

Oscilaciones de neutrinos en materia constante sin parametrización¹

Luis Flores Sandoval

Dr. Omar Miranda

Centro de investigación y de estudios avanzados del I.P.N.

XXX Reunión Anual de la DPyC

24 de Mayo de 2016

¹arXiv:1511.03343

- ▶ Motivación
- ▶ Probabilidad exacta sin parametrización
- ▶ Expresiones aproximadas
- ▶ Resultados
- ▶ Conclusiones y perspectivas

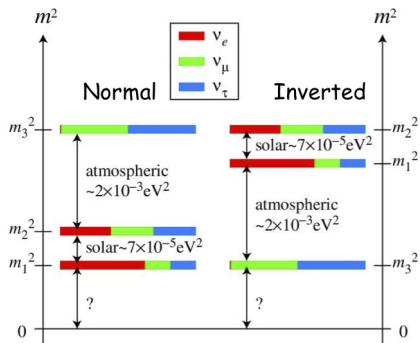
La parametrización de la matriz de mezcla leptónica utilizada en los análisis es:

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta_{CP}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta_{CP}} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^2$$

$$U = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix}$$

Preguntas abiertas

- ▶ Valor absoluto m_i
- ▶ Majorana o Dirac
- ▶ Origen de su masa
- ▶ U_{PMNS} es unitaria \Leftarrow
- ▶ δ_{CP}
- ▶ $Sign(\Delta m_{32}^2)$
- ▶ $Sign(\theta_{23})$



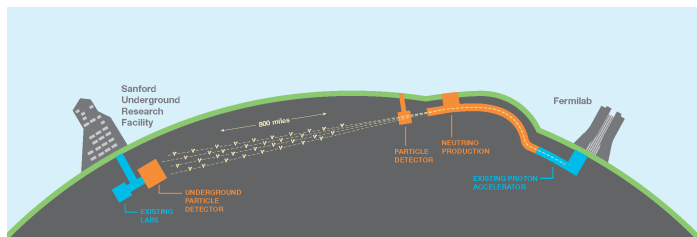
Obedecen la ecuación de movimiento:

$$i \frac{d}{dt} \nu_j = \frac{m_j^2}{2E} \nu_j$$

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{\ell > j}^n \operatorname{Re} [U_{\alpha\ell}^* U_{\beta\ell} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{\ell j}^2 L}{4E} \right) \\ + 2 \sum_{\ell > j}^n \operatorname{Im} [U_{\alpha\ell}^* U_{\beta\ell} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \sin \left(\frac{\Delta m_{\ell j}^2 L}{2E} \right),$$

donde U es la matriz de mezcla en el vacío tal que $\nu_\alpha = \sum U_{\alpha i} \nu_i$.

¿Qué ocurre en presencia de materia?



Los neutrinos con **sabor** definido sienten un potencial debido a la interacción con materia:

$$V_{CC} = \sqrt{2}G_F N_e \quad (\text{neutrinos})$$

$$V_{CC} = -\sqrt{2}G_F N_e \quad (\text{antineutrinos})$$

Expresiones Exactas (Materia)

Ecuación de movimiento:

$$i \frac{d}{dt} \nu_j = \underbrace{\frac{1}{2E} \sum_k (m_j^2 \delta_{jk} + 2EV_{CC} U_{ej}^* U_{ek})}_{\equiv H_M} \nu_k$$

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{\ell > j}^n \operatorname{Re} [V_{\alpha\ell}^* V_{\beta\ell} V_{\alpha j} V_{\beta j}^*] \sin^2 \left(\frac{\Delta M_{\ell j}^2 L}{4E} \right) \\ + 2 \sum_{\ell > j}^n \operatorname{Im} [V_{\alpha\ell}^* V_{\beta\ell} V_{\alpha j} V_{\beta j}^*] \sin \left(\frac{\Delta M_{\ell j}^2 L}{2E} \right),$$

donde V es la matriz de mezcla en **materia** tal que $\nu_\alpha = \sum V_{\alpha j} \nu'_j$

