

Campos de materia de espín uno



Selim Gómez Ávila
Universidad de Guanajuato

Nuestras elecciones al construir una teoría de campo
no son todas independientes

$$\mathcal{Z} = \underbrace{\int \prod D\Psi_i}_{\text{matter}} \exp \underbrace{\int_{\mathcal{M}} d^D x}_{\text{espaciotiempo}} \mathcal{L} \left(\underbrace{D^\mu}_{\text{norma}} \Psi_j, \mathcal{V}(\Psi_j) \right)$$

Nuestras elecciones al construir una teoría de campo no son todas independientes

Cancelación de anomalías



The diagram illustrates the cancellation of anomalies in a quantum field theory partition function. At the top, the text "Cancelación de anomalías" is centered. Two red curved arrows originate from this text. The left arrow points to the product of measures $\prod D\Psi_i$ in the partition function, which is underlined and labeled "matter". The right arrow points to the covariant derivative D^μ in the Lagrangian $\mathcal{L}$, which is underlined and labeled "norma". The partition function is given by:

$$\mathcal{Z} = \underbrace{\int \prod D\Psi_i}_{\text{matter}} \exp \underbrace{\int_{\mathcal{M}} d^D x}_{\text{espaciotiempo}} \mathcal{L} \left(\underbrace{D^\mu}_{\text{norma}} \Psi_j, \mathcal{V}(\Psi_j) \right)$$

Nuestras elecciones al construir una teoría de campo
no son todas independientes

$$\mathcal{Z} = \underbrace{\int \prod D\Psi_i}_{\text{matter}} \exp \underbrace{\int_{\mathcal{M}} d^D x}_{\text{espaciotiempo}} \mathcal{L} \left(\underbrace{D^\mu}_{\text{norma}} \Psi_j, \mathcal{V}(\Psi_j) \right)$$


Cargas de norma

Nuestras elecciones al construir una teoría de campo
no son todas independientes

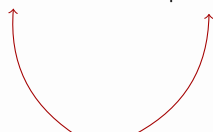
$$\mathcal{Z} = \underbrace{\int \prod D\Psi_i}_{\text{matter}} \exp \underbrace{\int_{\mathcal{M}} d^D x}_{\text{espaciotiempo}} \mathcal{L} \left(\underbrace{D^\mu}_{\text{norma}} \Psi_j, \mathcal{V}(\Psi_j) \right)$$


Diagram illustrating the relationship between the kinetic term and the spacetime integral in the path integral. Two red curved arrows originate from the text "Álgebra cinemática" at the bottom. One arrow points to the D^μ term (labeled "norma") inside the Lagrangian $\mathcal{L}$. The other arrow points to the $\int_{\mathcal{M}} d^D x$ term (labeled "espaciotiempo") in the exponential. This indicates that the kinematic algebra constrains both the measure of integration and the form of the derivatives in the Lagrangian.

Álgebra cinemática

Nuestras elecciones al construir una teoría de campo
no son todas independientes

Gran unificación, LR

$$\mathcal{Z} = \underbrace{\int \prod D\Psi_i}_{\text{matter}} \exp \underbrace{\int_{\mathcal{M}} d^D x}_{\text{espaciotiempo}} \mathcal{L} \left(\underbrace{D^\mu}_{\text{norma}} \Psi_j, \mathcal{V}(\Psi_j) \right)$$

Nuestras elecciones al construir una teoría de campo
no son todas independientes

$$\mathcal{Z} = \underbrace{\int \prod D\Psi_i}_{\text{matter}} \exp \underbrace{\int_{\mathcal{M}} d^D x}_{\text{espaciotiempo}} \mathcal{L} \left(\underbrace{D^\mu}_{\text{norma}} \Psi_j, \mathcal{V}(\Psi_j) \right)$$

XD, SUSY

Nuestras elecciones al construir una teoría de campo no son todas independientes

4G, Multi-Higgs, High Spin


$$\mathcal{Z} = \underbrace{\int \prod D\Psi_i}_{\text{matter}} \exp \underbrace{\int_{\mathcal{M}} d^D x}_{\text{espaciotiempo}} \mathcal{L} \left(\underbrace{D^\mu}_{\text{norma}} \Psi_j, \mathcal{V}(\Psi_j) \right)$$

