

Contribución de dispersión luz por luz hadrónica al $g - 2$ del muón.

Adolfo Guevara



Departamento de Física
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN (Cinvestav)

en colaboración con Gabriel López Castro y Pablo Roig
Phys. Rev. D89 (2014) 073016 y trabajo en progreso

XXX Reunión Anual, DPyC, 23 mayo 2016

Contenido

Propósito

a_μ

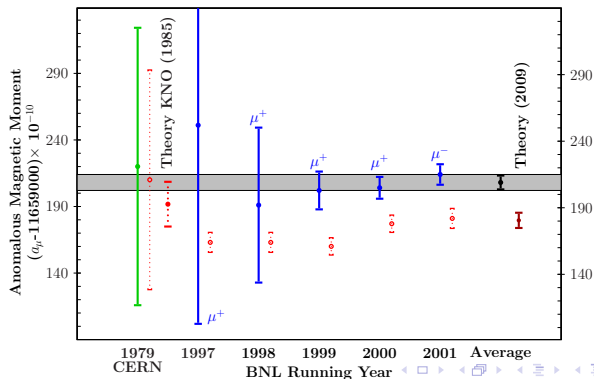
Factores de forma

Resultados

Conclusiones

Propósito

- El propósito de este trabajo es reducir la incertidumbre teórica en el cálculo del a_μ , cuya principal fuente de incertidumbre viene de las contribuciones hadrónicas. Por esto, analizamos la contribución de dispersión luz por luz hadrónica usando Teoría Quiral de Perturbaciones con resonancias ($R\chi T$).



Momento magnético anómalo a_μ

- Se define como las correcciones cuánticas al factor giromagnético g

$$a_\ell := \frac{g_\ell - 2}{2}.$$

- Existe una discrepancia entre el valor experimental¹ y la predicción teórica² de $\sim 3.5\sigma$.
- El error experimental es de $\delta a_\mu^{EXP} = 63 \times 10^{-11}$, mientras que la incertidumbre teórica es de $\delta a_\mu^{SM} = 46 \cdot 10^{-11} \oplus 26 \cdot 10^{-11}$
- Hay planes para reducir³ el error experimental a 16×10^{-11} .

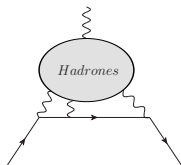
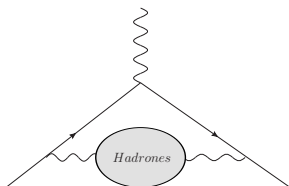
¹G. W. Bennet et al., [Muon g-2 Collab.], PRD73(2006)

²K.A. Olive et al., (Particle Data Group), Chin. Phys.C38(2014)

³Venanzoni, G., [Fermilab E989 Coll.], arXiv:1411.2555 [hep-ph],
B. Schwartz, PHIPSI15 Conference talk

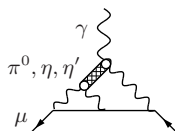
Contribuciones Hadrónicas

- Se tienen tres tipos principales de contribuciones: QED (dominante), EW y Hadrónicas. La última contribución domina la incertidumbre.
- Ésta tiene dos tipos de subcontribuciones: Polarización del Vacío Hadrónico (HVP) y Dispersión luz por luz (HLbL).
- La mayor incertidumbre viene de HVP ($\delta a_\mu^{HVP} = 46 \cdot 10^{-11}$). La incertidumbre en HLbL es de $\delta a_\mu^{HLbL} = 26 \cdot 10^{-11}$.

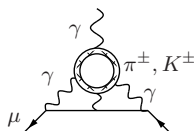


Nuestra contribución

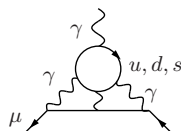
- Para HLbL hay tres contribuciones. El intercambio de mesón de la figura a) puede incluir resonancias axiales, escalares, etc.
- Usando⁴ $R_\chi T$ calculamos intercambio de los pseudoescalares más ligeros en el diagrama a).
- Existe una cancelación⁵ entre el resto de los diagramas dando contribución total $\sim \frac{1}{10}$ de la del diagrama a).



(a) [L.D.]



(b) [L.D.]



(c) [S.D.]