Vacío

$$\begin{aligned} \text{Frecuencia} &\propto \Delta m_{ji}^2 \equiv m_j^2 - m_i^2 \\ \text{Amplitud} &\propto U_{\alpha i} \end{aligned}$$

Materia

$$\begin{aligned} \text{Frecuencia} &\propto \Delta M_{ji}^2 \equiv M_j^2 - M_i^2 \\ \text{Amplitud} &\propto V_{\alpha i} \end{aligned}$$

Las matrices de mezcla se relacionan mediante

$$V = UW^T$$

La matriz W diagonaliza el Hamiltoniano de la ec. de mov. en materia de la forma:

$$W^{-1}H_MW = \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} M_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & M_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3^2 \end{pmatrix}.$$


Valores y vectores propios de H_M

Las raíces del polinomio cúbico son

$$\lambda_n = \frac{\alpha}{3} + \frac{2}{3} \sqrt{\alpha^2 - 3\beta} \cos \left[\frac{1}{3} \arccos \left(\frac{2\alpha^3 - 9\alpha\beta + 27\gamma}{2\sqrt{(\alpha^2 - 3\beta)^3}} \right) + \frac{2n\pi}{3} \right], \quad n = 0, 1, 2,$$

así que los valores propios o **masas efectivas** son ³

$$\begin{aligned} M_1^2 \equiv \lambda_1 &= \frac{\alpha}{3} - \frac{1}{3} \sqrt{\alpha^2 - 3\beta} \eta - \frac{\sqrt{3}}{3} \sqrt{\alpha^2 - 3\beta} \sqrt{1 - \eta^2}, \\ M_2^2 \equiv \lambda_2 &= \frac{\alpha}{3} - \frac{1}{3} \sqrt{\alpha^2 - 3\beta} \eta + \frac{\sqrt{3}}{3} \sqrt{\alpha^2 - 3\beta} \sqrt{1 - \eta^2}, \\ M_3^2 \equiv \lambda_3 &= \frac{\alpha}{3} + \frac{2}{3} \sqrt{\alpha^2 - 3\beta} \eta. \end{aligned}$$

³Encontrado por Zaglauer (1988) pero con parametrización 

Valores y vectores propios de H_M

donde

$$\alpha = \Delta m_{21}^2 + \Delta m_{31}^2 + A(|U_{e1}|^2 + |U_{e2}|^2 + |U_{e3}|^2)$$

$$\beta = \Delta m_{31}^2 \Delta m_{21}^2 + A \Delta m_{21}^2 (|U_{e1}|^2 + |U_{e3}|^2) + A \Delta m_{31}^2 (|U_{e1}|^2 + |U_{e2}|^2)$$

$$\gamma = A \Delta m_{21}^2 \Delta m_{31}^2 |U_{e1}|^2$$

$$\text{y } \eta = \cos \left[\frac{1}{3} \arccos \left(\frac{2\alpha^3 - 9\alpha\beta + 27\gamma}{2\sqrt{(\alpha^2 - 3\beta)^3}} \right) \right].$$

Valores y vectores propios de H_M

Los vectores propios más convenientes forman la matriz

$$W = \begin{pmatrix} \frac{\Lambda_1}{C_1} & \frac{AU_{e1}^* U_{e2} (M_2^2 - \Delta m_{31}^2)}{C_2} & \frac{AU_{e1}^* U_{e3} (M_3^2 - \Delta m_{21}^2)}{C_3} \\ \frac{AU_{e2}^* U_{e1} (M_1^2 - \Delta m_{31}^2)}{C_1} & \frac{\Lambda_2}{C_2} & \frac{AU_{e2}^* U_{e3} M_3^2}{C_3} \\ \frac{AU_{e3}^* U_{e1} (M_1^2 - \Delta m_{21}^2)}{C_1} & \frac{AU_{e3}^* U_{e2} M_2^2}{C_2} & \frac{\Lambda_3}{C_3} \end{pmatrix}.$$

donde

$$\Lambda_j = M_j^4 - \sum_{i \neq j} \left[M_j^2 (\Delta m_{i1}^2 + A|U_{ei}|^2) - A\Delta m_{i1}^2 |U_{ek}|^2 - \frac{1}{2} \Delta m_{i1}^2 \Delta m_{k1}^2 \right], \quad \text{para } k \neq i$$

$$C_j = \sqrt{\Lambda_j^2 + A^2 |U_{ej}|^2 \sum_{i \neq j} |U_{ei}|^2 (M_j^2 - \Delta m_{k1}^2)^2}, \quad \text{para } k \neq i.$$