Nuestras elecciones al construir una teoría de campo
no son todas independientes

$$\mathcal{Z} = \underbrace{\int \prod D\Psi_i}_{\text{matter}} \exp \underbrace{\int_{\mathcal{M}} d^D x}_{\text{espaciotiempo}} \mathcal{L} \left(\underbrace{D^\mu}_{\text{norma}} \Psi_j, \mathcal{V}(\Psi_j) \right)$$

Teoría de cuerdas



Nuestras elecciones al construir una teoría de campo
no son todas independientes

$$\mathcal{Z} = \underbrace{\int \prod D\Psi_i}_{\text{matter}} \exp \underbrace{\int_{\mathcal{M}} d^D x}_{\text{espaciotiempo}} \mathcal{L} \left(\underbrace{D^\mu}_{\text{norma}} \Psi_j, \mathcal{V}(\Psi_j) \right)$$

Entender la relación entre los ingredientes
nos enseña cosas sobre la teoría de campo.

No sabemos por qué el modelo estándar incluye sólo algunas representaciones

$(0, 0)$

$$\left(\frac{1}{2}, 0\right) \quad \left(0, \frac{1}{2}\right)$$

$$(1, 0) \quad \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \quad (0, 1)$$

$$\left(\frac{3}{2}, 0\right) \quad \left(1, \frac{1}{2}\right) \quad \left(\frac{1}{2}, 1\right) \quad \left(0, \frac{3}{2}\right)$$

$$(2, 0) \quad \left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right) \quad (1, 1) \quad \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right) \quad (0, 2)$$

No sabemos por qué el modelo estándar incluye sólo algunas representaciones

Higgs

$(0, 0)$

$(\frac{1}{2}, 0)$ $(0, \frac{1}{2})$

$(1, 0)$ $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ $(0, 1)$

$(\frac{3}{2}, 0)$ $(1, \frac{1}{2})$ $(\frac{1}{2}, 1)$ $(0, \frac{3}{2})$

$(2, 0)$ $(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ $(1, 1)$ $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ $(0, 2)$

No sabemos por qué el modelo estándar incluye sólo algunas representaciones

Quarks & Leptones

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & (0, 0) & & \\ & & & & \boxed{(\frac{1}{2}, 0)} & \boxed{(0, \frac{1}{2})} & \\ & & & & (1, 0) & (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) & (0, 1) \\ & & (\frac{3}{2}, 0) & (1, \frac{1}{2}) & (\frac{1}{2}, 1) & (0, \frac{3}{2}) & \\ (2, 0) & (\frac{3}{2}, \frac{1}{2}) & (1, 1) & (\frac{1}{2}, \frac{3}{2}) & (0, 2) & & \end{array}$$

No sabemos por qué el modelo estándar incluye sólo algunas representaciones

			$(0, 0)$		
			$(\frac{1}{2}, 0)$	$(0, \frac{1}{2})$	
Bosones de norma	$(1, 0)$	$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$	$(0, 1)$		
	$(\frac{3}{2}, 0)$	$(1, \frac{1}{2})$	$(\frac{1}{2}, 1)$	$(0, \frac{3}{2})$	
	$(2, 0)$	$(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$	$(1, 1)$	$(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$	$(0, 2)$

No sabemos por qué el modelo estándar incluye sólo algunas representaciones

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & (0, 0) \\ & & & & & & \\ & & & & & & (\frac{1}{2}, 0) \quad (0, \frac{1}{2}) \\ & & & & & & \\ & & & & & & (1, 0) \quad (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \quad (0, 1) \\ & & & & & & \\ & & & & & & (\frac{3}{2}, 0) \quad (1, \frac{1}{2}) \quad (\frac{1}{2}, 1) \quad (0, \frac{3}{2}) \\ & & & & & & \\ \text{¿Gravitón?} & (2, 0) & (\frac{3}{2}, \frac{1}{2}) & \boxed{(1, 1)} & (\frac{1}{2}, \frac{3}{2}) & (0, 2) & \end{array}$$

No sabemos por qué el modelo estándar incluye sólo algunas representaciones

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & (0, 0) & & \\ & & & & (\frac{1}{2}, 0) & (0, \frac{1}{2}) & \\ & & & & \boxed{(1, 0)} & (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) & \boxed{(0, 1)} \\ & & & & \boxed{(\frac{3}{2}, 0)} & \boxed{(1, \frac{1}{2})} & \boxed{(\frac{1}{2}, 1)} & \boxed{(0, \frac{3}{2})} \\ & & & & \boxed{(2, 0)} & \boxed{(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})} & (1, 1) & \boxed{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})} & \boxed{(0, 2)} \end{array}$$

¿Y éstas?