⁴G. Ecker, J. Gasser A. Pich & E. De Rafael Nucl.Phys. B321(1989)
P.D. Ruíz-Femenía *et al.*, JHEP 0307 (2003)

⁵F. Jegerlehner and A. Nyffeler, Physics Reports 477 (2009)

$$F_{\pi\gamma\gamma}$$

- Por medio de $R\chi T$ encontramos⁶

$$F_{\pi\gamma^*\gamma^*}(p^2, q^2, r^2) = \frac{2r^2}{3F} \left[-\frac{N_C}{8\pi^2 r^2} + 4F_V^2 \frac{d_3(p^2 + q^2)}{(M_V^2 - p^2)(M_V^2 - q^2)r^2} \right. \\ \left. + \frac{4F_V^2 d_{123}}{(M_V^2 - p^2)(M_V^2 - q^2)} + \frac{16F_V^2 P_3}{(M_V^2 - p^2)(M_V^2 - q^2)(M_P^2 - r^2)} \right. \\ \left. - \frac{2\sqrt{2}}{M_V^2 - p^2} \left(\frac{F_V}{M_V} \frac{r^2 c_{1235} - p^2 c_{1256} + q^2 c_{125}}{r^2} + \frac{8P_2 F_V}{(M_P^2 - r^2)} \right) + (q^2 \leftrightarrow p^2) \right]$$

- Donde p^2 , q^2 y r^2 son los momentos de los fotones y el π^0 , respectivamente. P_2 y P_3 son acoplamientos con resonancias pseudoescalares. Los demás parámetros se fijaron del comportamiento asintótico⁷ de funciones de Green VVP .

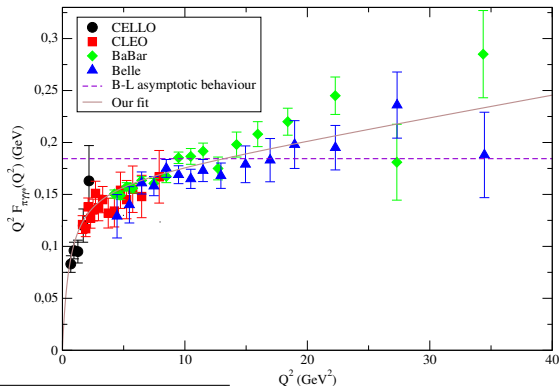
⁶K. Kampf & J. Novotný, PRD84 (2011)

P. Roig, AG & G. López Castro, PRD89 (2014)

⁷J. Sanz-Cillero and P. Roig, Phys.Lett. **B733** (2014)

Parámetros de $F_{\pi\gamma\gamma}$

- BaBar⁸ mostró un comportamiento diferente a B-L⁹, por lo que decidimos¹⁰ ajustar P_2 usando estos y datos de Belle¹¹.



⁸P. del Amo Sanchez *et al.*, [BaBar Collab.], PRD84(2011)

⁹S. Brodsky y G. Farrar, PRL31 (1973), G. P. Lepage y S. Brodsky PRD22 (1980)

¹⁰P. Roig, AG, G. López Castro, PRD89 (2014)

¹¹C. P. Shen *et al.*, [Belle Collab.], PRD88(2013)

Parámetros de $F_{\pi\gamma\gamma}$

- Previamente se determinó¹² F_V ajustando datos de BaBar del decaimiento $\tau \rightarrow \nu_\tau 3\pi$, con un error de 5%, por lo que lo variamos 10% alrededor del valor asintótico.

- Hay un buen acuerdo debido al valor de P_2 , del ajuste de $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\pi^0$ (diapositiva previa), obteniendo


$$P_2 = -(1.13 \pm 0.12) \cdot 10^{-3} \text{ GeV}$$

- De $\pi(1300) \rightarrow \gamma\gamma$ y $\pi(1300) \rightarrow \rho\gamma$ obtenemos

$$P_3 = -(1.2 \pm 0.3) \cdot 10^{-2} \text{ GeV}^2$$

- Teniendo así que $a_\mu^{\pi^0 LbL} = 6.66 \pm 0.21 \times 10^{-10}$, lo cual compara muy bien con resultados anteriores¹³.

