Hemos ... ¡detectado ondas gravitatorias!

Darío Núñez

Instituto de Ciencias Nucleares, UNAM

23 de febrero del 2016

Anuncio

El jueves 11 de febrero del 2016, David Reitze, director en jefe del **Observatorio de ondas Gravitacionales por Interferometría Laser**, **LIGO**, dió la noticia:

Figure : Hemos... ¡detectado ondas gravitatorias! ¡Lo logramos!

Einstein

Y, ¡Ya era hora!

Las ondas gravitacionales, el desplazamiento de perturbaciones a una geometría de fondo del espacio-tiempo,

$$g_{\mu\,\nu} = g_{0\,\mu\,\nu} + \epsilon\, h_{\mu\,\nu},$$

fue postulado por el mismo Albert Einstein, a los pocos meses de haber postulado la teoría de la Relatividad General, hace ya un siglo, en 1916.

Figure : Albert Einstein

Perturbacion

En efecto, quedándonos a primer orden en ϵ, el tensor de Riemann toma la forma

- $$R_{\alpha\beta\mu\nu} = R_{0\alpha\beta\mu\nu} + \frac{1}{2}(\partial_\beta\partial_\mu h_{\alpha\nu} + \partial_\alpha\partial_\nu h_{\beta\mu} - \partial_\beta\partial_\nu h_{\alpha\mu} - \partial_\alpha\partial_\mu h_{\beta\nu}),$$

Perturbacion

En efecto, quedándonos a primer orden en ϵ, el tensor de Riemann toma la forma

- $$R_{\alpha\beta\mu\nu} = R_{0\alpha\beta\mu\nu} + \frac{1}{2}(\partial_\beta\partial_\mu h_{\alpha\nu} + \partial_\alpha\partial_\nu h_{\beta\mu} - \partial_\beta\partial_\nu h_{\alpha\mu} - \partial_\alpha\partial_\mu h_{\beta\nu}),$$
- Con lo que el tensor de Bianchi-Einstein

$$G_{\mu\nu} = G_{0\mu\nu} + h_{,\mu\nu} - h^{\alpha}_{\nu,\mu\alpha} - h^{\alpha}_{\mu,\nu\alpha} + h_{\mu\nu,\alpha}{}^{\alpha} - \eta_{\mu\nu}\left(h_{\alpha}{}^{\alpha} - h^{\alpha\beta}{}_{\alpha\beta}\right),$$

Perturbacion

En efecto, quedándonos a primer orden en ϵ, el tensor de Riemann toma la forma

- $$R_{\alpha\beta\mu\nu} = R_{0\alpha\beta\mu\nu} + \frac{1}{2}(\partial_\beta\partial_\mu h_{\alpha\nu} + \partial_\alpha\partial_\nu h_{\beta\mu} - \partial_\beta\partial_\nu h_{\alpha\mu} - \partial_\alpha\partial_\mu h_{\beta\nu}),$$
- Con lo que el tensor de Bianchi-Einstein

$$G_{\mu\nu} = G_{0\mu\nu} + h_{,\mu\nu} - h^{\alpha}_{\nu,\mu\alpha} - h^{\alpha}_{\mu,\nu\alpha} + h_{\mu\nu,\alpha}{}^{\alpha} - \eta_{\mu\nu}\left(h_\alpha{}^\alpha - h^{\alpha\beta}{}_{\alpha\beta}\right),$$

- Y eligiendo una norma, la transvesa sin traza, TT, y un sistema de referencia se tiene que las ecuaciones de Einstein para la perturbación implican

$$h^{TT}{}_{\mu\nu,\alpha}{}^{\alpha} = \Box\, h^{TT}{}_{\mu\nu} = \frac{16\,\pi\,G}{c^4}\,T^{(1)}{}_{\mu\nu}.$$

¡Una ecuación de onda viajando a la velocidad de la luz para

Ondas

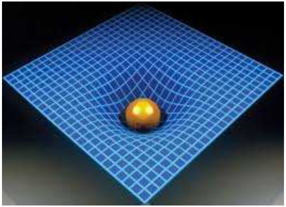
Por ello, las perturbaciones gravitacionales satisfacen una ecuación de onda y su paso por la Tierra es lo que se acaba de descubrir.