Matriz de mezcla sin parametrización

Dada la relación $V = UW^T$, se encontró

Elementos de la matriz de mezcla

$$V_{\beta j} = \frac{\Lambda_j}{C_j} U_{\beta j} + A \sum_{i \neq j} \frac{U_{\beta i} U_{ei} U_{ej}^* (M_i^2 - \Delta m_{k1}^2)}{C_i} \quad \text{para } k \neq i$$

Expresiones Aproximadas

Para preservar la forma libre de parametrización, vamos a aproximar sobre las masas efectivas, aprovechando el hecho de que

$$\Delta m_{21}^2 \ll \Delta m_{31}^2$$

Como primer caso nos fijaremos cuando $\Delta m_{21}^2 \rightarrow 0$, esto implica que $\gamma \rightarrow 0$ y

$$\begin{aligned} M_1^2 \equiv \lambda_1 &= 0, \\ M_2^2 \equiv \lambda_2 &= \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\alpha^2 - 4\beta}, \\ M_3^2 \equiv \lambda_3 &= \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\alpha^2 - 4\beta}. \end{aligned}$$

Expresiones Aproximadas

$$\eta = \cos(3\theta) = \frac{2\alpha^3 - 9\alpha\beta + 27\gamma}{2\sqrt{(\alpha^2 - 3\beta)^3}} \implies \cos \theta = -\frac{\alpha/2}{\sqrt{\alpha^2 - 3\beta}}.$$

Considerando que γ no es cero, sino que $\gamma \ll \alpha\beta$, buscamos una "corrección" ε tal que

$$\cos \theta = \frac{-\frac{1}{2}\alpha + \varepsilon}{\sqrt{\alpha^2 - 3\beta}}$$

Se encontró que, despreciando términos $\mathcal{O}(\gamma^2/\beta^2)$

$$\varepsilon = \frac{3\gamma}{2\beta}$$

y las masas efectivas aproximadas son

$$M_1^2 \equiv \lambda_3 \simeq \frac{2}{3}\varepsilon.$$

$$M_2^2 \equiv \lambda_1 \simeq \frac{1}{2}\left(\alpha - \frac{2}{3}\varepsilon\right) - \frac{1}{2}\sqrt{\left(\alpha + \frac{2}{3}\varepsilon\right)^2 - 4\left[\beta + \left(\frac{2}{3}\varepsilon\right)^2\right]},$$

$$M_3^2 \equiv \lambda_2 \simeq \frac{1}{2}\left(\alpha - \frac{2}{3}\varepsilon\right) + \frac{1}{2}\sqrt{\left(\alpha + \frac{2}{3}\varepsilon\right)^2 - 4\left[\beta + \left(\frac{2}{3}\varepsilon\right)^2\right]},$$

Órdenes más altos de la aproximación

$$\lambda^3 - \alpha\lambda^2 + \beta\lambda - \gamma = 0,$$

$$(\lambda - M_1^2)(\lambda - M_2^2)(\lambda - M_3^2) = 0,$$

$$\lambda^3 - (M_1^2 + M_2^2 + M_3^2)\lambda^2 + (M_1^2 M_2^2 + M_1^2 M_3^2 + M_2^2 M_3^2)\lambda - M_1^2 M_2^2 M_3^2 = 0,$$

$$M_1^2 + M_2^2 + M_3^2 = \alpha$$

$$M_1^2 M_2^2 + M_1^2 M_3^2 + M_2^2 M_3^2 = \beta$$

$$M_1^2 M_2^2 M_3^2 \neq \gamma$$

$$M_1^2 M_2^2 M_3^2 = \frac{2}{3}\beta\epsilon - \frac{4}{9}\alpha\epsilon^2 + \frac{8}{27}\epsilon^3,$$