¹²O. Shekhovtsova *et al.* PRD 88 (2013)

¹³K. Kampf y J. Novotný, PRD84 (2011), tienen una incertidumbre F_V^{Kampf} $\sim 8.4\%$ (en el 10% de variación del F_V asintótico) y no usan datos de Belle. 

$$a_\mu^{PLbL}$$

- Una vez determinados los acoplamientos para π TFF, para $\eta^{(\prime)}$ quedan completamente determinados en función de este. Así se calcula la contribución para η

$$a_\mu^{\eta LbL} = (2.04 \pm 0.44) \times 10^{-10}$$

- para η'

$$a_\mu^{\eta' LbL} = (1.77 \pm 0.23) \times 10^{-10}$$

- Teniendo un valor para intercambio de pseudoescalares de

$$a_\mu^{PLbL} = (10.47 \pm 0.54) \times 10^{-10}$$

- Al sumar las contribuciones restantes al HLbL se tiene¹⁴

$$a_\mu^{HLbL} = (11.8 \pm 2.0) \times 10^{-10}$$

¹⁴F. Jegerlehner and A. Nyffeler, Physics Reports 477 (2009)

$$a_\mu^{HLbL}$$

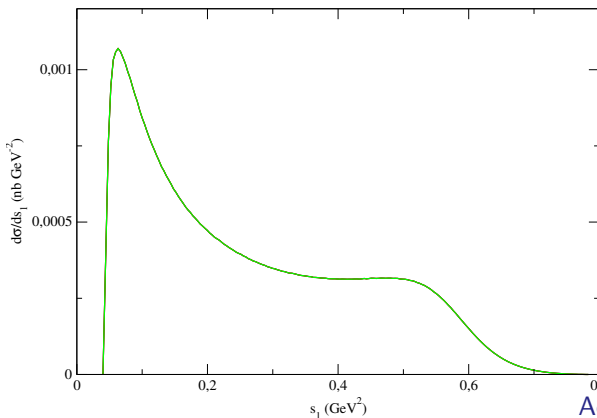
- Comparando nuestro resultado con análisis previos.

$a_\mu^{HLbL} \cdot 10^{10}$	Contribución
11.6 ± 4.0	F. Jegerlehner and A. Nyffeler Phys.Rep 477(2009)
10.5 ± 2.6	Prades, De Rafael and Vainshtein ¹⁵ Advanced series on directions in high energy physics. Vol. 20
11.8 ± 2.0	Nuestro resultado

¹⁵Prades *et al.* sólo incluyen el loop de *charm* en la evaluación de quarks pesados.

Propuesta de nuevo observable

- Esto nos llevó a proponer la medición de $\frac{d}{ds_1}\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-\pi^0) @ (1.02 \text{ GeV})^2$ (KLOE-2) como una forma nueva de medir $F_{\pi\gamma\gamma}$, siendo s_1 la masa invariante del dileptón $\mu^+\mu^-$.



Trabajo en progreso

- Para obtener una predicción más precisa, estamos trabajando en Decaimientos Dalitz dobles,¹⁶ es decir

$$\pi^0, \eta^{(\prime)} \rightarrow \gamma^{(*)} \gamma^{(*)}$$

- Así mismo, trabajamos en transiciones incluyendo resonancias vectoriales neutras¹⁷

$$V^0 \rightarrow P^0 \gamma^{(*)}$$

- Con lo anterior, estamos buscando reducir la incertidumbre en los parámetros de $R_{\chi T}$ e introducirlos posteriormente en el cálculo de la a_{μ}^{HLbL} .

¹⁶R. Escribano y S. González-Solís, arXiv:1511.04916 [hep-ph]

¹⁷C. Terschülßen and S. Leupold, Phys. Lett. B691 (2010)

Conclusiones

- Encontramos una contribución al a_{μ}^{HLbL} consistente con mejor precisión y consistente con otros modelos teóricos.
- Encontramos que la aproximación del polo del pión subestima el factor de transición en un 14%, en acuerdo con trabajos anteriores¹⁸.
- Obtuvimos la primera predicción para el observable $\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-\pi^0)$, que podrá ser medido en KLOE-2. También para η y η' en los experimentos de Novosibirsk.
- Se puede reducir aún más la incertidumbre mejorando la determinación de parámetros, como se está haciendo en el trabajo en progreso.