- Vemos entonces que no sorprende su descubrimiento, era esperado dentro de la Teoría de la Relatividad General.

Ondas

Por ello, las perturbaciones gravitacionales satisfacen una ecuación de onda y su paso por la Tierra es lo que se acaba de descubrir.

- Vemos entonces que no sorprende su descubrimiento, era esperado dentro de la Teoría de la Relatividad General.
- Nos muestra que la descripción de la de la interacción gravitatoria como deformaciones a la geometría del espacio-tiempo, da una explicación consistente con las observaciones



Ondas

- Más bien preocupaba que no se detectara, por las diferentes evidencias que ya se tienen sobre lo adecuado de la descripción de la interacción gravitatoria dada por la Relatividad General. Lentes; Pulsar binario; Límite de gravedad débil. Modelos cosmológicos.

Ondas

- Más bien preocupaba que no se detectara, por las diferentes evidencias que ya se tienen sobre lo adecuado de la descripción de la interacción gravitatoria dada por la Relatividad General. Lentes; Pulsar binario; Límite de gravedad débil. Modelos cosmológicos.
- Lo realmente impresionante es la hazaña de haber logrado la detección con los interferómetros.

Ondas

- Más bien preocupaba que no se detectara, por las diferentes evidencias que ya se tienen sobre lo adecuado de la descripción de la interacción gravitatoria dada por la Relatividad General. Lentes; Pulsar binario; Límite de gravedad débil. Modelos cosmológicos.
- Lo realmente impresionante es la hazaña de haber logrado la detección con los interferómetros.
- Sí marca el inicio de una nueva manera de estudiar al Cosmos.

Charla

Estructura de la charla

- Propiedades y características principales de la perturbación gravitacional.

Charla

Estructura de la charla

- Propiedades y características principales de la perturbación gravitacional.
- La estrategia de detección por medio del LIGO y una breve descripción del equipo.

Charla

Estructura de la charla

- Propiedades y características principales de la perturbación gravitacional.
- La estrategia de detección por medio del LIGO y una breve descripción del equipo.
- El análisis de datos para poder quitar el ruido.

Charla

Estructura de la charla

- Propiedades y características principales de la perturbación gravitacional.
- La estrategia de detección por medio del LIGO y una breve descripción del equipo.
- El análisis de datos para poder quitar el ruido.
- Perspectivas que se abren.

h

La Perturbación métrica, u onda gravitatoria, ${h^{TT}}_{\mu\nu}$ tiene varias propiedades interesantes

- La solución más simple, onda plana, ${h^{TT}}_{\mu\nu} = A_{\mu\nu}\, e^{i\, k_\alpha\, x^\alpha}$.

h

La Perturbación métrica, u onda gravitatoria, ${h^{TT}}_{\mu\,\nu}$ tiene varias propiedades interesantes

- La solución más simple, onda plana, ${h^{TT}}_{\mu\,\nu} = A_{\mu\,\nu}\, e^{i\,k_\alpha\,x^\alpha}$.
- Considerando el movimiento sólo en z, $k_\alpha = \frac{\omega}{c}\,(1,0,0,1)$, por la libertad de norma e invarianza, la matriz tiene sólo dos componentes independientes, podemos escribir la matriz de amplitud como combinación lineal $A^{\mu\nu} = h_+\, e^{+\,\mu\nu} + h_x\, e^{x\,\mu\nu}$ de dos matrices $e^{+\,\mu\nu}$ y $e^{x\,\mu\nu}$ definidas como:

$$e^{+\,\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad e^{x\,\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

a $e^{+\,\mu\nu}$ y $e^{x\,\mu\nu}$ se les conoce como matrices de polarización

h

- Estas dos polarizaciones son las que, al pasar por una distribución circular de partículas generan los dos tipos de movimiento

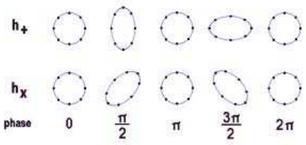


Figure : Deformación de un círculo de partículas al pasar la onda

h

- Estas dos polarizaciones son las que, al pasar por una distribución circular de partículas generan los dos tipos de movimiento

