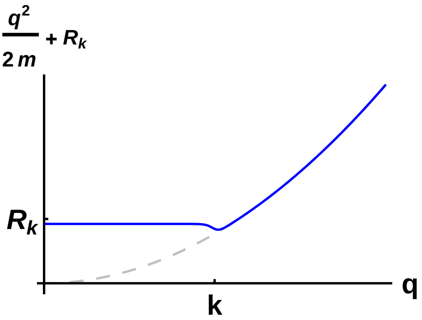
¿Cómo actúan los reguladores?

- Reemplazo en acción y propagadores

$$\vec{\mathbf{q}}^2 \to \vec{\mathbf{q}}^2 + \tilde{R}_k$$

  para $\vec{\mathbf{q}}^2 \ll \tilde{R}_k$, dependencia en $\vec{\mathbf{q}}^2$ es poco importante

- Para $k \to 0$, $\tilde{R}_k \to 0$ (recupera dinámica original)



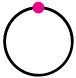
energía cinética + regulador

Ecuación de flujo para sumar fluctuaciones

- Γ_k: **acción efectiva que fluye** (de la dinámica modificada)
- **Ecuación de flujo para Γ_k**

$$\partial_k \Gamma_k = -\frac{i}{2}\mathrm{STr}\left\{\frac{\partial_k \mathbf{R}}{\Gamma_k^{(2)} - \mathbf{R}}\right\}$$

$\propto \partial_k R$



- Calculamos la evolución, sumando fluctuaciones desde UV al IR $K_{\mathrm{UV}} \to k \to 0$
- **Ecuación exacta, pero diferencial funcional: ANSATZ**

Sistemas de tres y cuatro cuerpos

Campos para subsistemas de 2 y 3 cuerpos

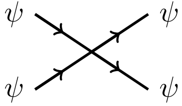
- Sistemas de tres y cuatro escalares no relativistas
- Contenido de campos en Γ_k:

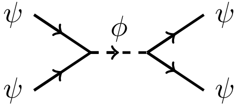
“átomos”	dímeros	trímeros
ψ	$\phi \sim (\psi\psi)$	$\chi \sim (\psi\psi\psi)$
1	2	3

- ψ, ϕ and χ: subsistemas de 1, 2 y 3 escalares
- Γ_k tiene vértices con interacciones de 2, 3 y 4 cuerpos

Interacción entre dos átomos es mediada por dímeros

- Interacción: $|$longitud de dispersión$| \gg$ (rango)
- $E \to 0$: interacción descrita por longitud de dispersión
  - $a > 0$: estado ligado, $E_B = -\frac{1}{ma^2}$
  - $a < 0$: no estado ligado
- Interacción de contacto entre pares: acoplamiento no perturbativo
- Transformación de Hubbard-Stratonovich introduce dímeros





¿Universalidad?

¿Qué parámetros físicos entran en la evolución del sistema?

- $\triangleright$ Longitud de dispersión átomo-átomo, a
- $\triangleright$ Masa, m, se factoriza de las ecuaciones de flujo
- $\triangleright$ Acoplamiento g se factoriza de las ecuaciones de flujo
- $\triangleright$ Rango de la interacción $\to 0$

Cuando $|a| \to \infty$, todo parámetro físico es removible del flujo

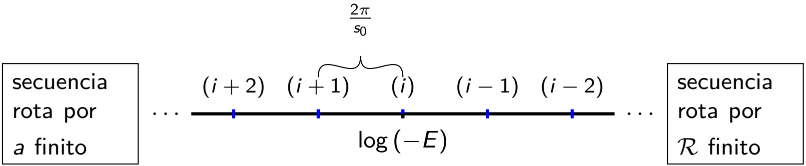
- $\triangleright$ Simetría de escalas
- $\triangleright$ ¿Universalidad?

Secuencia de estados de tres cuerpos

V. Efimov: sistemas de tres cuerpos con $|a| \gg \mathcal{R}$ tienen **secuencia de estados de tres cuerpos**

$$\frac{E_T^{(i+1)}}{E_T^{(i)}} = \mathrm{e}^{-2\pi/s_0} \simeq \frac{1}{515}$$

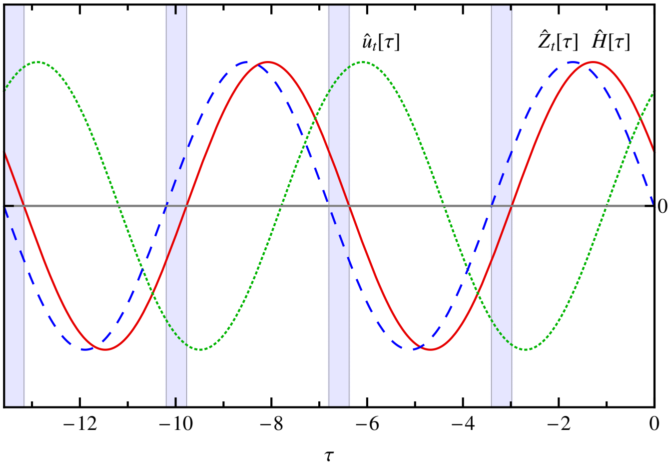
Parámetro universal $s_0 \simeq 1.006$



Parámetro de Efimov: parámetro de tres cuerpos con dimensiones (rompe universalidad)