¹⁸F. Jegerlehner and A. Nyffeler, Physics Reports 477 (2009)

Back up

Anomalous magnetic moment a_ℓ

- However, from hyperfine splitting of the ground state of hydrogen and deuterium in 1947, Nafe *et al.* measured¹⁹

$$\delta\mu/\mu = 0.00126 \pm 0.00019$$

- Which came to be consistent with Schwinger's²⁰ prediction of a deviation from $g = 2$, defined as the anomalous magnetic moment a_μ .



$$a_\ell := \frac{g_\ell - 2}{2} = \frac{\alpha}{2\pi} + \mathcal{O}(\alpha^2).$$

¹⁹J. E. Nafe *et al.*, Phys.Rev. 71 (1947)

²⁰J. S. Schwinger, Phys.Rev. 73 (1948)

Why $\ell = \mu$?

- Ever since, there has been more precise measurements and computations of the a_ℓ , making it feasible to search for physics Beyond Standard Model (BSM) in a_ℓ .
- On other hand, angular momentum conservation shows that in $\ell \rightarrow \gamma \ell$ processes, ℓ must flip its spin. Only for massive particles, spin flips are allowed \Rightarrow the amplitude must be proportional to the mass m_ℓ .
- Therefore, contributions Beyond Standard Model (BSM) to the a_ℓ , like chiral d=5 operator $\frac{g}{\Lambda} \bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \psi$ must be suppressed by a factor $\sim \frac{gm_\ell}{\Lambda^2}$.
- If current discrepancy is from BSM contribution to a_μ ,

$$\Lambda \approx \sqrt{g} \ 100 \text{ TeV}$$

Why not $\ell = \tau$?

- Since transition probability is squared modulus of the amplitude, BSM effects will be easier to detect with $\ell = \mu$

$$\left(\frac{m_\mu}{m_e}\right)^2 \sim 4 \times 10^4$$

- Therefore, BSM effects should be larger on a_τ . Nevertheless, τ_τ is so small that experimental results²¹ are still compatible with $a_\tau = 0$.

$$\tau_\mu = 2.197 \times 10^{-6} \text{s}, \quad \tau_\tau = 2.906 \times 10^{-13} \text{s} \quad \Rightarrow \quad \frac{\tau_\tau}{\tau_\mu} \sim 10^{-7}$$

²¹K. Ackerstaff *et al.*, [OPAL Collab.] Phys.Lett.B431(1998)
 M. Acciarri *et al.*, [L3 Collab.] Phys.Lett.B434(1998)
 W. Lohmann, Nucl.Phys.B144(2005)

$$\ell = \mu$$

- Even though measurements of a_e are 2250 times more precise²² a_μ is

$$\frac{1}{2250} \left(\frac{m_\mu}{m_e} \right)^2 \sim 19$$

times more sensitive to BSM contributions.

- Therefore, it would be more plausible to find such a deviation in the a_μ .

²²R.S. Van Dyck *et al.*, PRL59(1987);
P.J. Mohr *et al.*, Rev.Mod.Phys.72(2000)

Contributions to a_μ

- The computation of a_μ can be splitted in different contributions, whose values can be found in PDG²³

$$a_\mu = a_\mu^{QED} + a_\mu^{EW} + a_\mu^{Had}$$

- a_μ^{QED} are all corrections²⁴ that might come from QED

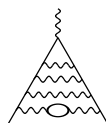
$$a_\mu^{QED} = 116584718.95(0.08) \times 10^{-11} + \mathcal{O}\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^6$$



(18)



(18)



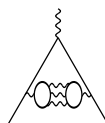
(2072)



(120)



(18)



(2)

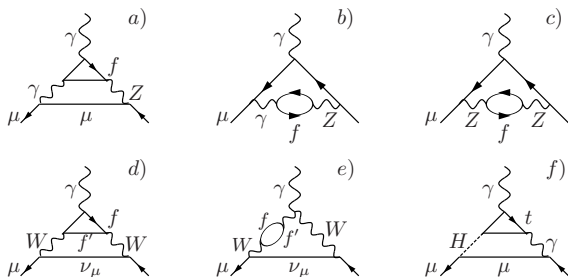
²³K.A. Olive *et al.* (Particle Data Group), Chin.Phys.C38(2014)

²⁴T. Aoyama *et al.* PRL 109(2012)

$$a_\mu^{EW}$$

- a_μ^{EW} are Electroweak contribution that are not a_μ^{QED} (W^\pm, Z, H) at two loops²⁵. Three loops contribution is negligible ($\lesssim 0.4 \times 10^{-11}$).