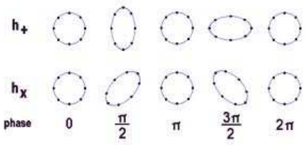


Figure : Deformación de un círculo de partículas al pasar la onda

- Esta es la alteración en la dirección del campo electréctrico que creyó detectar BICEP2.

h

- Estas dos polarizaciones son las que, al pasar por una distribución circular de partículas generan los dos tipos de movimiento

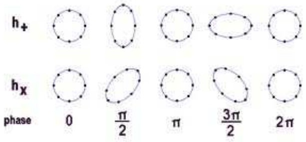


Figure : Deformación de un círculo de partículas al pasar la onda

- Esta es la alteración en la dirección del campo electréctrico que creyó detectar BICEP2.
- La amplitud y frecuencia de esta deformación la discutiremos más adelante.

Weyl

Para el estudio de la perturbación gravitatoria, es más conveniente usar tétradas nulas y escalares, aquellos relacionados con la curvatura, que son los escalares obtenidos por la proyección del tensor de Weyl sobre la tétrada: $\Psi_4 = -C_{\mu\nu\lambda\tau}\, k^\mu\, m^{*\nu}\, k^\lambda\, m^{*\tau}$.

- Este escalar de Weyl Ψ_4 es el decae más lento, como $1/r$, por ello es el más usado para estudiar la onda que recibimos.

Weyl

Para el estudio de la perturbación gravitatoria, es más conveniente usar tétradas nulas y escalares, aquellos relacionados con la curvatura, que son los escalares obtenidos por la proyección del tensor de Weyl sobre la tétrada: $\Psi_4 = -C_{\mu\nu\lambda\tau}\, k^\mu\, m^{*\nu}\, k^\lambda\, m^{*\tau}$.

- Este escalar de Weyl Ψ_4 es el decae más lento, como $1/r$, por ello es el más usado para estudiar la onda que recibimos.
- La relación de este escalar con los modos de polarización de la onda es

$$\Psi_4{}^{(1)} = -\left(\ddot{h}_+ - i\,\ddot{h}_\times\right).$$

Weyl

Para el estudio de la perturbación gravitatoria, es más conveniente usar tétradas nulas y escalares, aquellos relacionados con la curvatura, que son los escalares obtenidos por la proyección del tensor de Weyl sobre la tétrada: $\Psi_4 = -C_{\mu\nu\lambda\tau}\, k^\mu\, m^{*\nu}\, k^\lambda\, m^{*\tau}$.

- Este escalar de Weyl Ψ_4 es el decae más lento, como $1/r$, por ello es el más usado para estudiar la onda que recibimos.
- La relación de este escalar con los modos de polarización de la onda es
$$\Psi_4{}^{(1)} = -\left(\ddot{h}_+ - i\,\ddot{h}_\times\right).$$
- $\Psi_4{}^{(1)}$ satisface una ecuación tipo onda también.

Weyl

En el caso de un hoyo negro, la ecuación es, con $\Phi = r\ {\Psi_4}^{(1)}$:

$$\left[\Box_{tr} + \frac{1}{r^2}\Box_{\theta\,\phi}\right]\,\Phi = -2\,r\,T_4.$$

$$\begin{aligned}
\Box_{tr} &= -\left(1 + 2\,\frac{M}{r}\right)\,\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \left(1 - 2\,\frac{M}{r}\right)\,\frac{\partial^2}{\partial r^2} + 4\,\frac{M}{r}\,\frac{\partial^2}{\partial t \partial r} \\
&\quad + \frac{2}{r^2}\,(2\,r + 3\,M)\,\frac{\partial}{\partial t} + \frac{6}{r^2}\,(r - M)\,\frac{\partial}{\partial r} + \frac{4}{r^2}, \\
\Box_{\theta\varphi} &= \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{1}{\sin^2\theta}\,\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \cot\theta\,\frac{\partial}{\partial \theta} - 4\,i\,\frac{\cos\theta}{\sin^2\theta}\,\frac{\partial}{\partial \varphi} - 2\,\frac{1 + \cos^2\theta}{\sin^2\theta}.
\end{aligned}$$

T_4 se relaciona con la materia que genera la perturbación. $\Box_{tr}$ es una generalización del operador de onda y $\Box_{\theta\varphi}$ lo es del laplaciano angular, sus eigenfunciones son los armónicos esféricos generalizados.