Flujo de los parámetros de tres cuerpos

Efecto Efimov: rompe simetría de escala $\Rightarrow$ simetría discreta $\Rightarrow$ periodicidad en $\tau = \log(k)$



Sistemas de cuatro cuerpos

¿Mas parámetros que rompan universalidad?
(aparte del parámetro de Efimov)

¿Estados de cuatro cuerpos?
(hay evidencia expermiental de ellos y también aparecen en cálculos de mecánica cuántica)

Tetrámeros

Límite físico: tres tetrámeros por cada trímero de Efimov

$$\frac{a_4^{(0)}}{a_3} = 0.438 \qquad \frac{a_4^{(1)}}{a_3} = 0.877 \qquad \frac{a_4^{(2)}}{a_3} = 0.997$$

(Jaramillo, Birse, DOI: 10.1103/PhysRevA.88.043613)

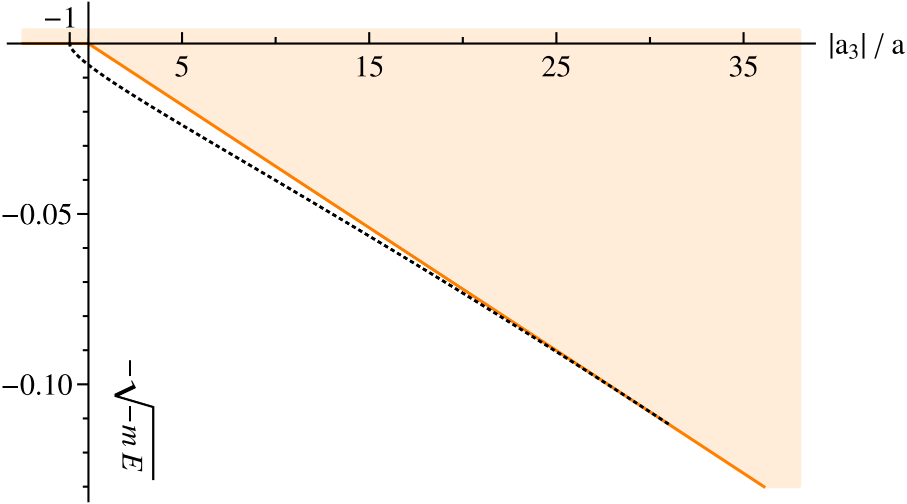
$\sim 5\%$ de diferencia con soluciones exactas, y consistente con observaciones

(von Stecher, D'Incao, Greene, DOI: 10.1038/nphys1253)

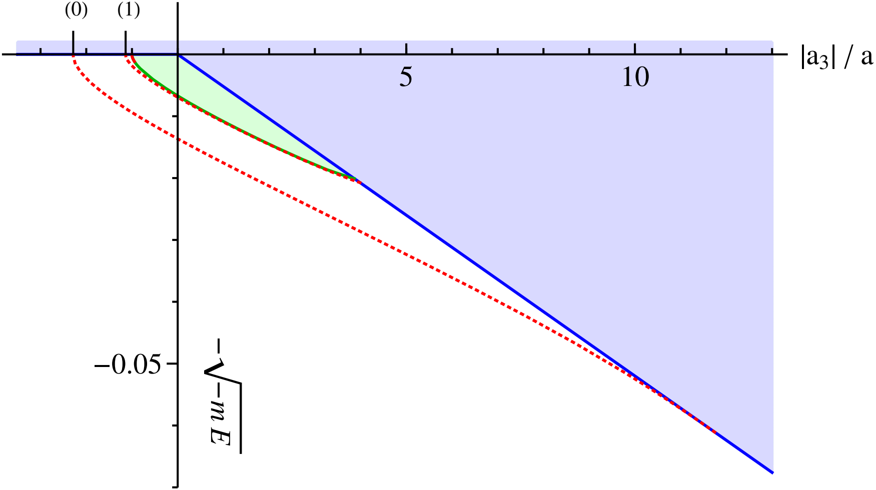
(Deltuva, DOI: 10.1103/PhysRevA.82.040701)