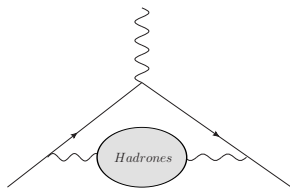
$$a_\mu^{EW} = 153.6(1.0) \times 10^{-11}$$



²⁵C. Gneidiger *et al.*, Phys.Rev.D88 (2013)

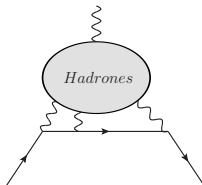
Hadronic contributions

- a_μ^{Had} can be separated into two contributions, the PDG values are the following.²⁶



Hadronic Vacuum Polarization (HVP) contribution.

$$a_\mu^{HVP} = 6923(42)(3) \times 10^{-11}$$



Hadronic light-by-light (HLbL) contribution. $a_\mu^{HLbL} = 105(26) \times 10^{-11}$

²⁶K.A. Olive *et al.*, (Particle Data Group), Chin. Phys.C38(2014)

For HVP, M. Davier *et al.* Eur.Phys.J. C71 (2011)

For HLbL J. Prades *et al.* Advanced series on directions in HEP Vol20.

Hadronic contributions to a_μ

- All the contributions and their uncertainties are shown in the next table.

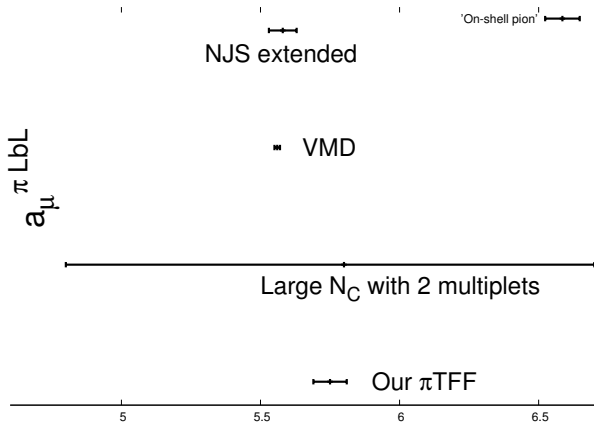
Contribution	$\times 10^{11}$	Uncertainty $\times 10^{11}$
QED	116 584 718.95	0.08
EW	153.6	1.0
Had	7 028	(42) _{Vac. Pol.} (26) _{Light-by-Light}
Total	116 591 803	(1)(42)(26)
Exp	116 592 091	(54)(33)

- Clearly, the largest uncertainty comes from the hadronic contribution.
- With these values there is a discrepancy

$$a_\mu^{\text{exp}} - a_\mu^{\text{SM}} = 288(63)(49) \times 10^{-11} \sim 3.5\sigma$$

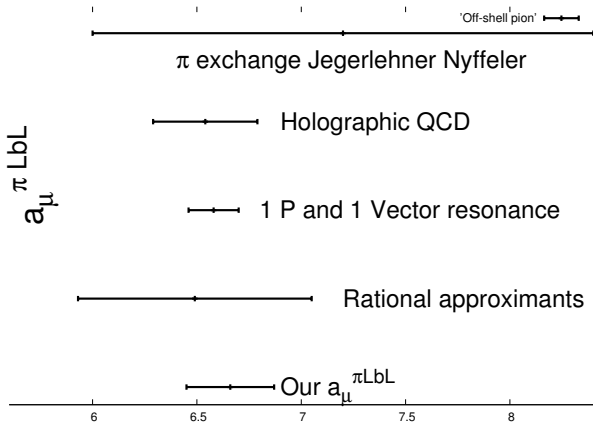
$$a_{\mu}^{\pi^0 LbL}$$

- Comparing our on-shell result with other works



$$a_{\mu}^{\pi^0 LbL}$$

- And our off-shell result with other works



η y η'