Órdenes más altos de la aproximación

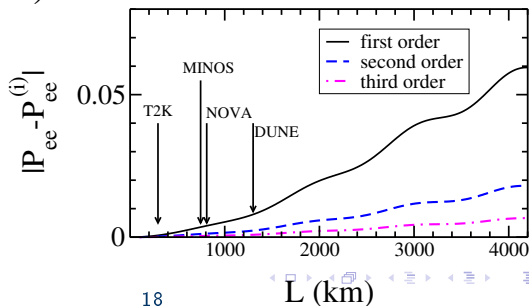
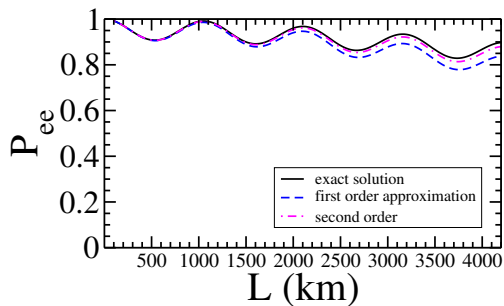
Parámetro de corrección en forma de serie de potencias

$$\varepsilon = \sum_{k=1}^{\infty} a_k(\alpha, \beta) \left(\frac{\gamma}{\beta}\right)^k$$

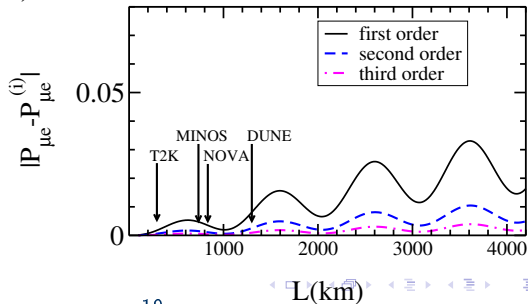
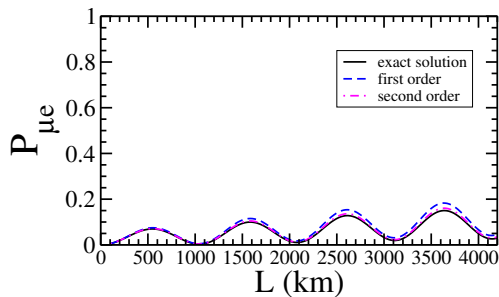
con

$$a_k(\alpha, \beta) = \frac{3}{2\beta} \left(\frac{4}{9}\alpha \sum_{\substack{i,j \\ i+j=k}} a_i a_j - \frac{8}{27} \sum_{\substack{i,j,l \\ i+j+l=k}} a_i a_j a_l \right); \quad k \geq 2$$

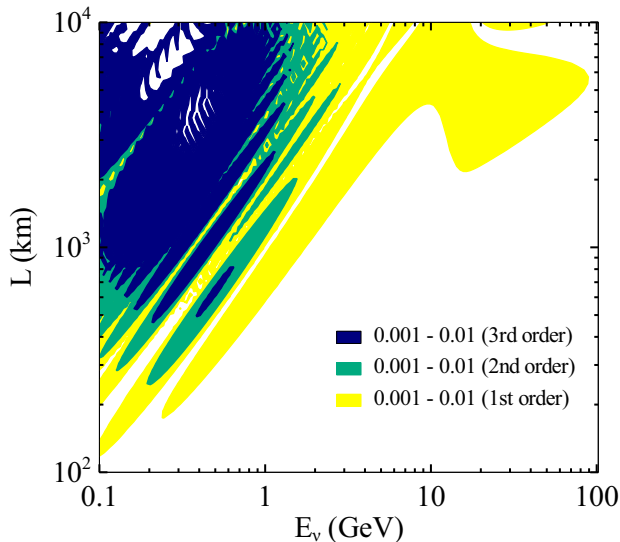
Probabilidad de supervivencia



Probabilidad de conversión



Diferencias absolutas para $P_{\mu e}$



Conclusiones y Perspectivas

- ▶ Se encontraron relaciones exactas y compactas de los elementos de la matriz de mezcla en materia V , que no dependen de una parametrización específica.
- ▶ Nuestra aproximación es capaz de competir con las ya conocidas.