(Ferlaino *et al.*, DOI: PhysRevLett.102.140401)

Trímero



Tetrámeros



Conclusiones y prespectivas

- Descripción no perturbativa del sistema
  - Sistema de cuatro cuerpos no rompe universalidad
  - Computacionalmente barato
- ¿Cómo mejorar la precisión de resultados?
  - Estudio sistemático de diferentes reguladores
  - Dependencia en el momento: autoenergías y vértices
- **Perspectiva**: usar en sistemas de muchos cuerpos (gas unitario de Fermi)
- **Perspectiva**: considerar otros sistemas

Extra

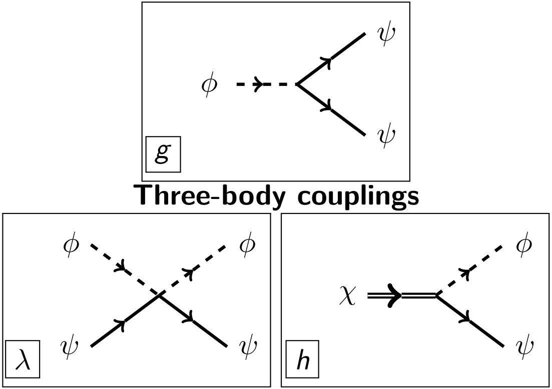
Ansatz

$$
\begin{aligned}
\Gamma_k = \int_{\mathbf{q}} \Bigg\{ & Z_a\, \psi^\dagger \left(q^0 - \frac{\vec{q}^{\,2}}{2m} \right) \psi + Z_d\, \phi^\dagger \left(q^0 - \frac{\vec{q}^{\,2}}{4m} - \frac{u_d}{Z_d} \right) \phi \\
& + Z_t\, \chi^\dagger \left(q^0 - \frac{\vec{q}^{\,2}}{6m} - \frac{u_t}{Z_t} \right) \chi \\
& - \frac{g}{2} \left(\phi^\dagger\, \psi\, \psi + \psi^\dagger\, \psi^\dagger\, \phi \right) \\
& - \lambda\, \phi^\dagger\, \psi^\dagger\, \phi\, \psi - h \left(\chi^\dagger\, \phi\, \psi + \phi^\dagger\, \psi^\dagger\, \chi \right) \\
& - \frac{w}{4}\, \phi^\dagger\, \psi^\dagger\, \psi^\dagger\, \phi\, \psi\, \psi - \frac{v_d}{4} \left(\phi^\dagger\, \phi^\dagger\, \phi\, \psi\, \psi + \phi^\dagger\, \psi^\dagger\, \psi^\dagger\, \phi\, \phi \right) \\
& - \frac{u_{dd}}{2} \left(\phi^\dagger\, \phi \right)^2 - \frac{v_t}{2} \left(\phi^\dagger\, \psi^\dagger\, \psi^\dagger\, \chi\, \psi + \chi^\dagger\, \psi^\dagger\, \phi\, \psi\, \psi \right) \\
& - \frac{u_{dt}}{2} \left(\phi^\dagger\, \phi^\dagger\, \chi\, \psi + \chi^\dagger\, \psi^\dagger\, \phi\, \phi \right) - u_{tt}\, \chi^\dagger\, \psi^\dagger\, \chi\, \psi \Bigg\}.
\end{aligned}
$$

Vértices I

Two-body coupling

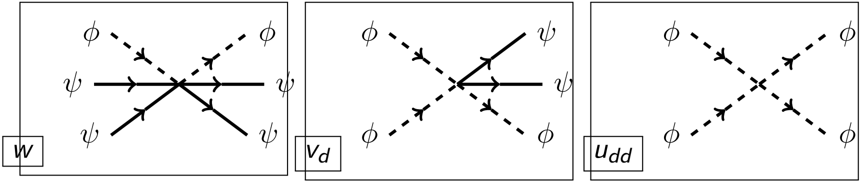
Three-body couplings



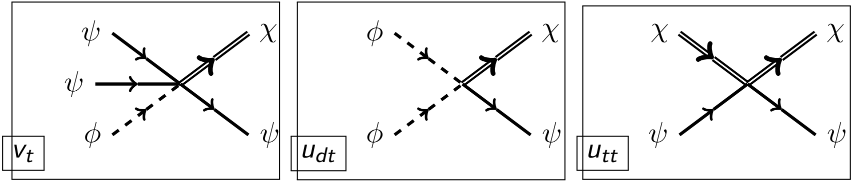
Vértices II

Four-body couplings

without trimers



with trimers



Tetrámeros: zoom