- Including η y η' , parametrized consistently with $1/N_C$ small

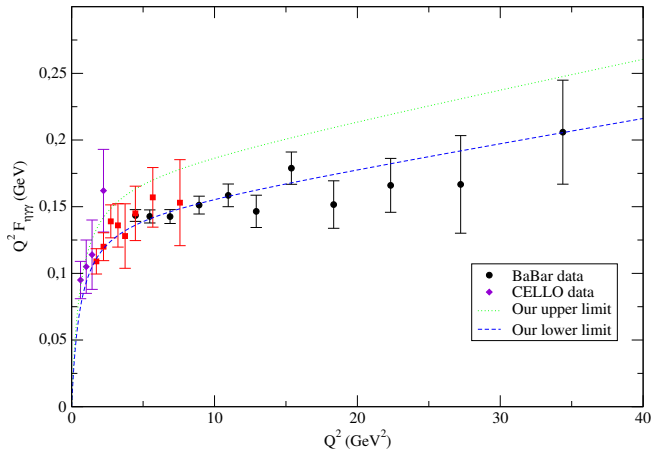
$$\text{diag}(U) = \left(\frac{\pi^0 + C_q \eta + C_{q'} \eta'}{\sqrt{2}}, \frac{-\pi^0 + C_q \eta + C_{q'} \eta'}{\sqrt{2}}, -C_s \eta + C_{s'} \eta' \right)$$

- Therefore, the Form Factors change only by a factor.

$$F_{\eta^{(\prime)}\gamma\gamma}(p^2, q^2, r^2) = \left(\frac{5}{3} C_{q^{(\prime)}} \mp \frac{\sqrt{2}}{3} C_{s^{(\prime)}} \right) F_{\pi\gamma\gamma}(p^2, q^2, r^2)$$

η y η'

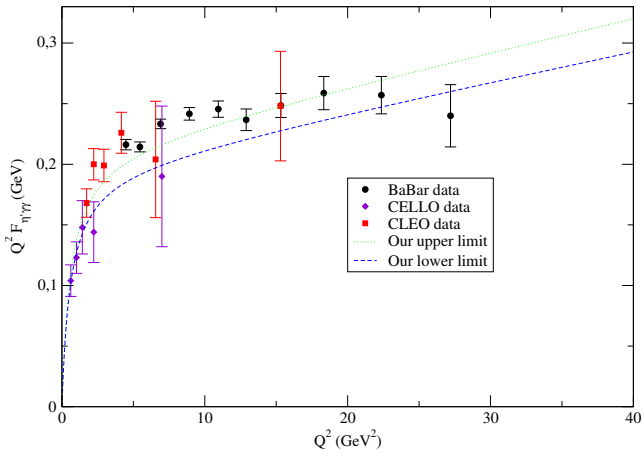
- So we get the following prediction²⁷ for η



²⁷P. Roig, AG, G. López Castro, PRD89 (2014)

η y η'

- and²⁸ for η'



²⁸P. Roig, AG, G. López Castro, PRD89 (2014)

$$a_\mu^{HLbL}$$

- Now we can compare our results with earlier results.

$a_\mu^{HLbL} \cdot 10^{10}$	Contribution
11.6 ± 4.0	F. Jegerlehner and A. Nyffeler Phys.Rep 477(2009)
10.5 ± 2.6	Prades, De Rafael and Vainshtein ²⁹
11.8 ± 2.0	Advanced series on directions in high energy physics. Vol. 20 Our contribution

²⁹Prades *et al.* only include the *charm* loop in the heavy quark loop evaluation.