Weyl

Solución, $Y^{l,m}$

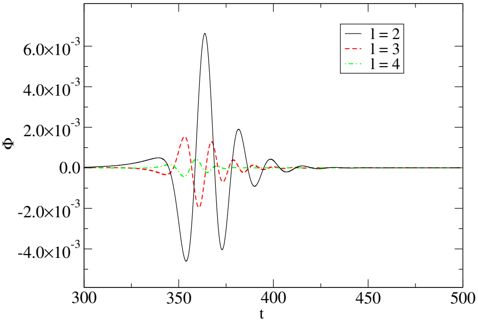


Figure : Perfil de onda de la perturbación gravitatoria para diferentes modos

Weyl

- Que ¡es como lo que detectó LIGO el 14 de septiembre del 2015 a las 5:51 am tiempo del Este!.

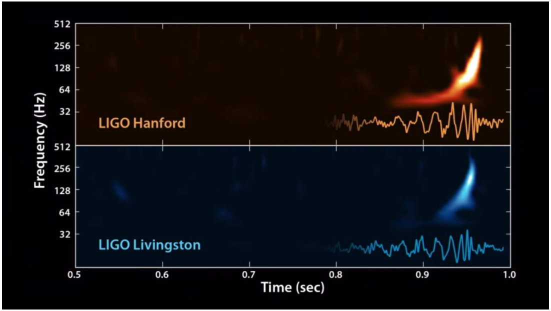


Figure : Detección de una señal gravitatoria por el LIGO

Weyl

- Que ¡es como lo que detectó LIGO el 14 de septiembre del 2015 a las 5:51 am tiempo del Este!.

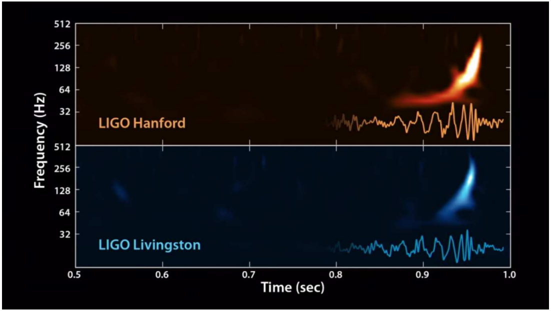


Figure : Detección de una señal gravitatoria por el LIGO

- ¡Lo lograron!

Weyl

La señal gravitatoria genéricamente es de la forma $A \cos(\omega_r t)\, e^{-\omega_i t}$, A la amplitud, ω_r la frecuencia de oscilación, ω_i la frecuencia de amortiguamiento, conocida como *ring-down*, las tres son funciones de los parámetros del hoyo negro.

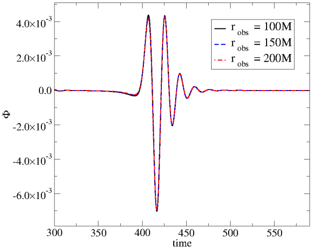


Figure : Señal gravitatoria genérica.

Frecuencia

La frecuencia esperada es fácil determianr, si consideramos que la longitud de onda de la señal gravitatoria es, básicamente, la del tamaño del sistema y, como la señal viaja a la velocidad de la luz, tenemos, para hoyos negrps

$$\nu_{\mathrm{OG}} = \frac{c}{\lambda} \sim \frac{c}{r_{\mathrm{Schw}}} = \frac{c^3}{2\,M\,G} = 1.02\,\times\,10^5\,\mathrm{Hz}\,\frac{1}{\frac{M}{M_\odot}}$$

que, para hoyos negros de masas de decenas de masas solares, quedan frecuencias de $10\,\mathrm{kHz}$, ¡En el audible! **los hoyos negros se pueden oir.**

Amplitud

- Para tener una idea sobre la magnitud de la señal gravitatoria, partimos de la ecuación de desviación geodésica entre dos partículas que caen libremente en un espacio curvo, Weinberg (6.10.1)

$$\frac{D^2}{D\,\tau^2}\,\delta\,x^\lambda = R^\lambda{}_{\nu\,\mu\,\rho}\,\delta\,x^\mu\,\frac{d\,x^\nu}{d\,\tau}\,\frac{d\,x^\rho}{d\,\tau},$$