-
- ▶ Generalizar nuestras expresiones para el caso en el que U no es unitaria.
 - ▶ Idear una prueba de unitariedad dadas esas expresiones para comparar con datos experimentales

¡ Gracias por su atención !

Backup

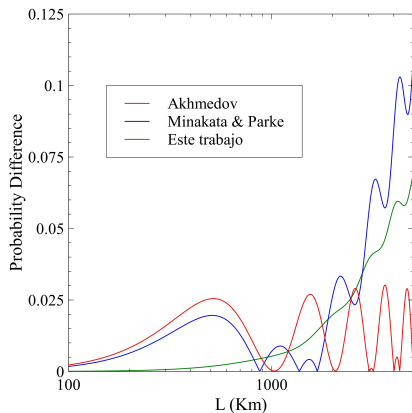
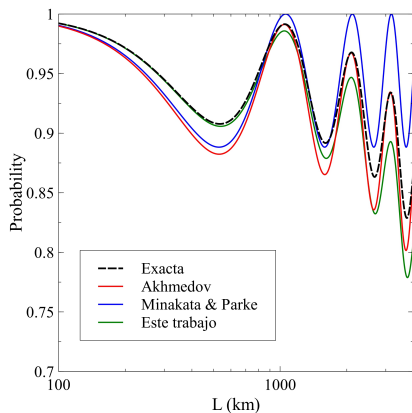
Medidas actuales de los parámetros

| Parámetro | Best fit | Rango 1σ | Rango 2σ | Rango 3σ |
|------------------------------------|-------------------------|-------------------------------|-----------------|-----------------|
| $\Delta m_{21}^2 (10^{-5} eV^2)$ | 7.62 | 7.43 – 7.81 | 7.27 – 8.01 | 7.12 – 8.20 |
| $ \Delta m_{31}^2 (10^{-5} eV^2)$ | 2.55 | 2.46 – 2.61 | 2.38 – 2.68 | 2.31 – 2.74 |
| | 2.43 | 2.37 – 2.50 | 2.29 – 2.58 | 2.21 – 2.64 |
| $\sin^2 \theta_{12}$ | 0.320 | 0.303 – 0.336 | 0.29 – 0.35 | 0.27 – 0.37 |
| $\sin^2 \theta_{23}$ | 0.613(0.427) | 0.400 – 0.461 & 0.573 – 0.635 | 0.38 – 0.66 | 0.36 – 0.68 |
| | 0.600 | | 0.39 – 0.65 | 0.37 – 0.67 |
| $\sin^2 \theta_{13}$ | 0.0246 | 0.0218 – 0.0275 | 0.019 – 0.030 | 0.017 – 0.033 |
| | 0.0250 | 0.0223 – 0.0276 | 0.020 – 0.030 | |
| δ | 0.80π -0.03π | $0 - 2\pi$ | $0 - 2\pi$ | $0 - 2\pi$ |