Proposal of new observable

- This new observable would give complementary information about π TFF for using it directly in a_μ^{HLbL} calculation.
- Taking into account the factors for $\eta^{(\prime)}$, an analogous observable can be obtained for these particles too.
- With $d\sigma/ds_1$ information about $P2$, $P3$, $C_{q^{(\prime)}}$ and $C_{s^{(\prime)}}$ could be measured to improve even more the theoretical prediction of a_μ^{HLbL} .

a_μ in different frameworks

$a_\mu^{\pi^0 LbL} \cdot 10^{10}$	Model and Reference
5.58 ± 0.05	Nambu-Jona-Lasinio extended (Bijnens et al. 1995)
5.56 ± 0.01	VMD (Hayakawa et al. 1995)
5.8 ± 1.0	Large N_C 2 vector meson π -pole (Knecht and Nyffeler 2002)
7.2 ± 1.2	π exchange (Jegerlehner and Nyffeler 2009)
6.54 ± 0.25	Holographic QCD (Cappiello et al. 2011)
6.58 ± 0.12	A pseudoscalar and a vector meson (Kampf, Novotny 2011)
6.49 ± 0.56	Rational aproximants (Masjuan and Vanderhaeghen 2012)
5.0 ± 0.4	Non-local Chiral Quark model (Dorokhov et al 2012)
5.75 ± 0.06	our result with real π
6.66 ± 0.21	Our result (2014)

Resonance Chiral Theory $R_{\chi}T$

- The relevant degrees of freedom are³⁰ the octet of the lightest pseudoscalar (π , K , η and η').
- The expansion parameter in this theory is $1/N_C$, and in large N_C the $U(1)_A$ broken symmetry is restored, that is the reason for taking η' at the same level as the other resonances.

³⁰G. Ecker, J. Gasser A. Pich y E. De Rafael Nucl.Phys. B321(1989)

$R_\chi T$

- Thus, being $U(3)_V$ the underlying symmetry, the interaction terms between resonances, external currents and $\{\pi, K, \eta, \eta'\}$ are

$$\mathcal{L}^V = \frac{F_V}{2\sqrt{2}} \langle V_{\mu\nu} f_+^{\mu\nu} \rangle + i \frac{G_V}{\sqrt{2}} \langle V_{\mu\nu} u^\mu u^\nu \rangle$$

$$\mathcal{L}_{VJP} = \sum_i^7 \frac{c_i}{M_V} \mathcal{O}_{VJP}^i; \quad \mathcal{L}_{VVP} = \sum_i^4 \frac{d_i}{M_V} \mathcal{O}_{VVP}^i$$

- These are examples of such operators³¹

$$\mathcal{O}_{VJP}^2 = \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \langle \{ V^{\mu\alpha}, f_+^{\rho\sigma} \} \nabla_\alpha u^\nu \rangle$$

$$\mathcal{O}_{VVP}^1 = \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \langle \{ V^{\mu\nu}, V^{\rho\alpha} \} \nabla_\alpha u^\sigma \rangle$$


³¹P.D. Ruíz-Femenía *et al.*, JHEP 0307 (2003)

$F_{\pi\gamma\gamma}$ parameters

- $R_{\chi T}$ parameters can be found using short distance behavior of QCD, which predicts an asymptotic behavior of s^{-1} for this process.
- Thus, short distance relationships³² ensure a convergent behavior

$$d_3 = -\frac{N_C M_V^2}{64\pi^2 F_V^2} + \frac{F^2}{8F_V^2} - \frac{4\sqrt{2}P_2}{F_V}; \quad c_{125} = 0; \quad d_{123} = \frac{1}{24};$$

$$F_V = \sqrt{3}F; \quad c_{125} = 0; \quad c_{1256} = -\frac{N_C M_V}{32\sqrt{2}\pi^2 F_V}$$

³²J. Sanz-Cillero and P. Roig, Phys.Rev.Lett.B733(2014) 

Restored $U(1)_A$

- Within t'Hooft's large N_C , the anomaly term is suppressed by a factor $1/N_C$ with respect to the rest of the QCD lagrangian

$$\frac{g^2}{8\pi^2} \frac{\theta}{N_C} \text{Tr} F^{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu},$$

- Therefore in the limit $N_C \rightarrow \infty$ the $U(1)_A$ symmetry is restored.