Amplitud

- Para tener una idea sobre la magnitud de la señal gravitatoria, partimos de la ecuación de desviación geodésica entre dos partículas que caen libremente en un espacio curvo, Weinberg (6.10.1)
$$\frac{D^2}{D\,\tau^2}\,\delta\,x^\lambda = R^\lambda{}_{\nu\,\mu\,\rho}\,\delta\,x^\mu\,\frac{d\,x^\nu}{d\,\tau}\,\frac{d\,x^\rho}{d\,\tau},$$
- Que en el caso de la onda gravitatoria toma la forma (RG, Shapiro (16.1.8-10))
$$\ddot{\delta x}_i = \frac{1}{2}\,\ddot{h}^{TT}{}_{i\,j}\,\delta\,x_j,$$

Amplitud

- Para tener una idea sobre la magnitud de la señal gravitatoria, partimos de la ecuación de desviación geodésica entre dos partículas que caen libremente en un espacio curvo, Weinberg (6.10.1)

$$\frac{D^2}{D\,\tau^2}\,\delta\,x^\lambda = R^\lambda{}_{\nu\,\mu\,\rho}\,\delta\,x^\mu\,\frac{d\,x^\nu}{d\,\tau}\,\frac{d\,x^\rho}{d\,\tau},$$

- Que en el caso de la onda gravitatoria toma la forma (RG, Shapiro (16.1.8-10))

$$\delta\ddot{x}_i = \frac{1}{2}\,\ddot{h}^{TT}{}_{i\,j}\,\delta\,x_j,$$

- Por lo que el cambio en la distancia entre las dos partículas es

$$\delta\,x_i = \frac{1}{2}\,h^{TT}{}_{i\,j}\,x_j,$$

Amplitud

- En orden de magnitud, vemos que la tensión relativa producida por una onda gravitatoria es

$$\frac{\delta x}{x} \sim h,$$

ortogonal a la dirección de propagación y se anula si x_i es paralela a dicha dirección.

Amplitud

- En orden de magnitud, vemos que la tensión relativa producida por una onda gravitatoria es

$$\frac{\delta x}{x} \sim h,$$

ortogonal a la dirección de propagación y se anula si x_i es paralela a dicha dirección.

- Ahora, como (Shaphiro- Teukolski (16.2.13))

$$h \sim 2 \, \frac{M\,G}{c^2\,r} \, \left(\frac{v}{c}\right)^2 ,$$

considerando que el sistema se mueve a una fracción de c, tenemos

$$h \sim 2 \, \frac{M_\odot\,G}{c^2\,R_{10\,\mathrm{kpc}}} \, \epsilon^2 \, \frac{\frac{M}{M_\odot}}{\frac{r}{R_{10\,\mathrm{kpc}}}} \sim 9.5 \, \times 10^{-18} \, \epsilon^2 \, \frac{\frac{M}{M_\odot}}{\frac{r}{R_{10\,\mathrm{kpc}}}},$$

Amplitud

- De aquí viene lo minúsculo del cambio

Amplitud

- De aquí viene lo minúsculo del cambio
- El gran reto (¿o error?) es tratar de medir este cambio tan pequeño.

Amplitud

- De aquí viene lo minúsculo del cambio
- El gran reto (¿o error?) es tratar de medir este cambio tan pequeño.
- Esto fue lo que logró LIGO.

Figure : Laser Interferometer Gravitational wave Observatory

LIGO

El Observatorio de ondas Gravitatorias por Interferometría Laser es el intento más serio que se ha hecho para detectar el paso de las ondas gravitatorias por la Tierra.

- Es un interferómetro con tubos de 1.2 metros de diámetro y de cuatro kilómetros de largo, a un alto vacío con presión abajo de 1 μPa.

Figure : Tubos en LIGO

LIGO

- De hecho, son dos interferómetros construidos en extremos de la parte continental de los Estados Unidos, a modo de que lo detectado por uno, sea comprobado por el otro.