Fig. 1: Ajuste global de los parámetros de las oscilaciones de neutrinos ⁴

⁴Forero, D. V. and Tortola, M. and Valle, J. W. F., arXiv/1205.4018

Comparación con otras aproximaciones



Comparación con otras aproximaciones

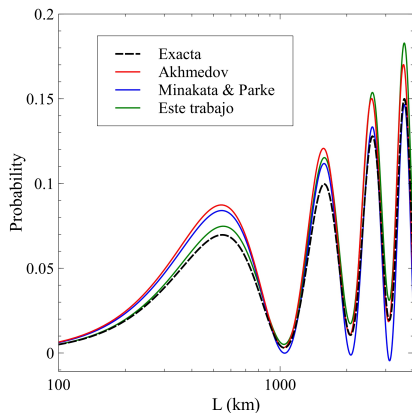


Fig. 4: Probabilidad $P_{\mu e}$

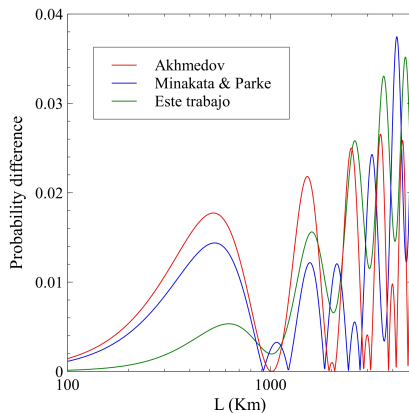


Fig. 5: Diferencia absoluta $P_{\mu e}$

Variando parámetros

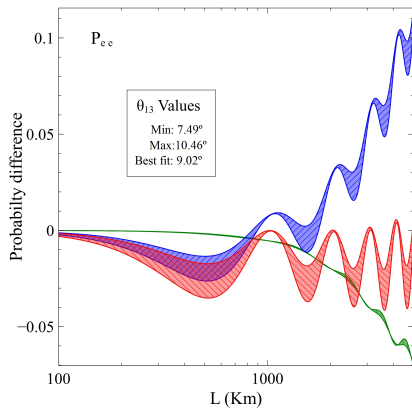


Fig. 6: P_{ee}

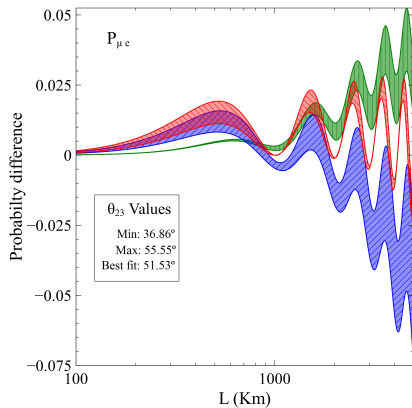


Fig. 7: $P_{\mu e}$

Probabilidades de conversión

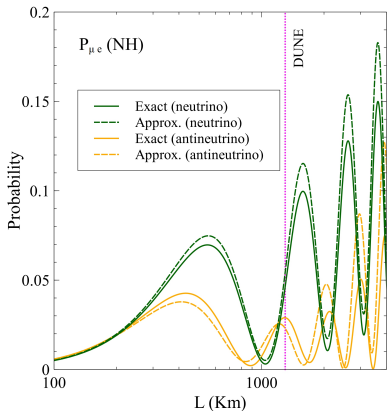


Fig. 8: Probabilidad de conversión $P_{\mu e}$ en la jerarquía normal.

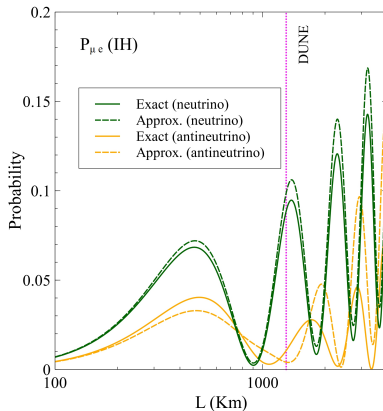


Fig. 9: Probabilidad de conversión $P_{\mu e}$ en la jerarquía invertida.

Órdenes más altos de la aproximación

$$\varepsilon = \frac{3\gamma}{2\beta} + a_2 \left(\frac{\gamma}{\beta}\right)^2$$

$$a_2 = \frac{3\alpha}{2\beta}$$

$$\varepsilon = \frac{3\gamma}{2\beta} + \frac{3\alpha}{2\beta} \left(\frac{\gamma}{\beta}\right)^2 + a_3 \left(\frac{\gamma}{\beta}\right)^3$$

$$a_3 = \frac{3}{2} \frac{1}{\beta} \left(2 \frac{\alpha^2}{\beta} - 1\right)$$