Wess-Zumino-Witten

- A fundamental part of the analysis is the WZW term, which is order p^4 in the chiral counting and describe intrinsic odd interactions ³³.

$$\begin{aligned}
 Z[U, l, r] &= -\frac{iN_C}{240\pi^2} \int_{M^5} d^5x \varepsilon^{ijklm} \langle \Sigma_i^L \Sigma_j^L \Sigma_k^L \Sigma_l^L \Sigma_m^L \rangle \\
 &\quad - \frac{iN_C}{48\pi^2} \int d^4x \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} (W(U, l, r)^{\mu\nu\rho\sigma} - W(\mathbf{1}, l, r)^{\mu\nu\rho\sigma}) \\
 W(U, l, r)_{\mu\nu\rho\sigma} &= \langle U l_\mu l_\nu l_\rho U^\dagger r_\sigma + \frac{1}{4} U l_\mu U^\dagger r_\nu U l_\rho U^\dagger r_\sigma + i U \partial_\mu l_\nu l_\rho U^\dagger r_\sigma \\
 &\quad + i \partial_\mu r_\nu U l_\rho U^\dagger r_\sigma - i \Sigma_\mu^L l_\nu U^\dagger r_\rho U l_\sigma + \Sigma_\mu^L U^\dagger \partial_\nu r_\rho U l_\sigma \\
 &\quad - \Sigma_\mu^L \Sigma_\nu^L U^\dagger r_\rho U l_\sigma + \Sigma_\mu^L l_\nu \partial_\rho l_\sigma + \Sigma_\mu^L \partial_\nu l_\rho l_\sigma - i \Sigma_\mu^L l_\nu l_\rho l_\sigma \\
 &\quad + \frac{1}{2} \Sigma_\mu^L l_\nu \Sigma_\rho^L l_\sigma - i \Sigma_\mu^L \Sigma_\nu^L \Sigma_\rho^L l_\sigma - (L \leftrightarrow R) \rangle, \\
 \Sigma_\mu^L &= U^\dagger \partial_\mu U, \Sigma_\mu^R = U \partial_\mu U^\dagger,
 \end{aligned} \tag{1}$$

³³J. Wess and B. Zumino Phys.Lett.37B(1971)
E. Witten, Nucl. Phys. B223 (1983)

Contribución de resonancias a las LEC de χ PT a $\mathcal{O}(p^4)$

- El lagrangiano de interacción de las resonancias vectoriales es

$$\mathcal{L}(V) = \langle V_{\mu\nu} J^{\mu\nu} \rangle; \quad J^{\mu\nu} = \frac{F_V}{2\sqrt{2}} f_+^{\mu\nu} + i \frac{G_V}{2\sqrt{2}} [u^\mu, u^\nu]$$

- Con $f^{\mu\nu}{}_{\pm} = u F_L^{\mu\nu} u^\dagger \pm u^\dagger F_R^{\mu\nu} u$, donde

$$F_{R,L}^{\mu\nu} = \partial^\mu (r, \ell)^\nu - \partial^\nu (r, \ell)^\mu - i [(r, \ell)^\mu, (r, \ell)^\nu]$$

- siendo r y ℓ las corrientes vectoriales y axiales externas, respectivamente.
- y $u^\mu = i [u^\dagger (\partial^\mu - ir^\mu) u - u (\partial^\mu - i\ell^\mu) u^\dagger] = iu^\dagger D_\mu U u^\dagger$
- F_V y G_V son parámetros reales.

- Así, se encuentra que V debe cumplir una ecuación de constricción

$$\nabla^\alpha \nabla_\rho V^{\alpha\beta} - \nabla^\beta \nabla_\rho V^{\rho\alpha} + M_V^2 V^{\alpha\beta} = -2J^{\alpha\beta}$$

- Donde $\nabla_\mu R = \partial_\mu R + [\Gamma_\alpha, R]$ y

$$\Gamma_\alpha = \frac{1}{2}[u^\dagger(\partial_\alpha - ir_\alpha)u + u(\partial_\alpha - il_\alpha)u^\dagger].$$

Al sustituir V y a orden p^4 se tiene que

$$L_1^V = \frac{G_V^2}{8M_V^2} \quad L_2^V = 2L_1^V \quad L_3^V = -6L_1^V$$

$$L_9^V = \frac{F_V G_V}{2M_V^2} \quad L_{10}^V = -\frac{F_V^2}{4M_V^2}$$

- y de igual forma para las demás resonancias.