¿Están permitidas?

Si no, ¿qué las prohíbe?

Contenido

- ▶ Objeciones y evasiones
- ▶ Campos clásicos de materia de espín uno
- ▶ Campos cuánticos de materia de espín uno*
- ▶ Conclusiones

*Napsuciale, Rodriguez, Ferro, Gomez, *Spin one matter fields*, 2016

Objeciones y evasiones

La objeción de Weinberg y Witten

Los teoremas suaves de Weinberg + Coleman-Mandula prohíben $j > 2, m = 0$. Esto ocurre porque la invariancia de norma de partículas no masivas requiere cargas conservadas con propiedades no triviales de transformación bajo Lorentz[†].

Sin embargo, es posible evitar la conclusión modificando las suposiciones. El programa de Vasiliev estudia teorías de norma de espín alto, donde no hay estado de mínima masa, y la geometría no es plana, sino anti-de Sitter[‡].

La solución conservadora: Estudiar $j < 2, m \neq 0$.

[†]Weinberg & Witten, *Limits on Massless Particles*, 1980

[‡]Vasiliev, *Higher-Spin Gauge Theories in 4, 3 and 2 Dimensions*, 1996

La objeción de Velo-Zwanziger

Los problemas de Velo-Zwanziger producen inconsistencias algebraicas con las restricciones en las teorías tipo Dirac-Fierz-Pauli[§].

Los modos masivos de espín alto de una cuerda bosónica abierta, a pesar de ser Fierz-Pauli, están exentos del problema de VZ[¶]. Esto se debe a una combinación de modificaciones no-locales a los términos cinéticos mínimos y cancelaciones entre estados con diferente espines.

La solución conservadora: Estudiar representaciones con 1 o 2 sectores de spin para disminuir las restricciones.

[§]Velo & Zwanziger, *Noncausality and Other Defects of Interaction Lagrangians for Particles with Spin One and Higher*, 1969

[¶]Porrati, Rahman & Sagnotti, *String Theory and the Velo-Zwanziger problem*, , 2011

La objeción de Ostrogradsky

En general, en las teorías con $j > 1$ los términos cinéticos para espín j son de orden $2j$ en las derivadas, y potencialmente sufren la inestabilidad de Ostrogradsky||.

Es posible formular teorías físicas con derivadas superiores, que introducen grados de libertad “fantasmales” cuyo efecto es modificar la estructura perturbativa, y violar la microcausalidad a tiempos muy cortos**.

La solución conservadora: Estudiar $j = 1$ para evitar derivadas de orden superior.

||Woodard, *Avoiding Dark Energy with I/R Modifications of Gravity*, 2006

**Grinstein, O’Connell & Wise, *The Lee-Wick standard model*, 2008

Buscamos una teoría de campo con

$m \neq 0$ en $(1, 0) \oplus (0, 1)$

La base covariante del espacio de operadores es^{††}

$$[(1, 0) \oplus (0, 1)]^2 = (0, 0)_2 \oplus (1, 0) \oplus (0, 1) \oplus (2, 0) \oplus (0, 2) \oplus (1, 1)_2,$$

que corresponde a

$$[(1, 0) \oplus (0, 1)]^2 = \mathbb{1}_2 \oplus \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array}_2 \oplus \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \\ \hline \end{array} \oplus \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array}.$$

En este caso, los operadores cinéticos posibles son

$$(P^2, \chi P^2, S_{\mu\nu} P^{\mu\nu}, \chi S_{\mu\nu} P^{\mu\nu}).$$

Los tensores simétricos $\{S_{\mu\nu}, S'_{\mu\nu}\}$ son, como las matrices γ , versiones covariantes del operador de paridad.