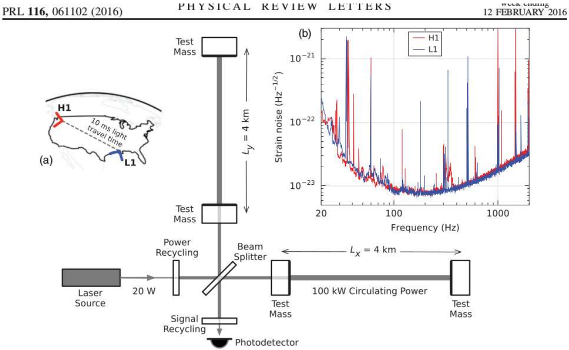


Figure : LIGO

- El LIGO se ilumina con un láser de Neodimio, Nd:YAG con 1064-nm de longitud de onda, estabilizado en amplitud, frecuencia y geometría del haz

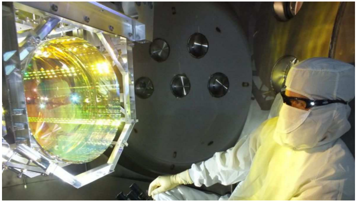


Figure : Laser en LIGO

- Los espejos, masas de prueba, son subestratos de 40 kg de silicio fundido con cubiertas de dieléctricos ópticos con baja pérdida. Forman cavidades de Fabry-Pérot.

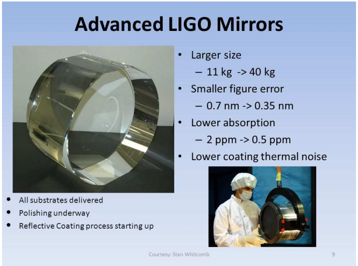
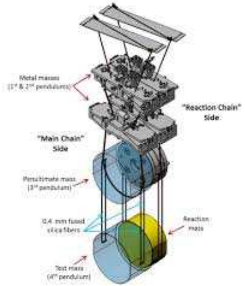


Figure : Espejos en LIGO

- A modo de evitar el ruido de vibraciones, los espejos están suspendidos de fibras de silico fundido, con un sistema de péndulo cuádruple. Salvo la fuente laser, todo está montado en niveles de aislamiento vibracional en el alto vacío.



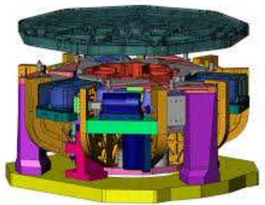


Figure : Amortiguamiento en LIGO

- Se pretende que con todo esto se logre detectar cambios en la longitud relativa de los brazos, al pasar una onda gravitatoria en la polarización h_+, de una parte en 10^{22}.

- Se pretende que con todo esto se logre detectar cambios en la longitud relativa de los brazos, al pasar una onda gravitatoria en la polarización h_+, de una parte en 10^{22}.
- Con esa longitud de brazos, implica poder medir un cambio de una milésima del radio del protón, $r_{\mathrm{proton}} = 8.41 \times 10^{-16}\,\mathrm{m}$.

LIGO

Con los dos observatorios, no sólo se comprueba la señal sino que, a partir de la diferencia en tiempo, se puede tener una idea sobre su origen.

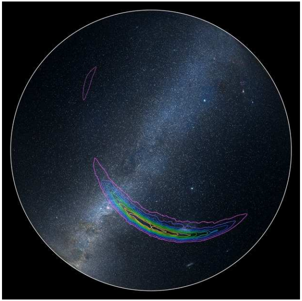


Figure : Dirección del origen de la señal, en el hemisferio sur, atrás de las nubes de Magallanes.

Datos

Encima de todo esto, queda una gran cantidad de ruido y los equipos deben ser capaces de quitar ese ruido y tener una señal lo más limpia posible, una razón señal a ruido alta.

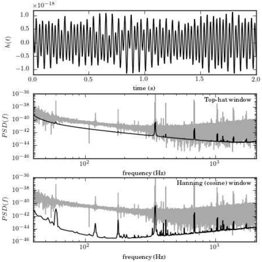


Figure :
www.astroml.org – book$_f$igures – chapter10 – fig$_L$IGO$_p$ower$_s$pectrum.html
Ejemplo de cómo van limpiando el ruido en los datos que toma LIGO.