^{††}Gomez, Napsuciale, **Covariant basis induced by parity for the $(j, 0) \otimes (0, j)$ representation**, 2013

$p^2 = m^2$ restringe la forma de la teoría

El operador cinético general para el campo de espín uno quiral es

$$\mathcal{L}_{\pm} = (D_{\mu}\psi)^{\dagger} (\Sigma^{\mu\nu}) D_{\nu}\psi$$

donde

$$\Sigma^{\mu\nu} = A\mathbb{1}\eta^{\mu\nu} + BS^{\mu\nu}.$$

y el tensor $S^{\mu\nu}$ está dado por

$$S^{\mu\nu} = \Pi \left(g^{\mu\nu} - i(g^{0\mu} M^{0\nu} + g^{0\nu} M^{0\mu}) - \{M^{0\mu}, M^{0\nu}\} \right).$$

Esto nos lleva a un operador inverso con polos en los ceros de

$$f(p^2) = (A^2 - B^2) p^4 - 2Am^2 p^2 + m^4 = 0.$$

Para tener un sólo polo, nuestras opciones son $A = \pm B$ ó $B = 0$.
Nos enfocaremos en el primer caso.

Campos de materia clásicos de espín uno

Como en Dirac, la ecuación implica Klein-Gordon

La ecuación de movimiento para nuestro campo es

$$(\Sigma^{\mu\nu} \partial_\mu \partial_\nu + m^2) \psi(x) = 0,$$

donde

$$\Sigma^{\mu\nu} = \frac{1}{2} (g^{\mu\nu} + S^{\mu\nu}).$$

Multiplicando por la izquierda el factor $\frac{1}{2}(\partial^2 - S(\partial)) - m^2$ se puede mostrar que el campo satisface

$$(\partial^2 + m^2)\psi(x) = 0,$$

con soluciones de la forma $\psi(x) = u_r(\mathbf{p})e^{-ip \cdot x}$.

La mitad de las ecuaciones corresponde a restricciones

Usando la forma explícita de las matrices $S^{\mu\nu}$ en la base de paridad, la ecuación de movimiento se convierte en

$$\begin{pmatrix} \partial^2 + m^2 + (\mathbb{J} \cdot \nabla)^2 & -\mathbb{J} \cdot \nabla \partial_0 \\ \mathbb{J} \cdot \nabla \partial_0 & m^2 - (\mathbb{J} \cdot \nabla)^2 \end{pmatrix} \psi(x) = 0.$$

Si reescribimos ψ en términos de las componentes “arriba” (φ) y “abajo” (ξ) obtenemos el sistema

$$\begin{aligned} [\partial^2 + m^2 + (\mathbb{J} \cdot \nabla)^2] \varphi &= \mathbb{J} \cdot \nabla \partial_0 \xi, \\ [m^2 - (\mathbb{J} \cdot \nabla)^2] \xi &= -\mathbb{J} \cdot \nabla \partial_0 \varphi, \end{aligned}$$

que podemos invertir para eliminar ξ :

$$\xi = -[m^2 - (\mathbb{J} \cdot \nabla)^2]^{-1} \mathbb{J} \cdot \nabla \partial_0 \varphi.$$

Ecuación de movimiento y grados de libertad

La ecuación de movimiento para φ se obtiene eliminando ξ :

$$\left([\partial^2 + m^2 + (\mathbb{J} \cdot \nabla)^2\right] \left[m^2 - (\mathbb{J} \cdot \nabla)^2\right] + (\mathbb{J} \cdot \nabla)^2 \partial_0^2 \varphi = 0.$$

Debido a las propiedades algebraicas de las matrices J_i ,

$$(\mathbb{J} \cdot \nabla)^3 = (\mathbb{J} \cdot \nabla) \nabla^2,$$

y la ecuación de movimiento se reduce a

$$m^2 [\partial^2 + m^2] \varphi = 0,$$

i.e., la ecuación de Klein-Gordon para los tres grados de libertad en φ .

El límite no-masivo está bien definido

En el límite no masivo, obtenemos

$$\begin{aligned} [\partial^2 + (\mathbb{J} \cdot \nabla)^2] \varphi - \mathbb{J} \cdot \nabla \partial_0 \xi &= 0 \\ \mathbb{J} \cdot \nabla \partial_0 \varphi - (\mathbb{J} \cdot \nabla)^2 \xi &= 0. \end{aligned}$$

El operador $(\mathbb{J} \cdot \nabla)^2$ tiene un eigenvalor cero, y no es invertible. En este caso aparece una simetría de norma:

$$\begin{aligned} \varphi_i &\rightarrow \varphi_i + (\mathbb{J} \cdot \nabla)_{ij} \varepsilon_j, \\ \xi_i &\rightarrow \xi_i + \partial^0 \varepsilon_i + \partial_i f, \end{aligned}$$

donde $\varepsilon(x)$ es un espinor de tres componentes, y $f(x)$ una función escalar. Esto deja dos grados de libertad.

La teoría con interacciones mantiene el conteo de d.o.f

En términos de las derivadas covariantes, la ecuación minimamente acoplada para $\{\varphi, \xi\}$ corresponde a

$$\begin{aligned}\left(D^2 + m^2 + \frac{1}{2}\{\mathbb{J} \cdot \mathbb{D}, \mathbb{J} \cdot \mathbb{D}\}\right) \varphi - \frac{1}{2}\{\mathbb{J} \cdot \mathbb{D}, D_0\} \xi &= 0, \\ \frac{1}{2}\{\mathbb{J} \cdot \mathbb{D}, D_0\} \varphi + \left(m^2 - \frac{1}{2}\{\mathbb{J} \cdot \mathbb{D}, \mathbb{J} \cdot \mathbb{D}\}\right) \xi &= 0.\end{aligned}$$

Eliminando ξ obtenemos

$$\begin{aligned}-(D^2 + m^2) \varphi &= \frac{1}{2}\{\mathbb{J} \cdot \mathbb{D}, \mathbb{J} \cdot \mathbb{D}\} \varphi \\ &\quad + \frac{1}{4}\{\mathbb{J} \cdot \mathbb{D}, D_0\} \mathcal{O}_c^{-1} \{\mathbb{J} \cdot \mathbb{D}, D_0\} \varphi.\end{aligned}$$

El operador $\mathcal{O}_c^{-1} = \left[m^2 - \frac{1}{2}\{\mathbb{J} \cdot \mathbb{D}, \mathbb{J} \cdot \mathbb{D}\}\right]^{-1}$ involucra sólo derivadas espaciales.

El espacio fase tiene restricciones f^i

La dinámica es generada por una densidad Hamiltoniana modificada

$$\mathcal{H}^* = \mathcal{H} + f^i \lambda_i + \lambda_i^\dagger f^{i\dagger}$$

con λ_i y $\lambda_i^\dagger$ multiplicadores. La evolución temporal puede escribirse en términos del corchete de Dirac.

$$\{A, B\}_D = \{A, B\} - \{A, f_a\} \Delta_{ab}^{-1} \{f_b, B\}.$$

en donde Δ es la matriz de corchetes de Poisson de las restricciones:

$$\Delta_{ab}(\mathbb{z}, \mathbb{y}) = \{f_a(\mathbb{z}), f_b(\mathbb{y})\}.$$

El cálculo es directo:

$$\Delta(\mathbb{z}, \mathbb{y}) = m^2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -\mathbb{1} \\ 0 & 0 & -\mathbb{1} & 0 \\ 0 & \mathbb{1} & 0 & 0 \\ \mathbb{1} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Esta matriz es invertible, y por lo tanto las restricciones son todas de **segunda clase**.

Las reglas de conmutación corresponden al corchete de Dirac

El corchete de Dirac de los campos y los momentos es

$$\{\Psi(x), \zeta(y)\}_D = \left[\Sigma^{00} - \frac{(\mathbf{J} \cdot \nabla)^2}{2m^2} S^{00} \right] \delta^3(x - y).$$

Esperamos que en la teoría cuántica las reglas de conmutación de los campos correspondan a sustituir el corchete de Dirac con el conmutador $-i [,]$.