Datos

No es sólo lograr la sensibilidad de una parte en 10^{22}

- Grandes grupos specializados en minería de datos.

Datos

No es sólo lograr la sensibilidad de una parte en 10^{22}

- Grandes grupos specializados en minería de datos.
- Hay competencias y concursos para ver qué grupo encuentra más rápido una señal escondida.

Datos

No es sólo lograr la sensibilidad de una parte en 10^{22}

- Grandes grupos specializados en minería de datos.
- Hay competencias y concursos para ver qué grupo encuentra más rápido una señal escondida.
- Otros grupos generan una enorme cantidad de patrones, *templates*, a modo de poder comparar la señal, una vez que se detecte. El número de templates utilizados para una señal es del órden de 250,000.

Datos

- Se logró tal nivel de sensibilidad que, en este caso, la señal se ve *a ojo*

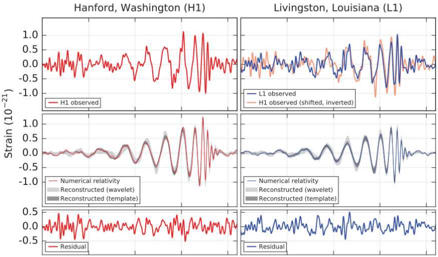


Figure : Claramente se ve la señal sobre el ruido.

LIGO

Con los dos datos y los templates, a partir de la amplitud se puede determinar que el evento GW150914 ocurrió a una distancia, (tiempo) de 13 mil millones de años luz y es consistente con un hoyo negro de 62 masas solares y parámetro de rotación $a = 0.67$. Así mismo, hay consistencia con el haber sido generado por la colisión de un hoyo negro de 29 masas solares con otro de 36 masas solares.

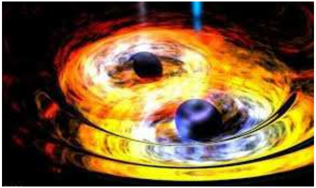


Figure : Imagen computacional de la colisión de hoyos negros y la generación de ondas gravitatorias.

Perspectivas

- Exploración del centro de la Via Lactea que, junto con el Event horizon, puede dar una definición muy clara de lo que ahí ocurre.

Perspectivas

- Exploración del centro de la Via Lactea que, junto con el Event horizon, puede dar una definición muy clara de lo que ahí ocurre.
- Probar a la Relatividad General en el régimen fuerte.

Perspectivas

- Exploración del centro de la Via Lactea que, junto con el Event horizon, puede dar una definición muy clara de lo que ahí ocurre.
- Probar a la Relatividad General en el régimen fuerte.
- Mejor determinación de la interacción gravitatoria.

Perspectivas

- Exploración del centro de la Via Lactea que, junto con el Event horizon, puede dar una definición muy clara de lo que ahí ocurre.
- Probar a la Relatividad General en el régimen fuerte.
- Mejor determinación de la interacción gravitatoria.
- Ver el interior de estrellas, de Super-novas.

Perspectivas

- Exploración del centro de la Via Lactea que, junto con el Event horizon, puede dar una definición muy clara de lo que ahí ocurre.
- Probar a la Relatividad General en el régimen fuerte.
- Mejor determinación de la interacción gravitatoria.
- Ver el interior de estrellas, de Super-novas.
- Podemos esperar grandes descubrimientos. Coincido en que es el inicio de una nueva era de conocimientos.

Lecturas recomendadas

- B.S. Sathyaprakash and Bernard F. Schutz, *Physics, Astrophysics and Cosmology, with Gravitational Waves*, Living Rev. Relativity, 12, (2009), 2. http://www.livingreviews.org/lrr-2009-2
- B. P. Abbot y muchos más, LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration, *Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger*, PRL 116, 061102 (2016)
- S. Weinberg, Gravitation and Cosmology: Principles and applications of the General Theory of Relativity, Wiley, (1972).
- S. L. Shapiro, and S. A. Teukolski, *Black holes, white dwarfs and neutron stars. The physics of compact objects*, Wiley,
- D. Núñez y J. C. Degollado, *Relatividad General, notas para el curso de la Facultad de Ciencias, UNAM*, libre acceso.