- ▶ En algunas teorías, la introducción de interacciones puede arruinar las relaciones de conmutación^{††}.
- ▶ No esperamos que sea el caso, debido al análisis de la ecuación de movimiento en presencia de un campo $u(1)$.
- ▶ Para asegurarnos, repetimos el mismo cálculo en presencia de interacciones. El cálculo es largo, pero el resultado es el mismo.

^{††}Johnson & Sudarshan, *Inconsistency of the local field theory of charged spin 3/2 particles* 1960

Campos de materia cuánticos de espín uno

La cuantización canónica es convencional

El campo y su adjunto se escriben en términos de operadores de creación y aniquilación

$$\begin{aligned}\Psi(x) &= \sum_{\mathbb{p}, r} \alpha(\mathbb{p}) \left[c_r(\mathbb{p}) u_r(\mathbb{p}) e^{-ipx} + d_r^\dagger(\mathbb{p}) u_r^c(\mathbb{p}) e^{ipx} \right], \\ \bar{\Psi}(x) &= \sum_{\mathbb{p}, r} \alpha(\mathbb{p}) \left[c_r^\dagger(\mathbb{p}) \bar{u}_r(\mathbb{p}) e^{ipx} + d_r(\mathbb{p}) \bar{u}_r^c(\mathbb{p}) e^{-ipx} \right],\end{aligned}$$

donde $\alpha(\mathbb{p}) = 1/\sqrt{2E(\mathbb{p})V}$.

Imponemos las siguientes reglas de conmutación para los operadores de creación y aniquilación:

$$\left[c_r(\mathbb{p}), c_s^\dagger(\mathbb{p}') \right] = \delta_{rs} \delta_{\mathbb{p}\mathbb{p}'} \quad \left[d_r(\mathbb{p}), d_s^\dagger(\mathbb{p}') \right] = \delta_{rs} \delta_{\mathbb{p}\mathbb{p}'}.$$

Las reglas de conmutación de los campos son las esperadas

Con los momentos conjugados

$$\bar{\zeta} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial_0 \bar{\Psi}} = \Sigma^{0\mu} (\partial_\mu \Psi), \quad \zeta = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial_0 \Psi} = (\partial_\mu \bar{\Psi}) \Sigma^{\mu 0},$$

e insertando la expansión de Fourier, obtenemos la relación a tiempos iguales que esperabamos

$$[\zeta(x_1), \Psi(x_2)] = -i \left(\Sigma^{00} - \frac{(\mathbb{J} \cdot \nabla)^2}{2m^2} S^{00} \right) \delta(x_1 - x_2).$$

$$[\bar{\zeta}(x_1), \bar{\Psi}(x_2)] = -i \left(\Sigma^{00} - \frac{(\mathbb{J} \cdot \nabla)^2}{2m^2} S^{00} \right) \delta(x_1 - x_2).$$

En este cálculo son cruciales las propiedades algebraicas de $S^{\mu\nu}$.

La energía, momento, y carga son razonables

Usamos el tensor de energía momento del campo

$$T^{\mu}_{\nu} = \partial_{\nu} \bar{\Psi} \Sigma^{\mu\alpha} \partial_{\alpha} \Psi + \partial_{\alpha} \bar{\Psi} \Sigma^{\alpha\mu} \partial_{\nu} \Psi - \eta^{\mu}_{\nu} \mathcal{L}$$

para calcular la densidad de energía:

$$H = (2\pi)^3 V^{-1} \sum_{p,r} p_0 [c_r^+(\mathbb{p}) c_r(\mathbb{p}) + d_r^+(\mathbb{p}) d_r(\mathbb{p})].$$

Similarmente, el momento total del campo es

$$P_i = (2\pi)^3 V^{-1} \sum_{p,r} p_i [c_r^+(\mathbb{p}) c_r(\mathbb{p}) + d_r^+(\mathbb{p}) d_r(\mathbb{p})].$$

La carga total, obtenida de la corriente $u(1)$, es

$$Q = (2\pi^3 V^{-1} q \sum_{\mathbb{p},r} (-c_r^+(\mathbb{p}) c_r(\mathbb{p}) + d_r^+(\mathbb{p}) d_r(\mathbb{p})).$$

El propagador difiere de la función de Green

El propagador es el siguiente valor de expectación:

$$i\Gamma_F(x-y)_{ab} = \langle 0|T(\Psi_a(x)\bar{\Psi}_b(y))|0\rangle.$$

Usando la expansión de Fourier de los campos obtenemos

$$\begin{aligned} i\Gamma_F(x-y) = & \theta(x_0 - y_0) \int \frac{d^3\mathbb{p}}{(2\pi)^3 2\omega_{\mathbb{p}}} \left(\frac{S(\mathbb{p}) + m^2}{2m^2} \right) e^{-ip(x-y)} \\ & + \theta(y_0 - x_0) \int \frac{d^3\mathbb{p}}{(2\pi)^3 2\omega_{\mathbb{p}}} \left(\frac{S(\mathbb{p}) + m^2}{2m^2} \right) e^{ip(x-y)}. \end{aligned}$$

con $\omega_{\mathbb{p}} = \sqrt{\mathbb{p}^2 + m^2}$. La representación covariante

$$i\Gamma_F(x-y) = i \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{\Delta(p)}{p^2 - m^2 + i\epsilon} e^{-ip(x-y)}.$$

incorpora términos proporcionales a $(p^2 - m^2)$.

$$\Delta(p) = \frac{S(p) + m^2}{2m^2} - \frac{p^2 - m^2}{2m^2}.$$

La representación es quiral, pero la teoría no

Podemos definir campos quirales mediante las proyecciones

$$\psi_R = P_R \psi = \frac{1}{2} (\mathbb{1} + \chi) \psi \quad \text{and} \quad \psi_L = P_L \psi = \frac{1}{2} (\mathbb{1} - \chi) \psi.$$

El Lagrangiano en términos de los campos quirales es

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = \frac{1}{2} [& \overline{\psi_R} (i\partial)^2 \psi_L + \overline{\psi_R} S(i\partial) \psi_R + \overline{\psi_L} S(i\partial) \psi_L] \\ & - m^2 [\overline{\psi_R} \psi_L + \overline{\psi_L} \psi_R]. \end{aligned}$$

El operador cinético acopla campos izquierdos y derechos, y la única posibilidad es una realización no lineal de la simetría quiral.

Hay una rica estructura de auto-interacciones

El campo tiene dimensión de masa uno, y es posible construir un potencial con bastantes términos. El Lagrangiano de auto-interacción de dimensión cuatro más general es

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{self} = & c_1 (\bar{\psi}\psi)^2 + c_2 (\bar{\psi}\chi\psi)^2 + c_3 (\bar{\psi}S_{\mu\nu}\psi)^2 \\ & + c_4 (\bar{\psi}\chi S_{\mu\nu}\psi)^2 + c_5 (\bar{\psi}M_{\mu\nu}\psi)^2 + c_6 (\bar{\psi}C_{\mu\nu\alpha\beta}\psi)^2 \\ & + c_7 (\bar{\psi}\psi) (\bar{\psi}\chi\psi) + c_8 (\bar{\psi}S_{\mu\nu}\psi) (\bar{\psi}\chi S^{\mu\nu}\psi) \\ & + c_9 (\bar{\psi}M_{\mu\nu}\psi) (\bar{\psi}\chi M^{\mu\nu}\psi) \\ & + c_{10} (\bar{\psi}C_{\mu\nu\alpha\beta}\psi) (\bar{\psi}\chi C^{\mu\nu\alpha\beta}\psi) .\end{aligned}$$

Estas pueden ser relevantes para la descripción de física BSM.

Conclusiones

- ▶ Estudiamos una teoría para campos de materia de espín uno en la representación $(1, 0) \oplus (0, 1)$.
- ▶ Este *setup* evade los teoremas de imposibilidad, el problema de Velo-Zwanziger, y la inestabilidad de Ostrogradsky.
- ▶ Clásicamente, el análisis de las restricciones permite eliminar los grados de libertad redundantes y describir la dinámica.
- ▶ La cuantización canónica procede convencionalmente a partir de los corchetes de Dirac. El único punto sutil es la definición covariante del propagador.
- ▶ Energía, momento, y carga tienen formas razonables.
- ▶ Las interacciones de norma de este campo deben ser vectoriales. Hay una rica estructura de auto-interacciones.

¡Gracias!